



História da Matemática

AULA 12

UMA NOVA MATEMÁTICA



Escultura: O êxtase de Santa Teresa (1652), do escultor Gian Lorenzo Bernini (1598-1680) Igreja de Santa Maria Della Vittoria, em Roma.



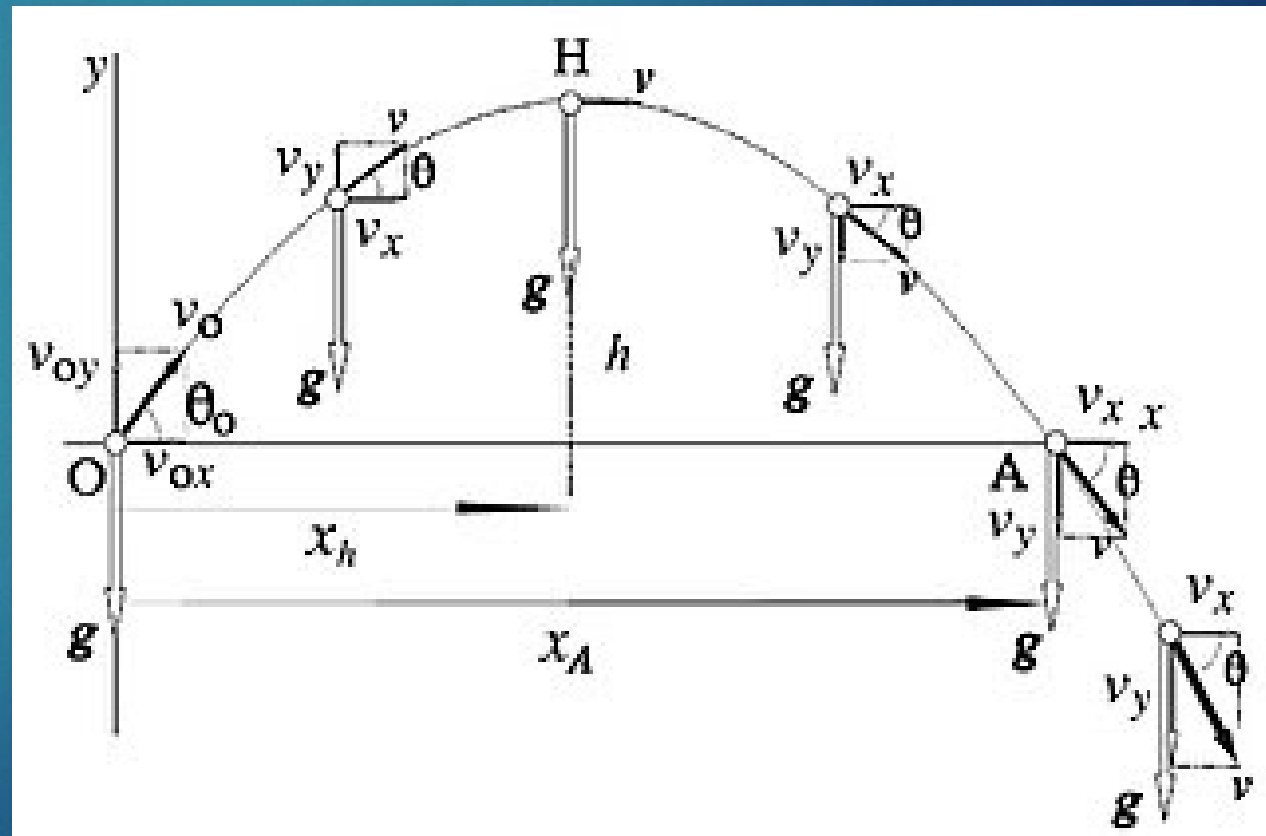
Detalhe da escultura:
O êxtase de Santa
Teresa, de Bernini.

As formas da natureza

- ▶ Vimos que a Física dos séculos XVI e XVII tinha começado a evidenciar novas formas geométricas que eram pertinentes aos fenômenos da natureza (para além de retas e círculos):

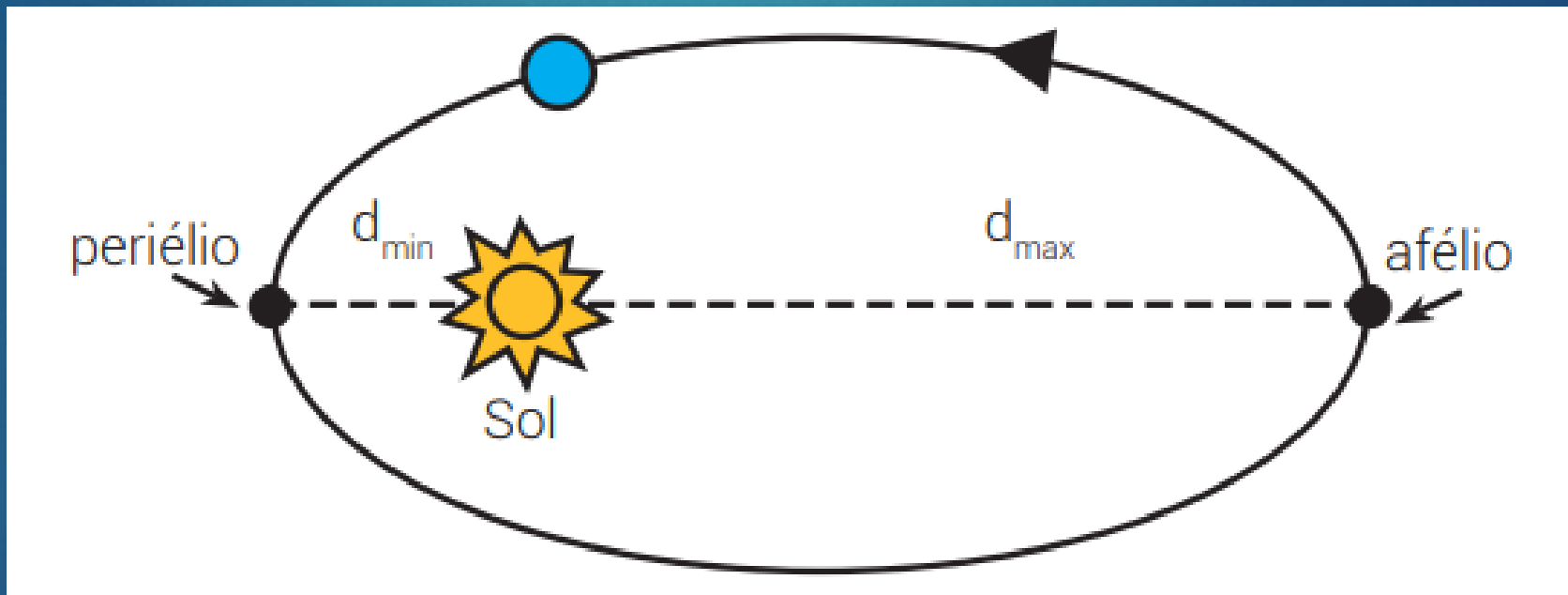
As formas da natureza

- ▶ Galileo mostrou que o movimento de projéteis era em forma de parábola:



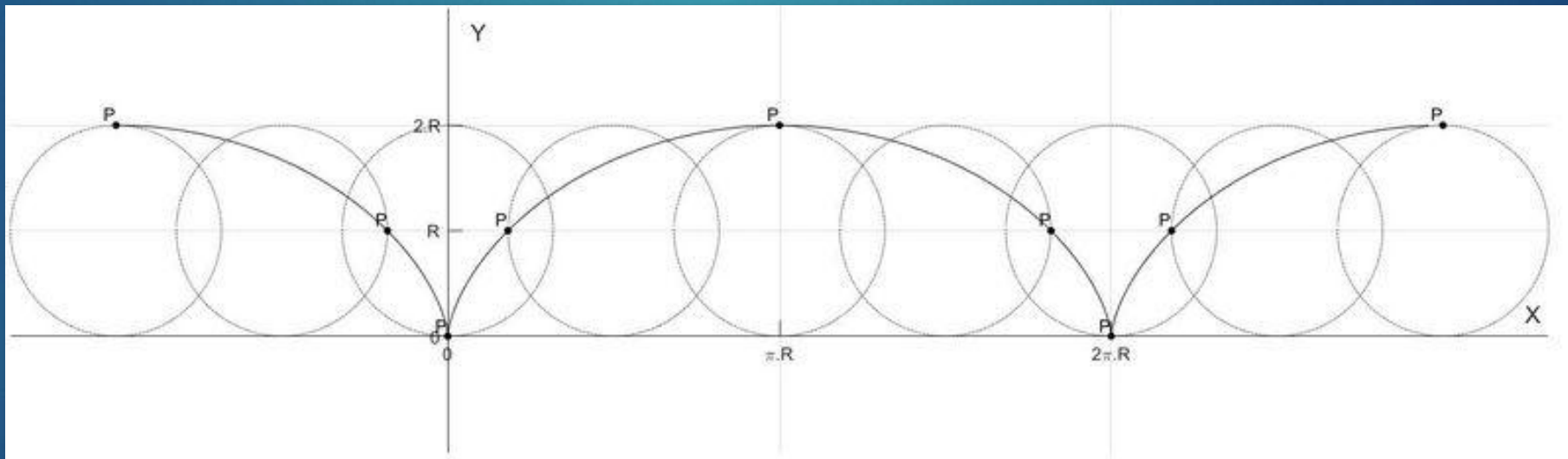
As formas da natureza

- ▶ Kepler mostrou que as órbitas dos planetas eram em forma de elipse:



As formas da natureza

- ▶ Também despertou muita atenção na mesma época a combinação de um movimento circular com uma translação em linha reta, dando origem aos ciclóides:



Novas Matemáticas

- ▶ Novas técnicas matemáticas eram necessárias para o desenvolvimento das ciências naturais.

Novas Matemáticas

- ▶ Novas técnicas matemáticas eram necessárias para o desenvolvimento das ciências naturais.
- ▶ A análise dos dados de observações astronômicas demandava uma quantidade exorbitante de cálculos numéricos. Feitos à mão, havia a necessidade de algo que desse agilidade aos cálculos.

Novas Matemáticas

- ▶ Nesse sentido, a invenção dos logaritmos, por John Napier (1550-1617), causou uma grande revolução.

Novas Matemáticas

- ▶ John Napier (1550-1617).



Novas Matemáticas

- ▶ John Napier publicou em 1614, sua obra mais importante: *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio* (A Descrição do Maravilhoso Cânon dos Logarítmos), onde expõe a teoria dos logaritmos, com tábuas de logaritmos e, nos últimos capítulos, também contém tábuas de funções trigonométricas.

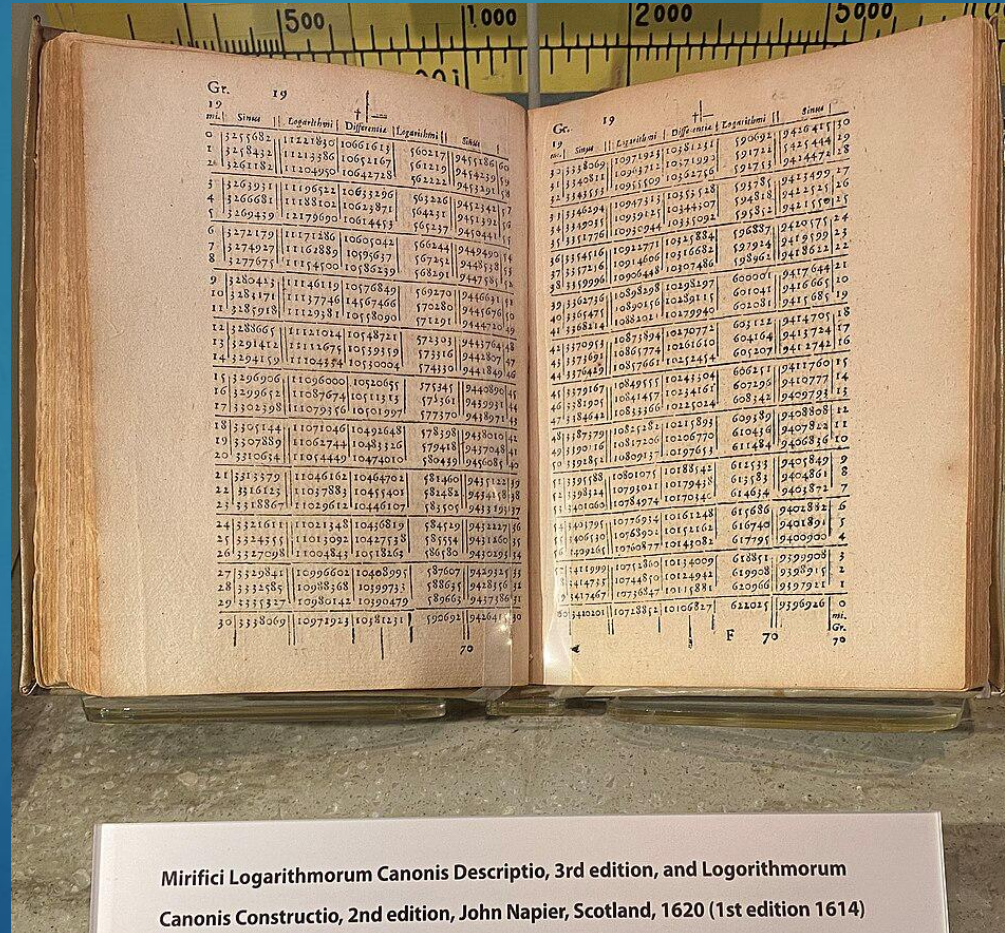
Novas Matemáticas

- ▶ Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio (1614)



Novas Matemáticas

► Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio (1614)

