



# História da Matemática

AULA 16

PRINCEPS MATHEMATICORUM!

# O príncipe dos matemáticos



Johann Carl Friedrich Gauss.  
Retrato pintado por  
Christian Albrecht Jensen  
(1792-1870).

# O príncipe dos matemáticos

- ▶ Johann Carl Friedrich Gauss (Braunschweig, Eleitorado da Saxônia, 30 de abril de 1777 - Göttingen, Reino de Hanôver, 23 de fevereiro de 1855), é considerado o mais notável entre os matemáticos e o maior matemático desde a antiguidade!

# O príncipe dos matemáticos

- ▶ Filho de Gebhard Dietrich Gauß, que era jardineiro, encanador e ajudante de pedreiro, e de Dorothea Benze, que era analfabeta. Mesmo de origem humilde, Gauss, logo mostrou talento precoce para a Matemática: tem a história que, aos sete anos, o professor mandou os alunos somarem todos os números de um a cem, e Gauss em poucos minutos trouxe a solução (redescobrimo sozinho a fórmula dos números triangulares, conhecidos desde os pitagóricos)!

# O príncipe dos matemáticos

- ▶ Gauss foi orientado na infância pelo jovem Matemático Johann Christian Martin Bartels (1769-1836), que também foi educador de Nikolai Lobatchevski, na Universidade de Kazan.

# O príncipe dos matemáticos

- ▶ Johann Christian Martin Bartels (1769-1836)



# O príncipe dos matemáticos

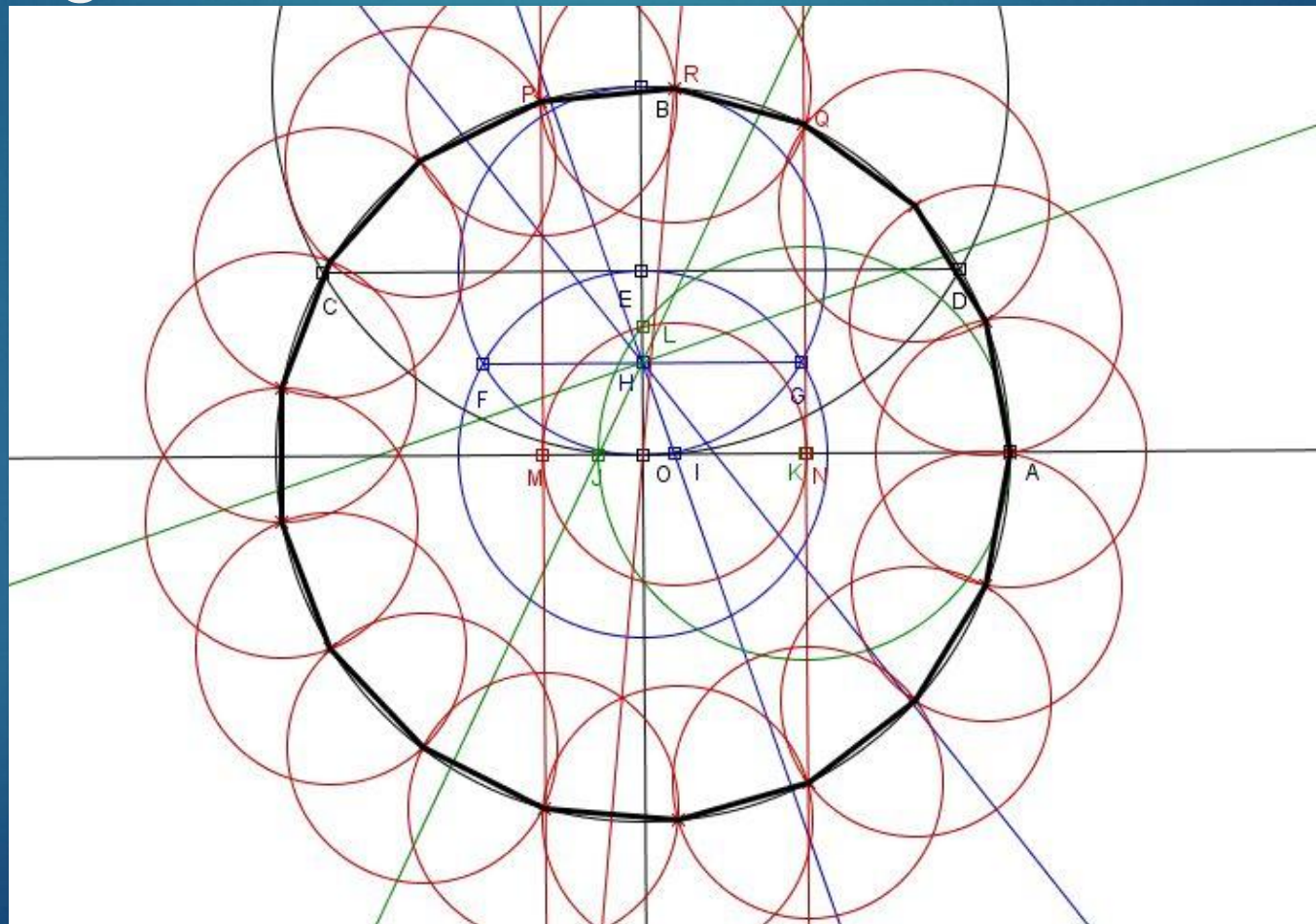
- ▶ Bartels logo reconheceu o talento extraordinário do menino e chegou a recomendá-lo ao Duque de Brunswick para que recebesse uma bolsa no Collegium Carolinum, entre 1792 e 1795. Dessa convivência escolar nasceu uma amizade duradoura que se manteve ao longo de toda a vida de ambos.

# O príncipe dos matemáticos

- ▶ Após o Colégio, Gauss ingressou na Universidade de Göttingen, patrocinado pelo Duque de Brunswick, onde estudou, Matemática, Ciências e Línguas Clássicas (Grego e Latim). Em 1796 (19 anos), Gauss elabora um método para a construção com régua e compasso de um polígono regular de 17 lados. De fato, ele mostrou que era possível fazer a mesma técnica para polígonos cujo número de lados fosse um primo de Fermat (3, 5, 17, 257, 65537).

# O príncipe dos matemáticos

- ▶ polígono regular de 17 lados



# O príncipe dos matemáticos

- ▶ polígono regular de 17 lados

$$\begin{aligned}\cos\left(\frac{2\pi}{17}\right) &= -\frac{1}{16} + \frac{1}{16}\sqrt{17} + \frac{1}{16}\sqrt{34 - 2\sqrt{17}} \\ &+ \frac{1}{8}\sqrt{17 + 3\sqrt{17} - \sqrt{34 - 2\sqrt{17}} - 2\sqrt{34 + 2\sqrt{17}}}\end{aligned}$$

# O príncipe dos matemáticos

- ▶ Em 1799 (22 anos), Gauss defende sua tese de doutorado (não em Göttingen, mas na Universidade de Helmstedt, a única Universidade Estatal do Ducado) sobre o Teorema Fundamental da Álgebra:  
Demonstratio nova theorematis omnem functionem algebraicam rationalem integram unius variabilis in factores reales primi vel secundi gradus resolvi posse.

# O príncipe dos matemáticos

- ▶ Gauss publicou ainda mais duas versões de seu Teorema Fundamental da Álgebra em 1816. A sua primeira demonstração continha um erro que foi resolvido pelo matemático amador franco-suíço Jean-Robert Argand (1768-1822).

# O números complexos

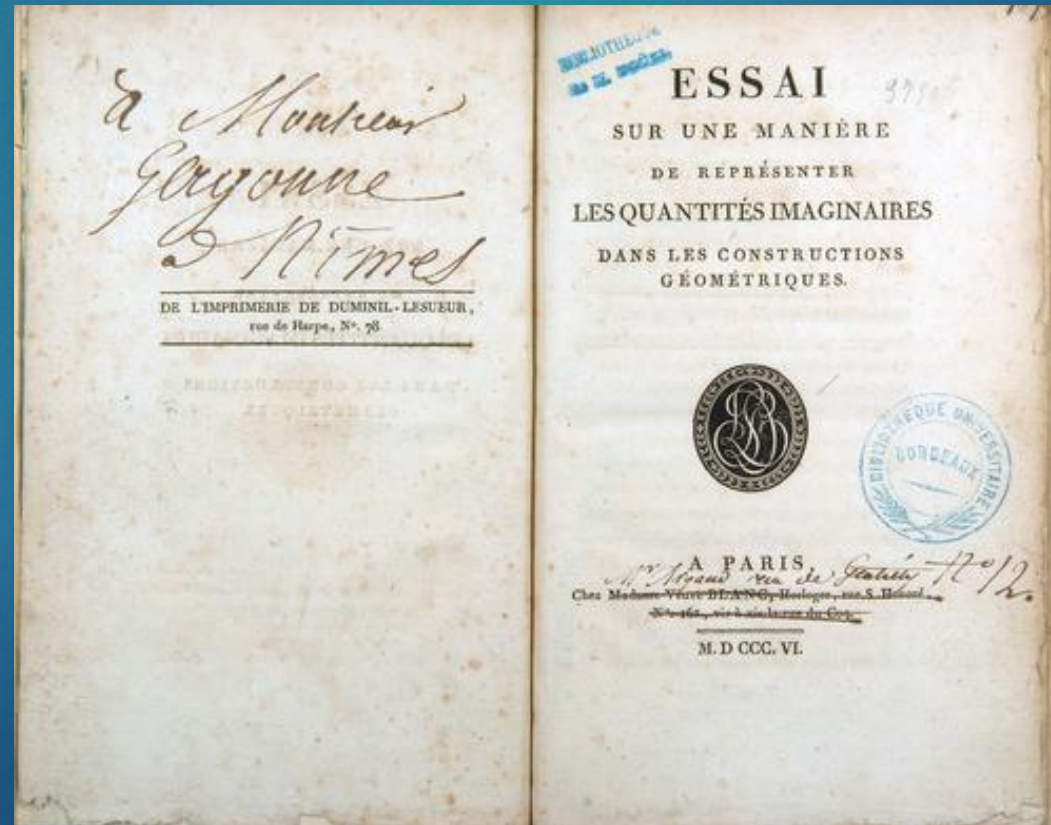
- ▶ Gauss divide com Argand a primazia da representação dos números complexos como pontos no plano cartesiano.

# Os números complexos

- ▶ Gauss divide com Argand a primazia da representação dos números complexos como pontos no plano cartesiano.
- ▶ Argand publicou em 1806 sua obra *Essai sur une manière de représenter les quantités imaginaires dans les constructions géométriques*