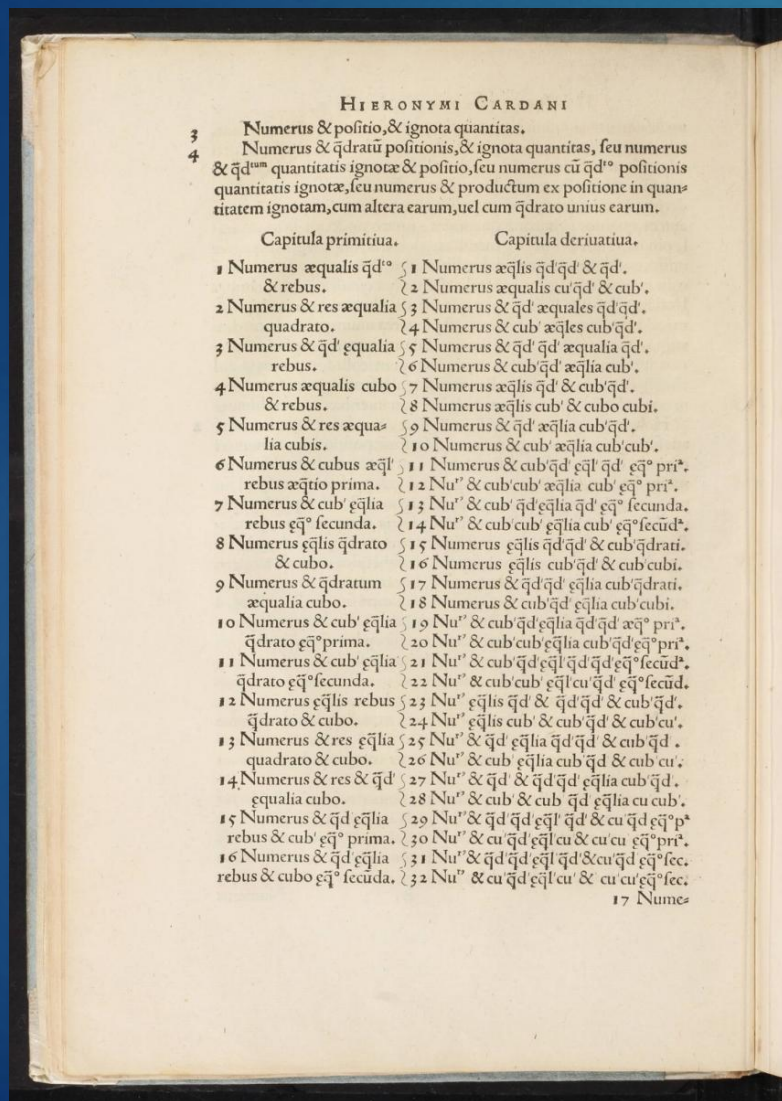


Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio, 3rd edition, and Logarithmorum Canonis Constructio, 2nd edition, John Napier, Scotland, 1620 (1st edition 1614)

Os números e as letras

- ▶ A própria notação matemática (ou a falta dela) era em si um empecilho para o bom desenvolvimento da Matemática.

Os números e as letras



Fac símile de uma página da obra Ars Magna , de Girolamo Cardano.

Os números e as letras

- ▶ A própria notação matemática (ou a falta dela) era em si um empecilho para o bom desenvolvimento da Matemática.
- ▶ Basicamente, as equações algébricas eram escritas em palavras, por exemplo:

“Numerus aequalis qd & rebus”

Que significa: $q = x^2 + px$

Os números e as letras

- ▶ O primeiro matemático que introduziu notações especiais para a álgebra foi o francês François Viète (1540-1603)

Os números e as letras

► François Viète (1540-1603)



Os números e as letras

- ▶ Em a obra “In Arthem Analyticem Isagoge” (Introdução às Artes Analíticas) (1591), François Viète, buscou restaurar o método de análise dos gregos, integrando-o à nova linguagem algébrica. Sua ambição era fundar uma “nova álgebra” que tivesse o mesmo prestígio e rigor que a geometria possuía entre os antigos. Diferentemente dos gregos, que utilizavam apenas a linguagem geométrica, Viète introduziu símbolos e letras para representar grandezas conhecidas e desconhecidas, criando um cálculo simbólico geral.

Os números e as letras

- ▶ Segundo Tatiana Roque, a inovação de Viète foi:
 1. Teórica, ao unificar a análise grega e a álgebra em um mesmo sistema lógico;
 2. Prática, ao criar uma linguagem simbólica capaz de generalizar problemas e soluções sem depender de figuras geométricas específicas.

As equações e as figuras

- ▶ Um outro grande avanço teórico foi dado pela invenção da Geometria Analítica, por René Descartes (La Haye en Touraine, 31 de março de 1596 – Estocolmo, 11 de fevereiro de 1650).

As equações e as figuras

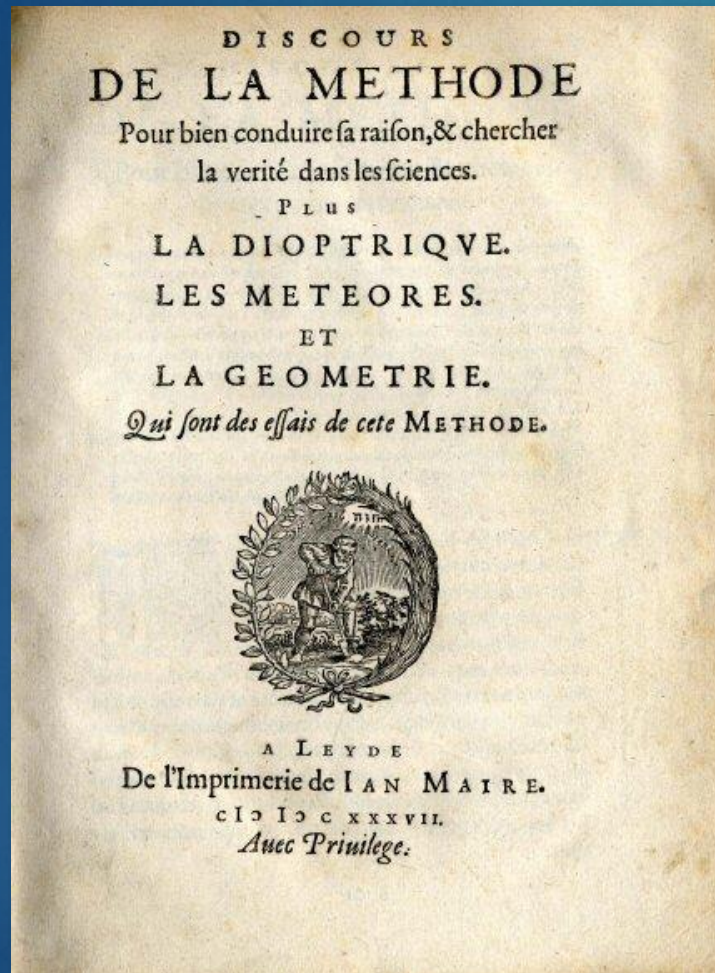
- ▶ René Descartes (1596-1650).