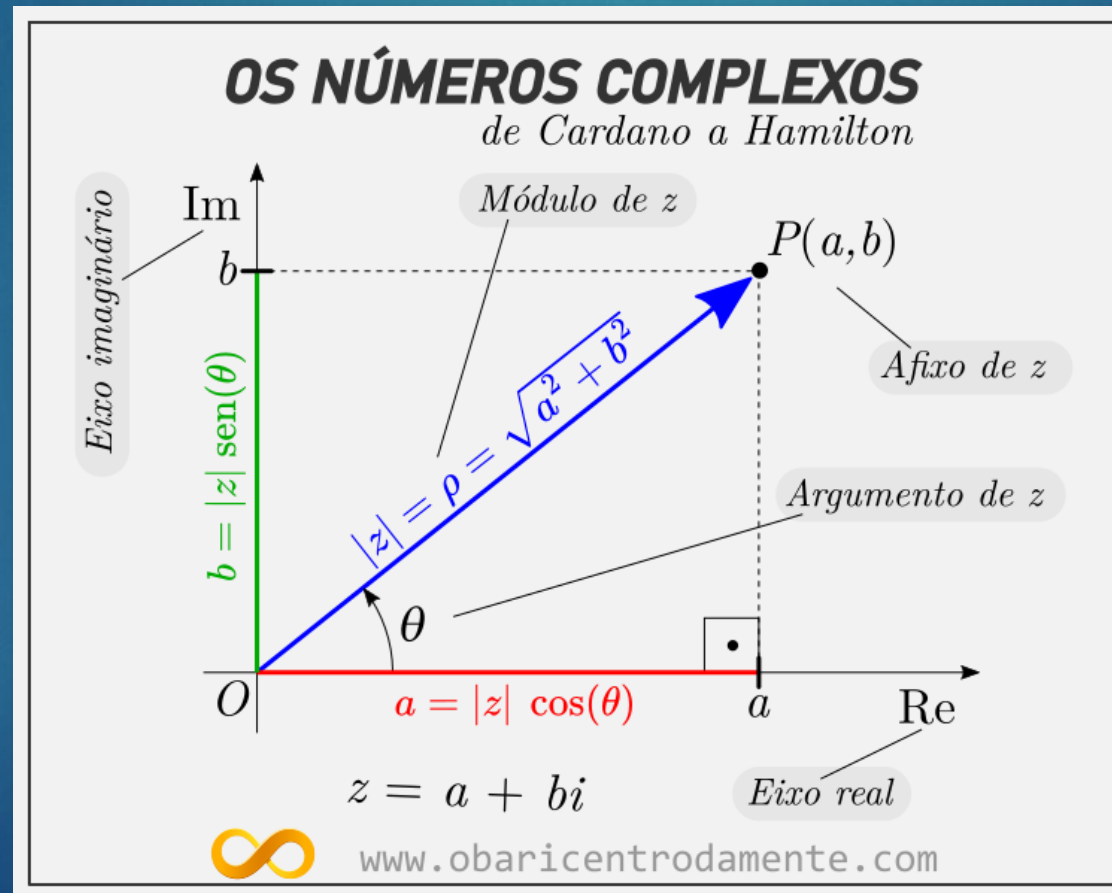
# Os números complexos

- ▶ Essai sur une manière de représenter les quantités imaginaires dans les constructions géométriques



# Os números complexos

- Representação de  $\mathbb{C}$  segundo Argand e Gauss:



# Os números complexos

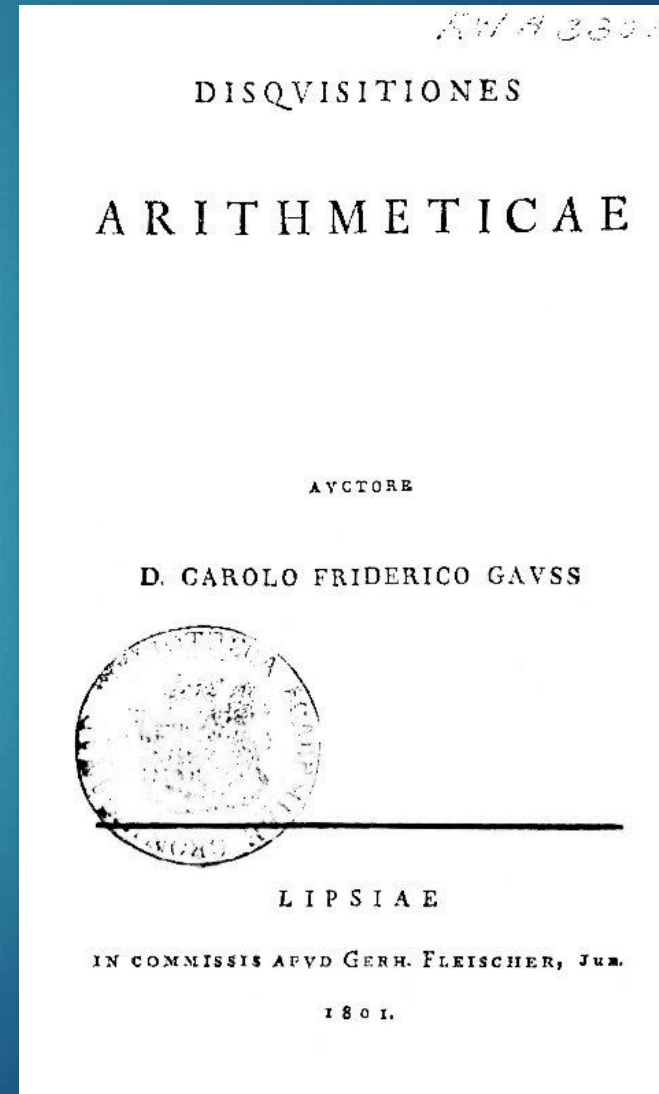
- ▶ A representação dos números complexos sobre um plano só foi possível graças ao trabalho do matemático e cartógrafo Norueguês/Dinamarquês Caspar Wessel (1745-1818). Em sua obra *Om directionens analytiske betegning* (Sobre a representação analítica da direção) de 1797, Wessel interpretou o número imaginário  $i = \sqrt{-1}$  como uma rotação de  $90^\circ$  no sentido anti-horário.

# Disquisitiones Arithmeticae

- ▶ A obra Disquisitiones Arithmeticae (Investigações de Aritmética) foi escrita por Gauss em 1798 (com 21 anos) e foi publicada em 1801 (quando Gauss tinha 24 anos), é considerada uma obra prima de Gauss, que deu origem ao estudo da moderna teoria dos números.

# Disquisitiones Arithmeticae

## ► Disquisitiones Arithmeticae

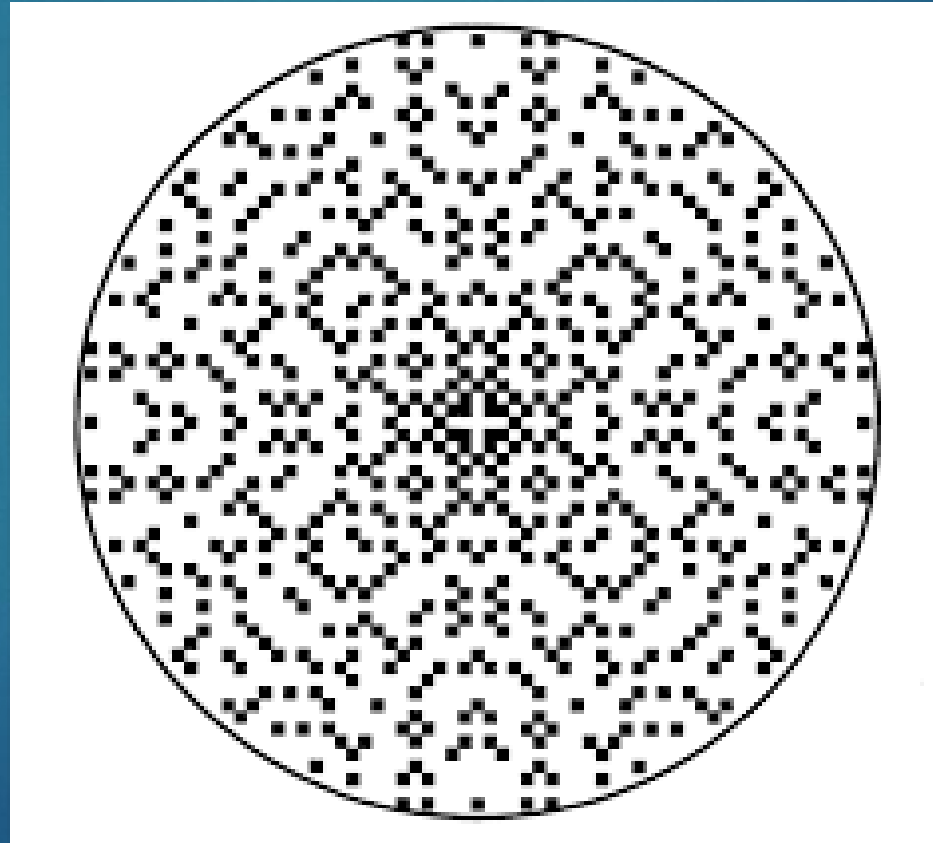


# Disquisitiones Arithmeticae

- ▶ Disquisitiones Arithmeticae é dividido em VII seções:
- ▶ I. Números congruentes em geral
- ▶ II. Congruências de primeiro grau
- ▶ III. Resíduos de potências
- ▶ IV. Congruências de segundo grau
- ▶ V. Formas e equações indeterminadas de segundo grau
- ▶ VI. Várias aplicações das discussões anteriores
- ▶ VII. Equações definindo seções de um círculo.

# Disquisitiones Arithmeticae

## ► Primos Gaussianos



# A família Gauss

- ▶ Em outubro de 1805 casou-se com Johanna Elisabeth Rosina Osthoff (nascida em 8 de maio de 1780) e que faleceu alguns anos depois, em 11 de outubro de 1809. Do primeiro casamento teve três filhos: Joseph, Wilhelmine e Louis. Depois, em 4 de agosto de 1810, casou com Friederica Wilhelmine Waldeck, com quem teve mais três filhos: Eugen, Wilhelm e Therese. Wilhelmine morreu em 12 de setembro de 1831.

# Gauss como Privatdozent

- ▶ Após o doutorado, Gauss ficou trabalhando como Privatdozent (quando o professor tem que angariar alunos para pagar o seu salário). Mesmo assim, ainda recebia auxílio financeiro do Duque de Brunswick até a morte do Duque, na batalha de Jena em 1806.