As equações e as figuras

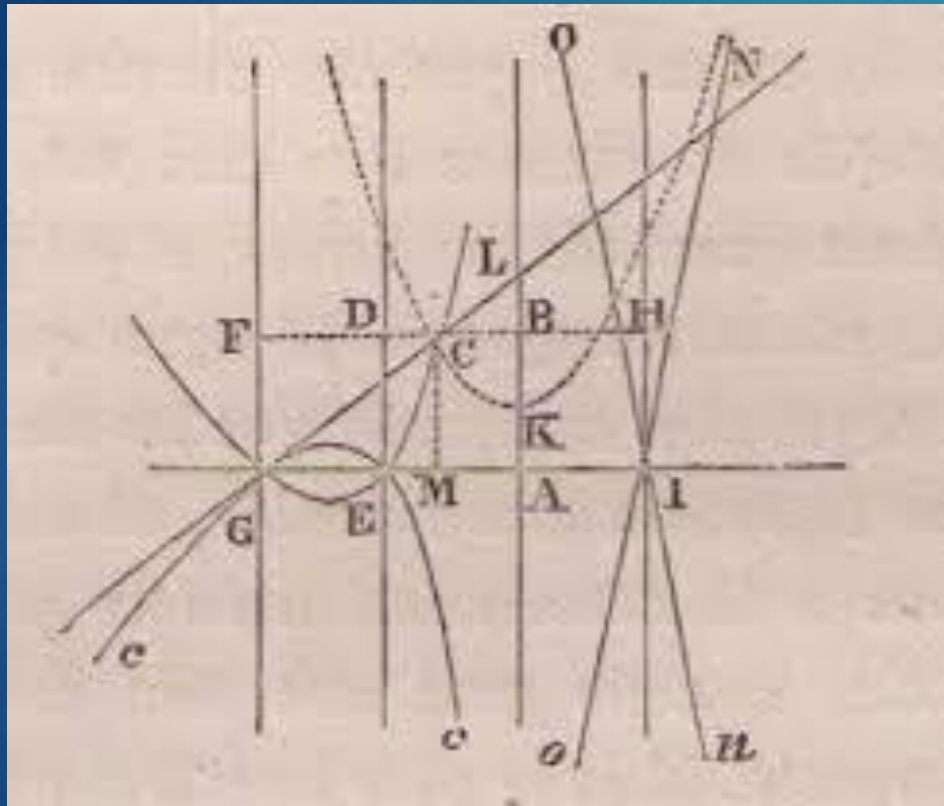
- ▶ A obra principal de René Descartes foi o “Discours de la méthode pour bien conduire sa raison, et chercher la vérité dans les sciences” (Discurso sobre o método para bem conduzir a razão na busca da verdade dentro da ciência) de 1637. No Discurso sobre o Método, havia três apêndices, entre eles, o terceiro denominava-se La Géométrie (A Geometria) que era o início da Geometria Analítica.

As equações e as figuras



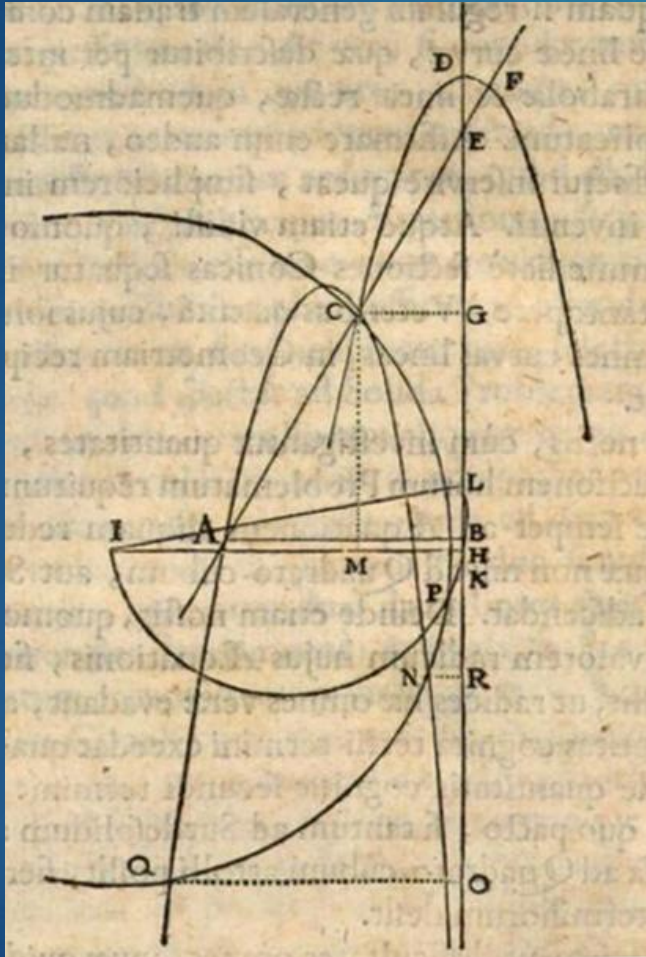
Discours de la Méthode

As equações e as figuras



La Géométrie

As equações e as figuras



La Géométrie

As equações e as figuras

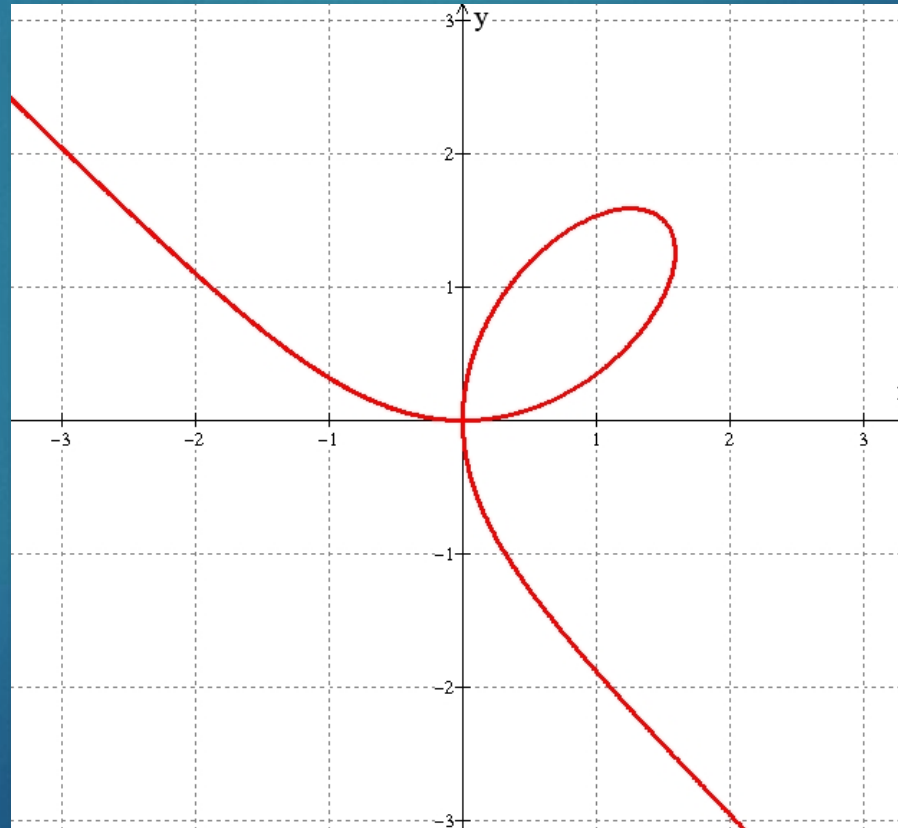
- ▶ A novidade estava em introduzir coordenadas e tratar os lugares geométricos como conjuntos de pontos no plano satisfazendo a um determinado conjunto de equações envolvendo suas coordenadas.

As equações e as figuras

- ▶ A novidade estava em introduzir coordenadas e tratar os lugares geométricos como conjuntos de pontos no plano satisfazendo a um determinado conjunto de equações envolvendo suas coordenadas.
- ▶ Isto ampliou o universo de curvas conhecidas.