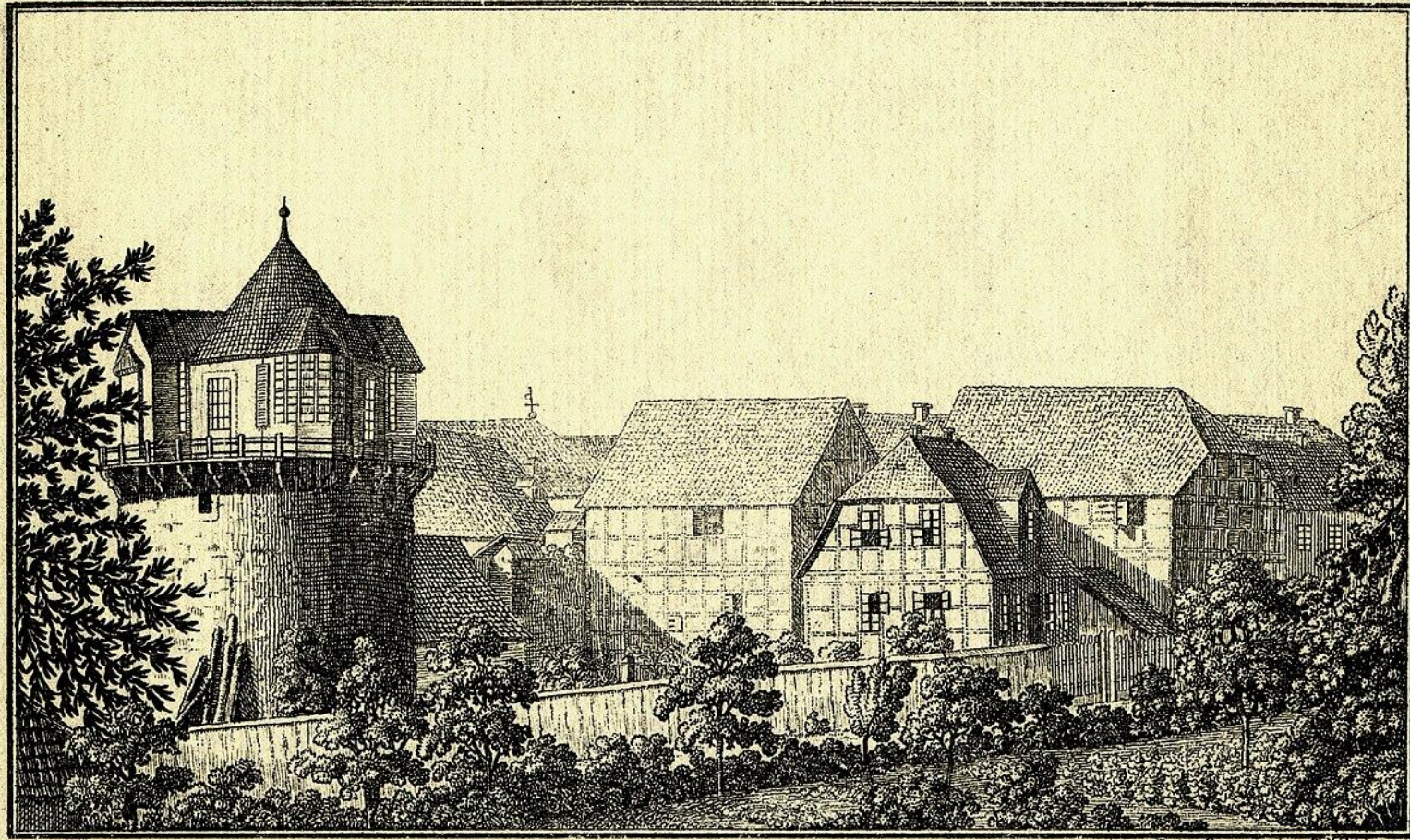
# Gauss como Privatdozent

- ▶ Após o doutorado, Gauss ficou trabalhando como Privatdozent (quando o professor tem que angariar alunos para pagar o seu salário). Mesmo assim, ainda recebia auxílio financeiro do Duque de Brunswick até a morte do Duque, na batalha de Jena em 1806.
- ▶ Neste período, Gauss estava realizando trabalho principalmente como astrônomo, calculando as órbitas dos asteróides. Em 1809 publicou *Theoria motus corporum coelestium* (Teoria do movimento dos corpos celestes).

# Gauss em Göttingen

- ▶ Em novembro de 1807, Gauss foi contratado pela Universidade de Göttingen, A instituição do recém fundado Reino de Westphalia. Em Göttingen, Gauss era professor e diretor do observatório astronômico. Gauss permaneceu no cargo até sua morte, em 1855.

# Gauss em Göttingen



*STERNWARTE in Göttingen.*

*By Grape in Göttingen.*

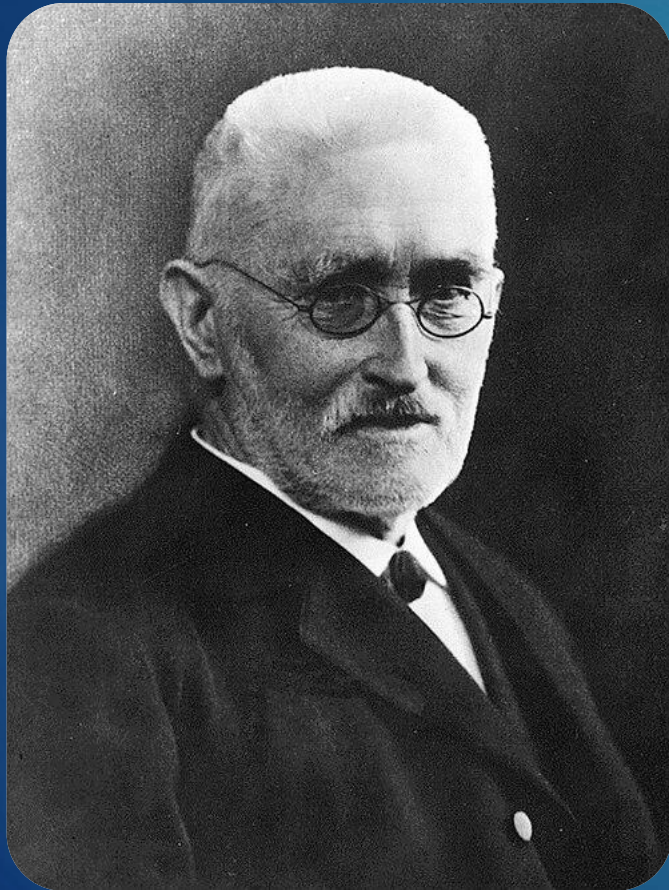
*STERNWARTE in Göttingen.*

# Gauss em Göttingen

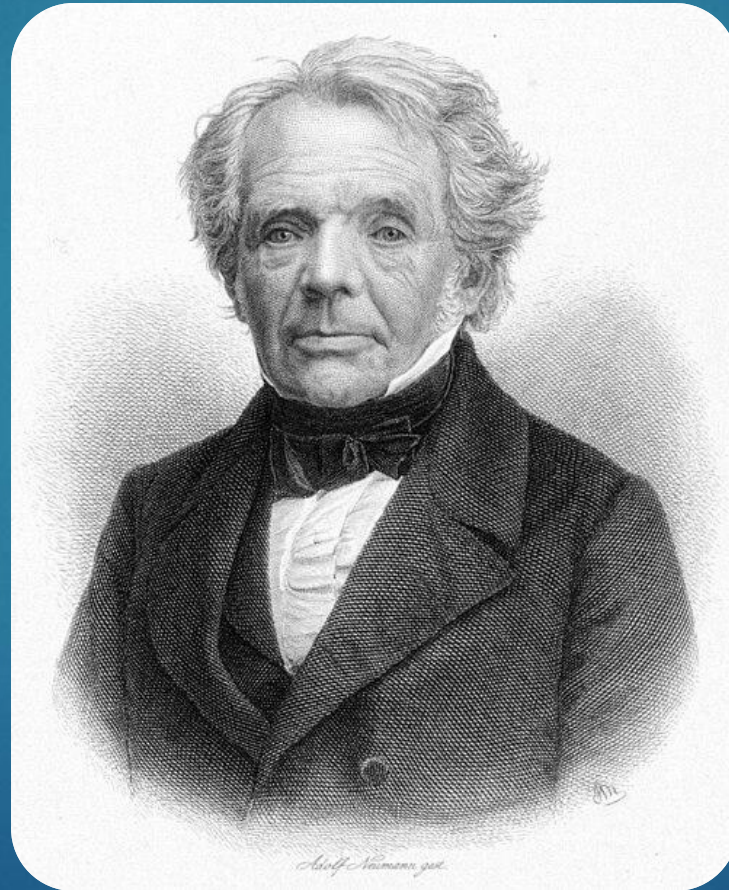
- ▶ Gauss não gostava de dar aulas, achava uma perda de tempo ficar dando aulas. Mesmo assim, durante sua carreira em Göttingen, sempre deu cursos e teve muitos estudantes que se tornaram célebres, entre eles: Julius Wilhelm Richard Dedekind (1831-1916), August Ferdinand Möbius (1790-1868) e Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826-1866)

# Gauss em Göttingen

Dedekind



Möbius



Riemann



# Gauss e Geometria

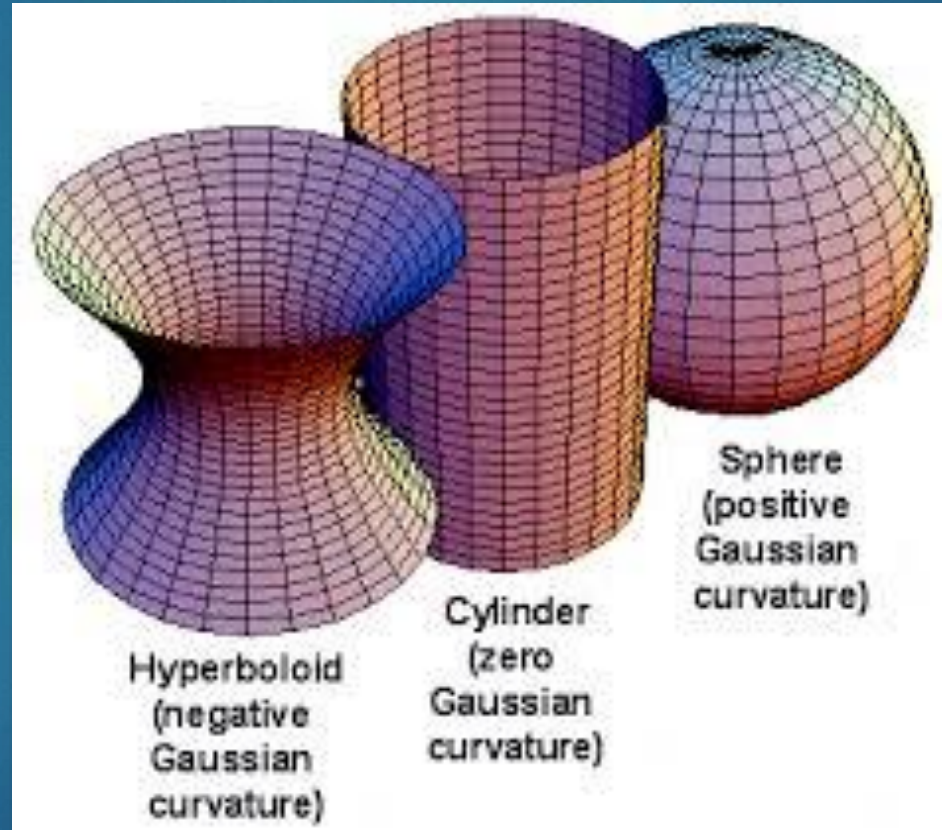
- ▶ Entre 1818 e 1832, Gauss coordenou um trabalho de campo, comissionado pelo Rei George IV, Rei do Reino Unido da Grã Bretanha e Irlanda e Rei de Hanover. O objetivo era fazer uma triangulação geodésica, para determinar os limites do Reino de Hanover. Graças a este trabalho prático, muitas das ideias de Gauss sobre a geometria diferencial de superfícies foram desenvolvidas.

# Gauss e Geometria

- ▶ Seu grande trabalho sobre Geometria Diferencial foi: "Disquisitiones generales circa superficies curvas" (Investigações gerais acerca de superfícies curvas), de 1827, onde introduz a noção de curvatura Gaussiana e demonstra o Theorema Egregium, e também o Teorema de Gauss-Bonnet sobre triângulos geodésicos.