As equações e as figuras

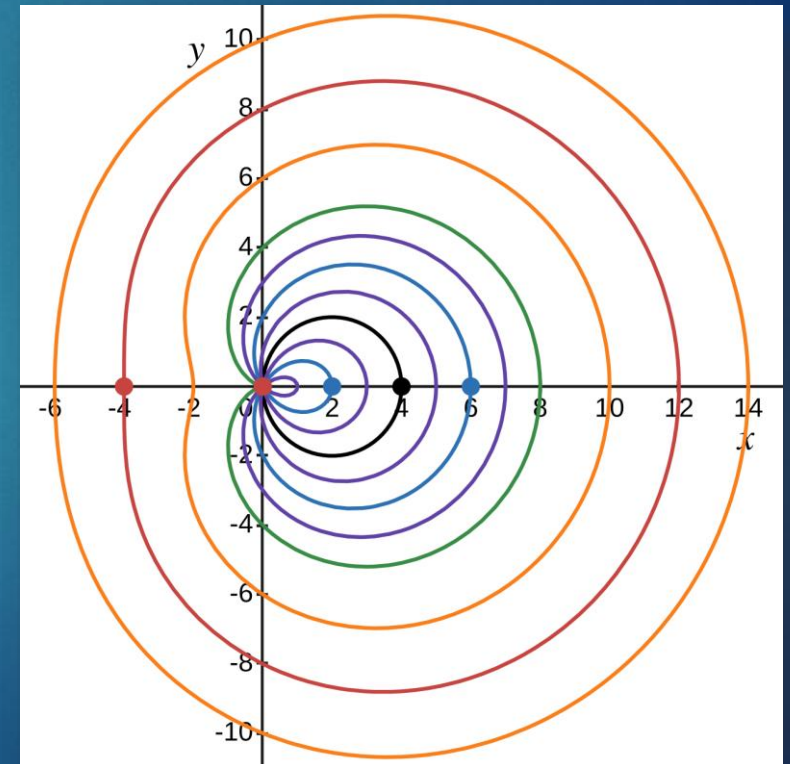
- ▶ Folium de Descartes $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^3 + y^3 = 3axy\}$



As equações e as figuras

► Limações de Pascal

$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x^2 + y^2 - ax)^2 = b^2(x^2 + y^2)\}$, ou em coordenadas polares $r = b + a \cos \theta$.

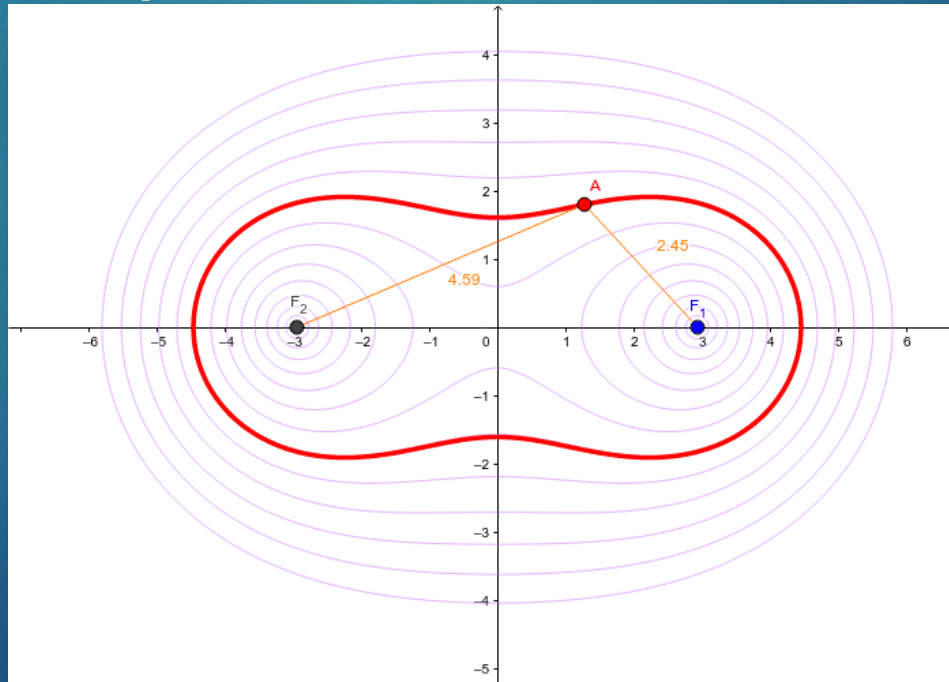


As equações e as figuras

► Ovais de Cassini

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x^2 + y^2)^2 - 2a^2(x^2 - y^2) + a^4 = b^4\}$$

ou em coordenadas polares $r^4 - 2a^2r^2 \cos 2\theta = b^4 - a^4$

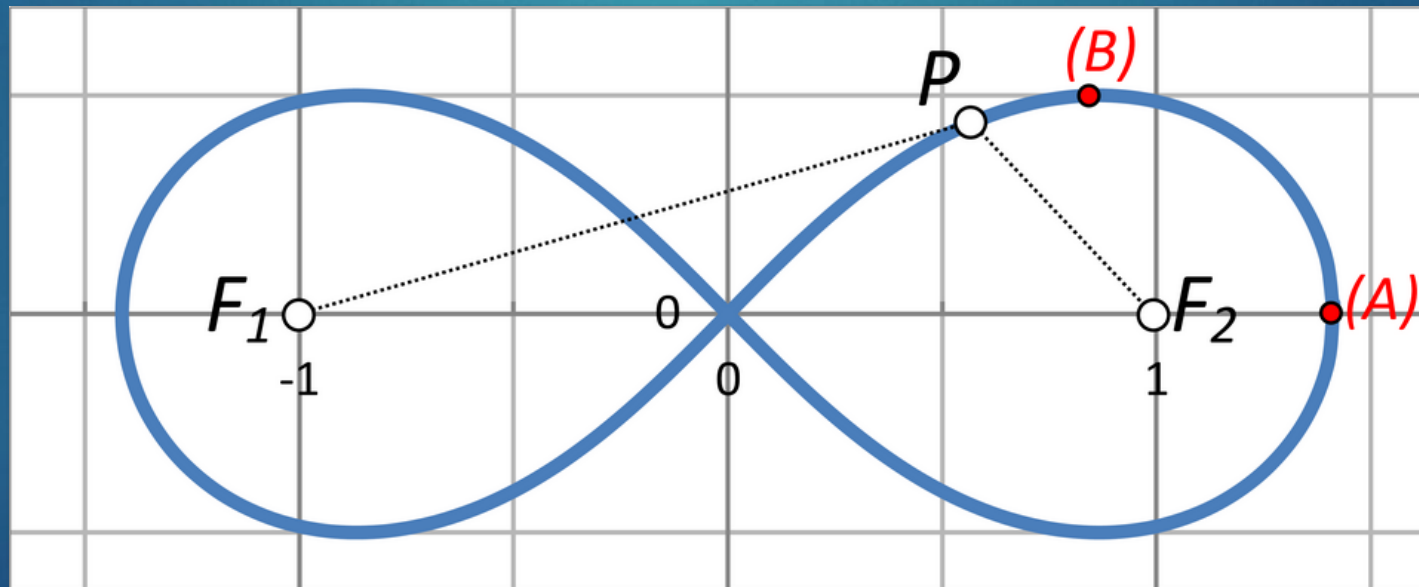


As equações e as figuras

► Lemniscata de Bernoulli

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)\}$$

ou em coordenadas polares $r^2 = a^2 \cos 2\theta$



As faces do infinito

- ▶ Desde a antiguidade havia o problema de calcular quadraturas e cubaturas, isto é, calcular a área de figuras planas e o volume de sólidos.