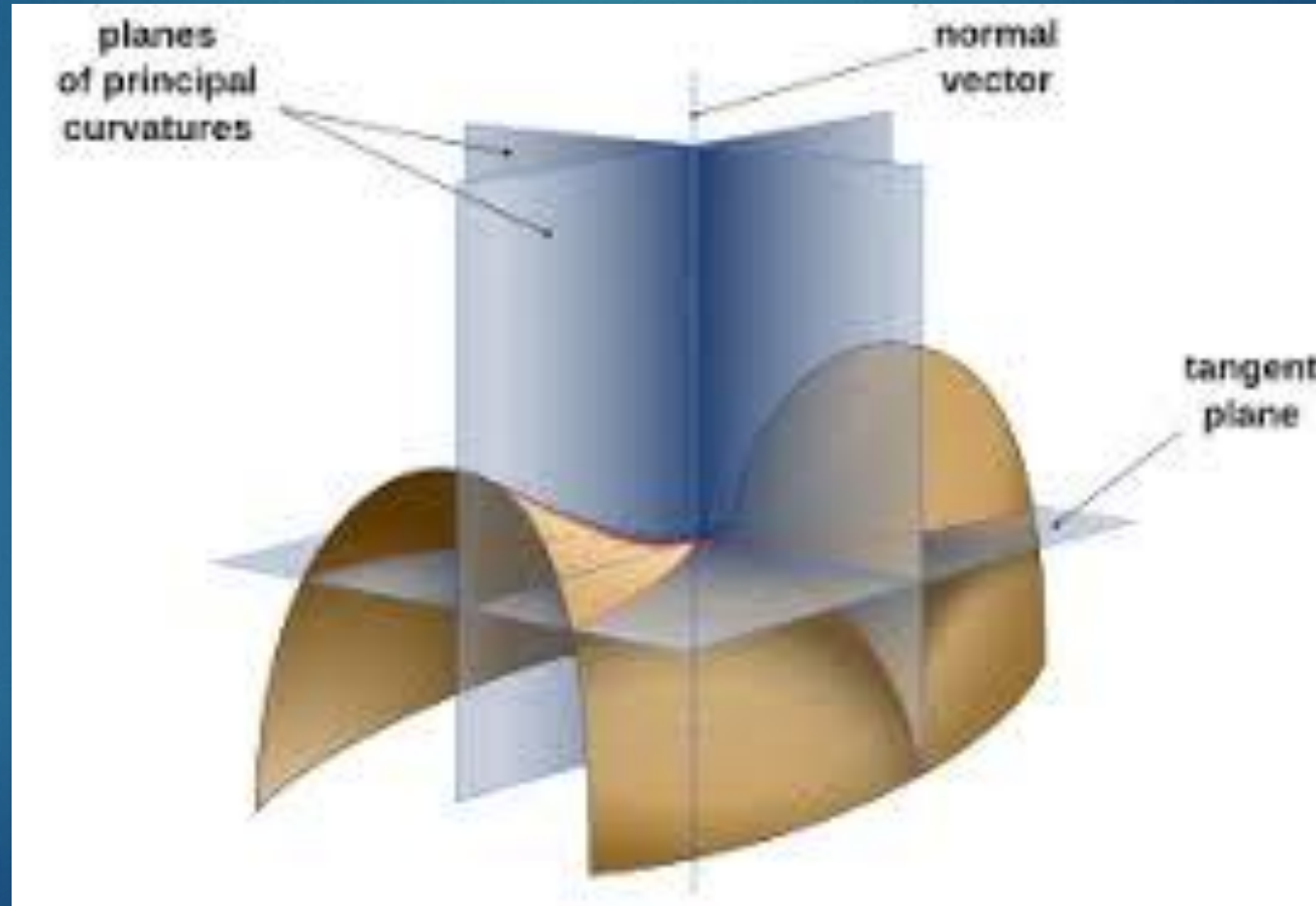
# Gauss e Geometria

## ► Curvatura Gaussiana



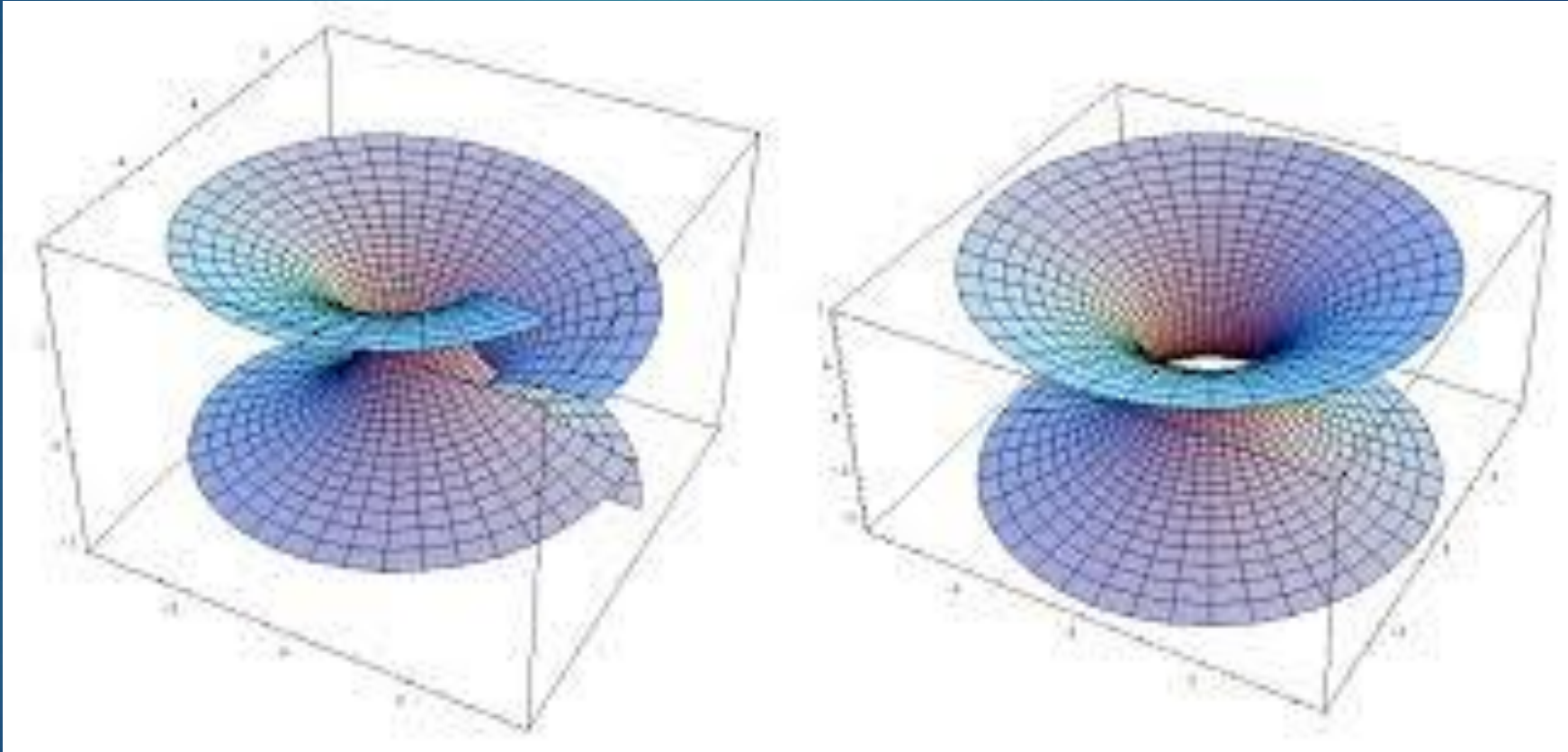
# Gauss e Geometria

## ► Curvatura Gaussiana



# Gauss e Geometria

## ► Theorema Egregium



# Gauss e Geometria

## ► Teorema de Gauss-Bonnet

$$\int_M K dA + \int_{\partial M} k_g ds = 2\pi\chi(M)$$

# Gauss e Topologia

- ▶ Dois fios elétricos passando corrente elétrica produzem entre si uma atração (ou repulsão) magnética. A partir desse fato, Gauss desenvolveu um invariante topológico para tratar nós e laços: o número de enlaces (linking number). Este é o início do que hoje conhecemos como Teoria de nós.