As faces do infinito

- ▶ Desde a antiguidade havia o problema de calcular quadraturas e cubaturas, isto é, calcular a área de figuras planas e o volume de sólidos.
- ▶ Vimos que Arquimedes conseguiu resultados não triviais com o uso de seu método (que envolvia o princípio das balanças) e cujo rigor era demonstrado com o uso do princípio de exaustão de Eudoxo.

As faces do infinito

- ▶ Outro problema que se tornou mais comum nos séculos XVI e XVII era a determinação da reta tangente a uma curva dada em um determinado ponto.

As faces do infinito

- ▶ Outro problema que se tornou mais comum nos séculos XVI e XVII era a determinação da reta tangente a uma curva dada em um determinado ponto.
- ▶ Esses dois problemas foram completamente abordados com a introdução do Cálculo Diferencial e Integral, por Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz.

As faces do infinito

- ▶ Vamos apresentar alguns nomes importantes de matemáticos que introduziram métodos importantes para a abordagem desses problemas antes do Cálculo, propriamente dito.

As faces do infinito

- ▶ Bonaventura Cavalieri (Milão, 1598 - Bolonha, 30 de novembro de 1647).



As faces do infinito

- ▶ Bonaventura Cavalieri publicou em 1635 a obra *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota* (Geometria, aprimorada de uma forma nova pelos indivisíveis do contínuo), onde apresenta sua metodologia de cálculo de volumes pelo que hoje é conhecido como Princípio de Cavalieri.

As faces do infinito

► Geometria indivisibilibus

GEOMETRIA INDIVISIBILIBVS CONTINVORVM

Noua quadam ratione promota.

AUTHORE

P. BONAVENTVRA CAVALERIO

MEDIOLANEN.

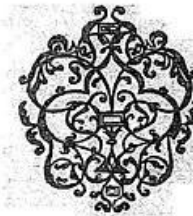
*Ordinis S.Hieron.Olim in Almo Bononien.Archigym.
Prim. Mathematicarum Profess.*

In hac postrema editione ab erroribus expurgata.

Ad Illustriss. D.D.

MARTIVM VRSINVM

PENNE MARCHIONEM &c.



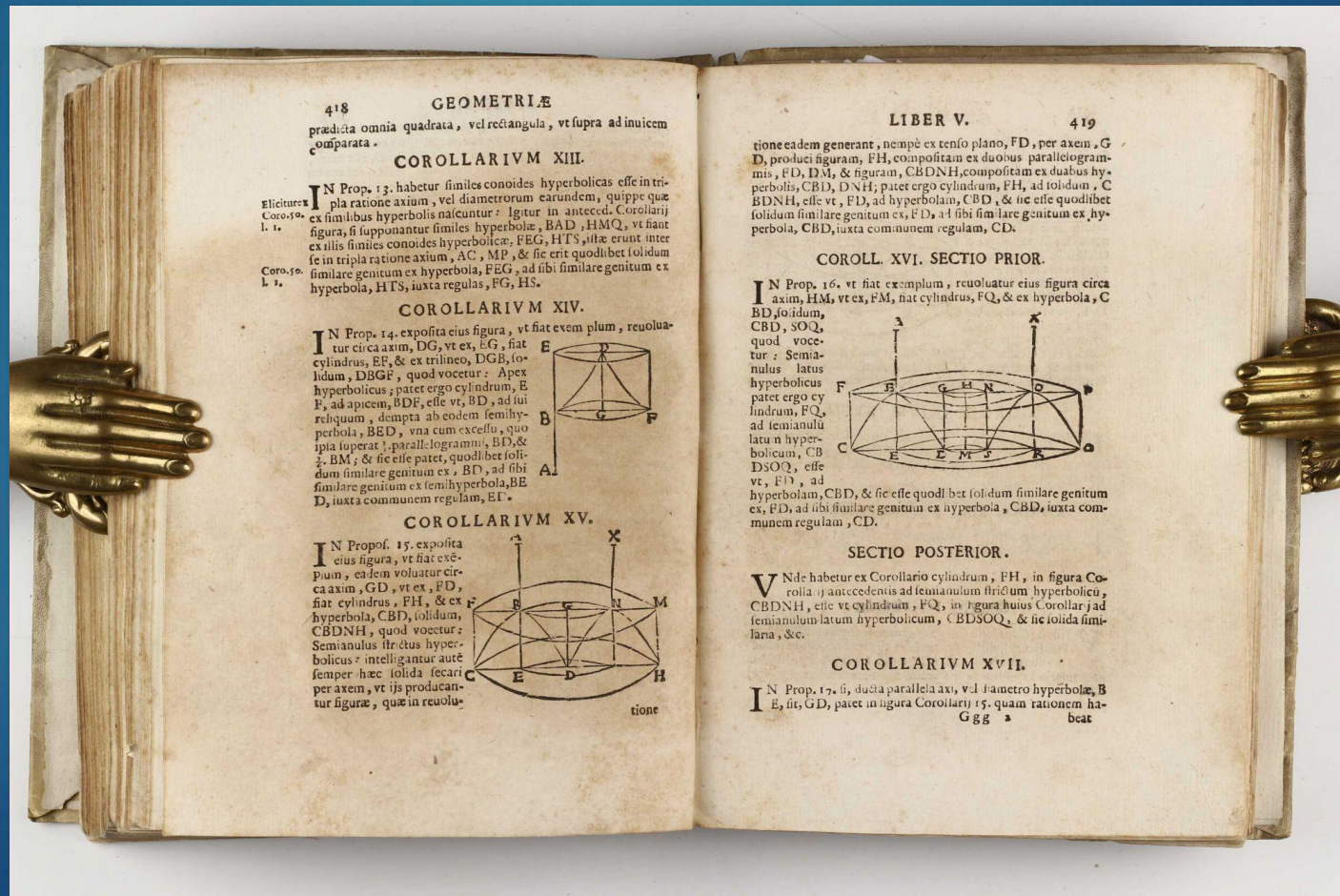
BONONIÆ, M.DC.LIII.

Ex Typographia de Ducijs.