# Gauss e Topologia

## ▶ Linking number



# Gauss e Topologia

## ► Linking number

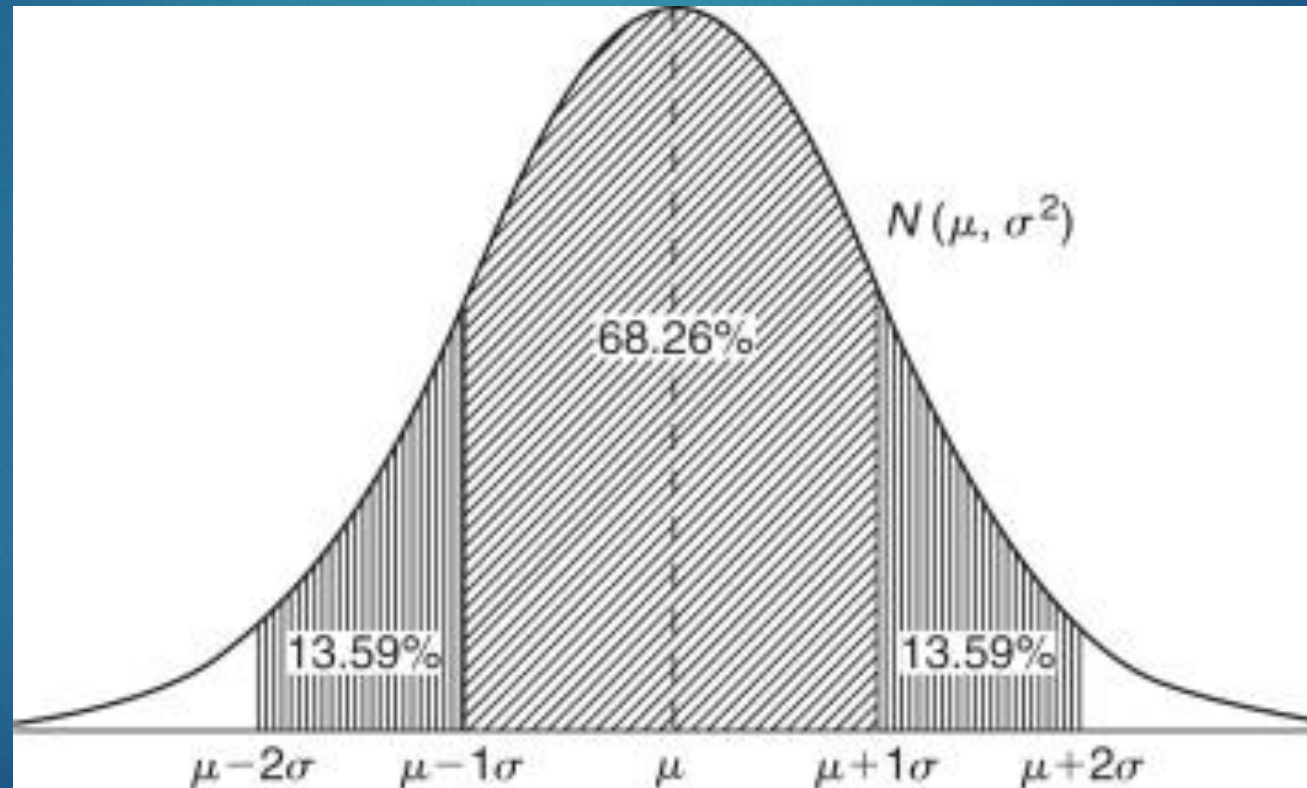
$$\begin{aligned} \text{link}(\gamma_1, \gamma_2) &= \frac{1}{4\pi} \oint_{\gamma_1} \oint_{\gamma_2} \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3} \cdot (d\mathbf{r}_1 \times d\mathbf{r}_2) \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{S^1 \times S^1} \frac{\det(\dot{\gamma}_1(s), \dot{\gamma}_2(t), \gamma_1(s) - \gamma_2(t))}{|\gamma_1(s) - \gamma_2(t)|^3} ds dt \end{aligned}$$

# Duas menções honrosas

- ▶ A análise de erros experimentais levou À formulação do que hoje conhecemos como Distribuição Gaussiana de Probabilidades.

# Duas menções honrosas

- ▶ Distribuição Gaussiana, ou Distribuição normal



# Duas menções honrosas

- ▶ Gauss também investigou a distribuição dos números primos

$$\pi(x) = \#\{p \in [1, x] | p \text{ primo}\}$$

Obtendo uma estimativa

$$\pi(x) \propto \frac{x}{\ln x}$$

- ▶ Essa estimativa foi aprimorada e hoje é um resultado conhecido como Teorema dos números primos, de Jacques Hadamard (1865-1963) e Charles de la Vallée Poussin (1866-1962).

# Um legado para a posteridade

- ▶ Gauss manteve-se intelectualmente ativo até o fim de sua vida. Morreu em em Göttingen, no dia 25 de fevereiro de 1855, com 78 anos incompletos. Foi enterrado no cemitério Albani em Göttingen. Seu genro e o seu amigo e biógrafo Sartorius von Waltershausen fizeram-lhe eulogias no seu enterro. Seu cérebro foi removido e preservado para estudos científicos.

# Um legado para a posteridade

- ▶ Gauss mantinha as anotações de seus trabalhos matemáticos em privado. Em geral, ele só publicava um artigo ou um livro quando o resultado já estivesse livre de qualquer imperfeição ou erro. Suas frases que resumem sua perspectiva em relação ao trabalho:

# Um legado para a posteridade

*“Uma catedral só está pronta quando for retirado o último andaime”*

# Um legado para a posteridade

*“Uma catedral só está pronta quando for retirado o último andaime”*

*“Prefiro ser uma árvore de poucos frutos, porém maduros”*

# Um legado para a posteridade

- ▶ Por isso, muitos de seus resultados só foram conhecidos do público após sua morte, quando suas anotações particulares foram coletadas. Durante sua vida, muitos resultados de outros matemáticos chegavam às mãos de Gauss, que dizia que ele mesmo já havia provado tal resultado, porém nunca publicado. Após a leitura dos manuscritos de Gauss, ficou claro que suas alegações sobre a autoria de muitos resultados eram, de fato, verdadeiras