Superiorum permissis

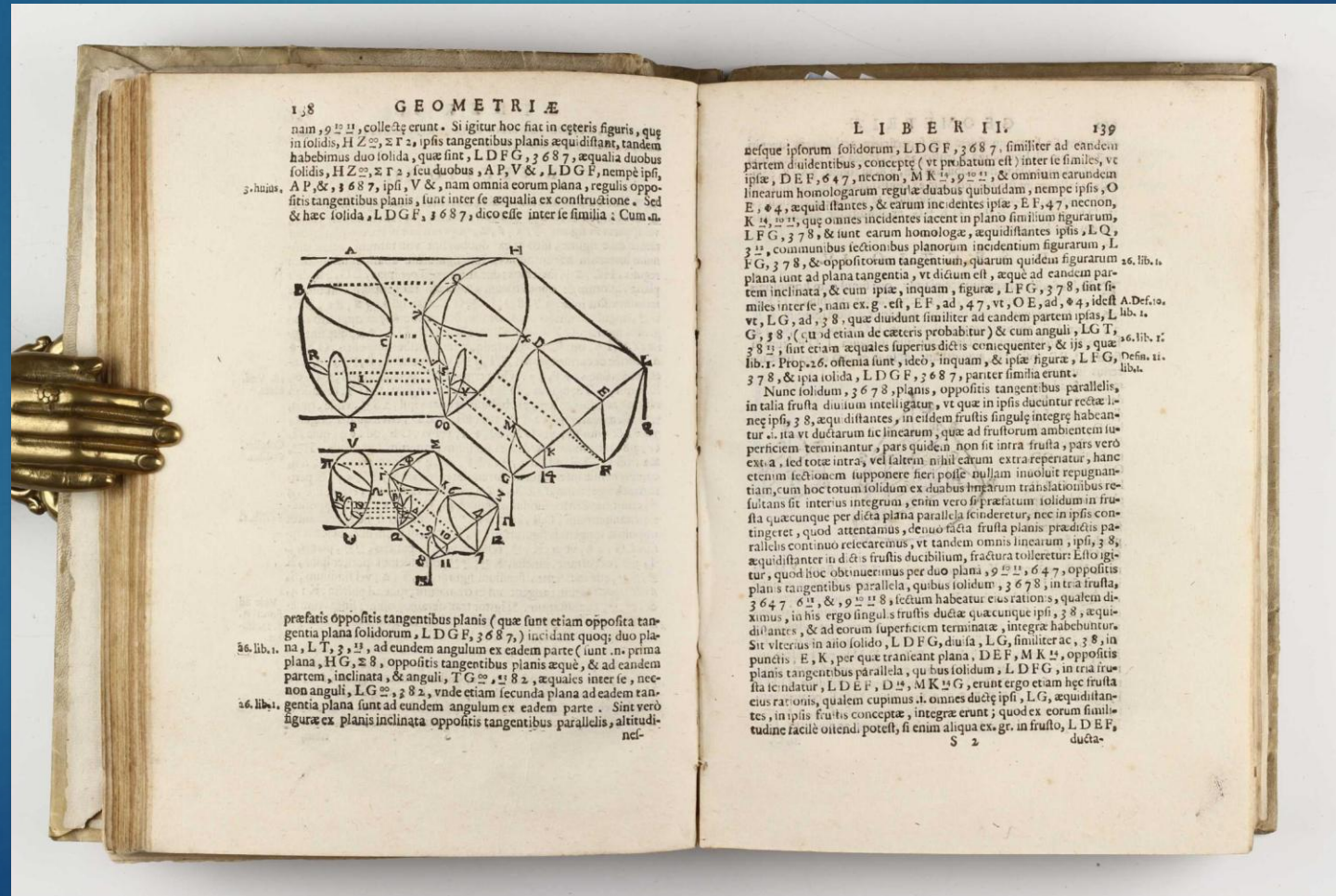
As faces do infinito

► Geometria indivisibilibus



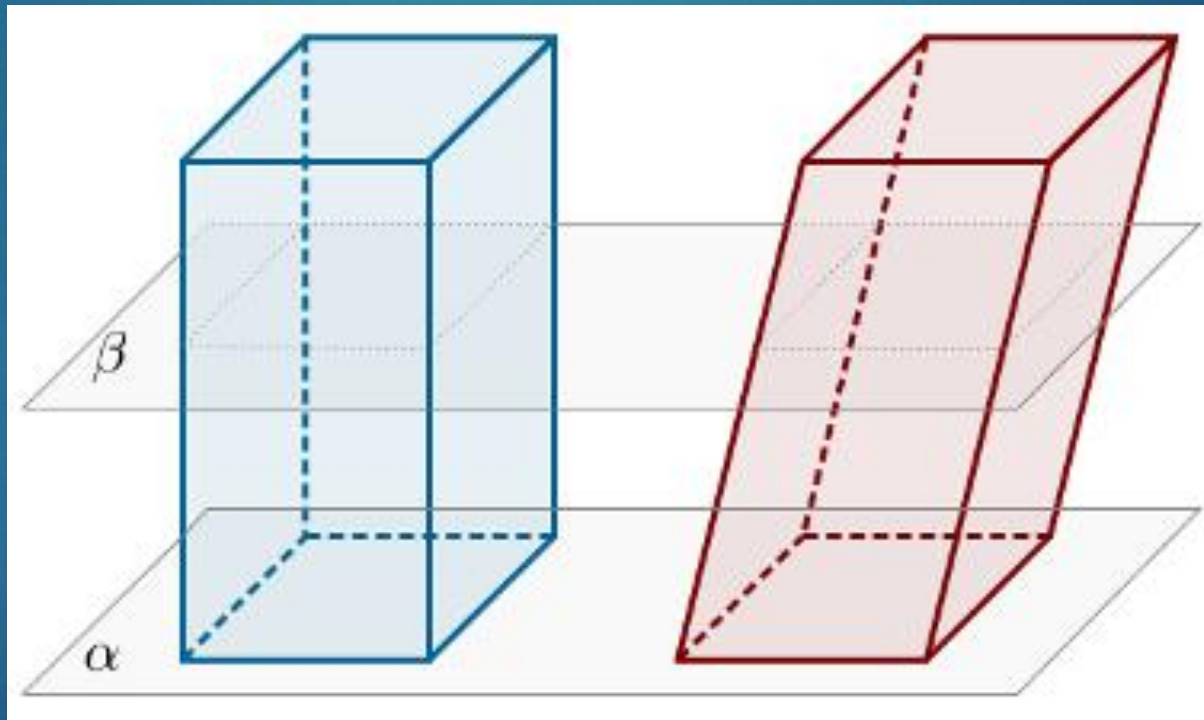
As faces do infinito

► Geometria indivisibilibus



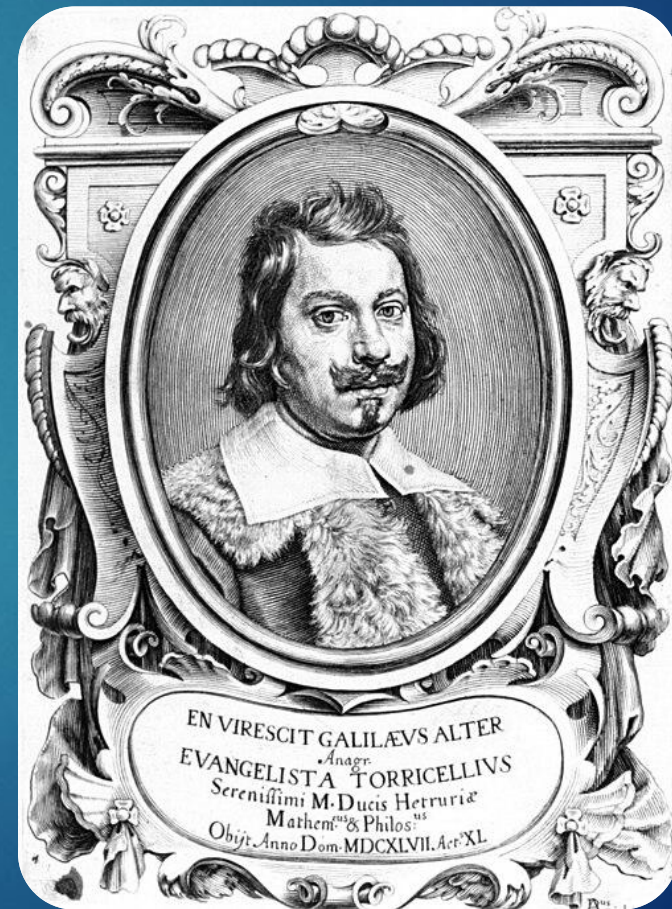
As faces do infinito

► Princípio de Cavalieri



As faces do infinito

- ▶ Evangelista Torricelli (Faenza, 15 de outubro de 1608 - Florença, 25 de outubro de 1647)



As faces do infinito

- ▶ Torricelli é mais conhecido pelas suas experiências para determinar a pressão atmosférica, que levou à invenção do barômetro de mercúrio. Mas também Torricelli se envolveu com métodos infinitesimais para o cálculo de áreas de superfícies curvas e volumes de sólidos curvos, como é o caso da famosa Trombeta de Gabriel, que é um sólido infinito com volume finito, mas com a área da superfície que o delimita sendo infinita.

As faces do infinito

- ▶ Torricelli é mais conhecido pelas suas experiências para determinar a pressão atmosférica, que levou à invenção do barômetro de mercúrio. Mas também Torricelli se envolveu com métodos infinitesimais para o cálculo de áreas de superfícies curvas e volumes de sólidos curvos, como é o caso da famosa Trombeta de Gabriel.

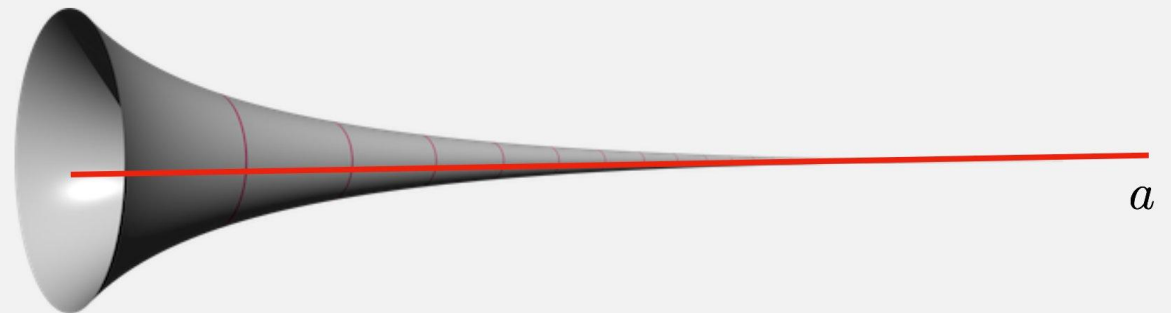
As faces do infinito

► Trombeta de Gabriel.

Gabriel's Horn

$$V = \pi \int_1^a \left(\frac{1}{x}\right)^2 dx = \pi \left(1 - \frac{1}{a}\right) \quad \lim_{a \rightarrow \infty} V = \lim_{a \rightarrow \infty} \pi \left(1 - \frac{1}{a}\right) = \pi$$

$$A = 2\pi \int_1^a \frac{1}{x} \sqrt{1 + \left(-\frac{1}{x^2}\right)^2} dx > 2\pi \int_1^a \frac{dx}{x} = 2\pi \ln(a) \quad \lim_{a \rightarrow \infty} A \geq \lim_{a \rightarrow \infty} 2\pi \ln(a) = \infty$$



As faces do infinito

- ▶ Gilles Personne de Roberval (Roberval, França, 9 de agosto de 1602 - Paris, 27 de outubro de 1675)

As faces do infinito

- ▶ Gilles Personne de Roberval (1602 -1675)



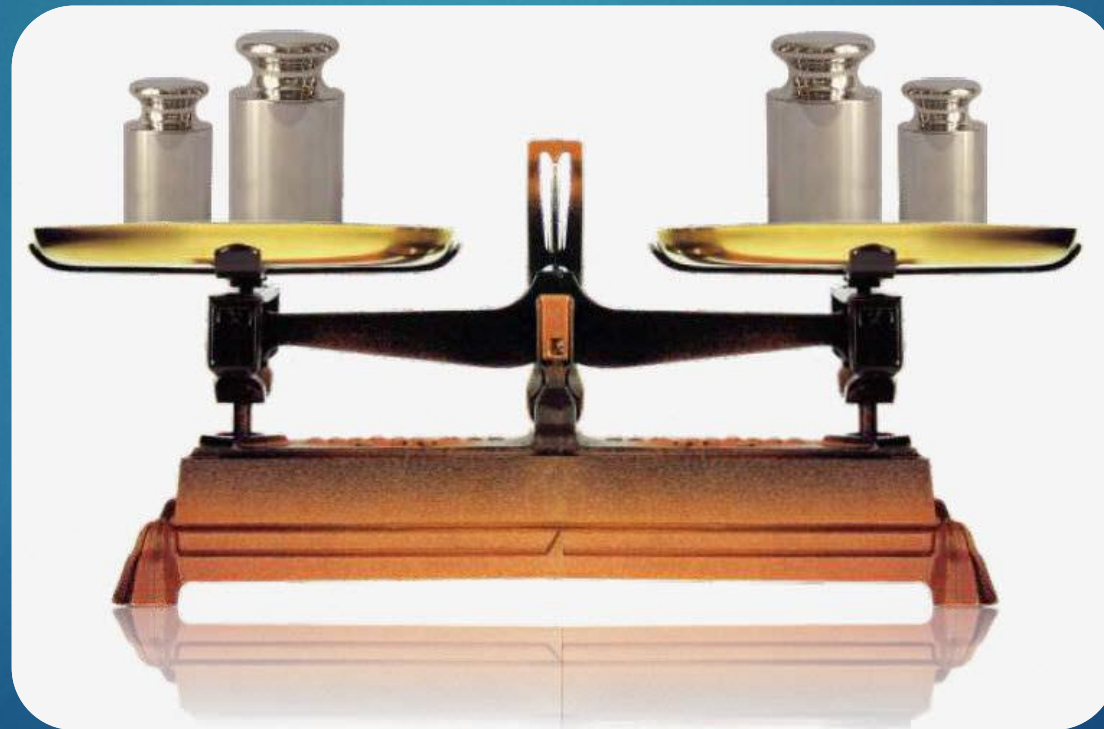
Retrato de Roberval
por ocasião da
inauguração da
Academia Francesa de
Ciências (1666)

As faces do infinito

- ▶ Gilles Personne de Roberval, além de ter inventado uma balança que leva o seu nome.

As faces do infinito

- ▶ Gilles Personne de Roberval, além de ter inventado uma balança que leva o seu nome.



As faces do infinito

- ▶ Gilles Personne de Roberval, além de ter inventado uma balança que leva o seu nome, também trabalhou com quadraturas e cubaturas usando o método dos indivisíveis (descoberto de forma independente ao de Cavalieri). Um resultado famoso devido a Roberval é a determinação da área de um cicloide usando o método de indivisíveis.

As faces do infinito

- ▶ Gilles Personne de Roberval, além de ter inventado uma balança que leva o seu nome, também trabalhou com quadraturas e cubaturas usando o método dos indivisíveis (descoberto de forma independente ao de Cavalieri). Um resultado famoso devido a Roberval é a determinação da área de um cicloide usando o método de indivisíveis.
- ▶ Roberval também inventou um método de determinar tangentes a curvas, antes da invenção da derivada.