



MTM3103 - Cálculo 3

Lista de exercícios 1.5 - Curvas em $\mathbb{R}^3$

Exercícios principais

Última atualização: 20 de abril de 2026.

P1. Em cada item, encontre uma parametrização do segmento de reta com pontos inicial e final dados de tal forma que o parâmetro varie no intervalo $[0, 1]$.

(a) Ponto inicial: $(-1, 2, 3)$; ponto final: $(4, -1, 1)$.

(b) Ponto inicial: $(4, -1, 1)$; ponto final: $(-1, 2, 3)$.

P2. Em cada item, encontre uma parametrização para a curva definida pela interseção das superfícies dadas.

(a) $x^2 + y^2 = 4$ e $z = xy$.

(b) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ e $z = 1 + y$.

(c) $z = 4x^2 + y^2$ e $y = x^2$.

(d) $z = x^2 - y^2$ e $x^2 + y^2 = 1$.

(e) $x^2 + 4y^2 + z^2 = 4$ e $x^2 + y^2 = 1$, com $z \geq 0$.

(f) $x^2 + y^2 = 4$ e $z = x^2$.

(g) $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ e $z = 4$.

(h) $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ e $x = y$.

P3. Em cada item, encontre uma parametrização de sentido oposto.

$$(a) \begin{cases} x(t) = t^2 - t \\ y(t) = t^5 + 3t - 1 \\ z(t) = \arctg(2t^3 + 5) \end{cases}, t \in [2, 5].$$

$$(b) \begin{cases} x(\theta) = 2 \cos \theta \\ y(\theta) = 2 \sin \theta \\ z(\theta) = \theta \end{cases}, \theta \in [0, 2\pi].$$

P4. Em cada item, para a curva $\mathbf{r}(t)$ dada, determine: (i) os pontos inicial e final e se a curva é fechada, (ii) $\mathbf{r}'(t)$, $\|\mathbf{r}'(t)\|$, $\mathbf{r}'(0)$ e $\|\mathbf{r}'(0)\|$ e (iii) se o ponto $P = (-1, 0, 2)$ pertence à curva.

(a) $\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, \cos(5t))$, $t \in [0, 2\pi]$.

(b) $\mathbf{r}(t) = (2t - 3, t^2 - 1, t + 1)$, $t \in [-3, 3]$.

P5. Em cada item, faça o gráfico da curva.

$$(a) \begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \sin t \\ z(t) = t \end{cases}, t \in [0, 2\pi].$$

$$(b) \begin{cases} x(t) = t \cos t \\ y(t) = t \sin t \\ z(t) = t \end{cases}, t \in [0, 2\pi].$$

$$(c) \begin{cases} x(t) = \frac{\sqrt{2} \sin t}{2} \\ y(t) = \frac{\sqrt{2} \sin t}{2} \\ z(t) = \cos t \end{cases}, t \in [0, 2\pi].$$



MTM3103 - Cálculo 3

Gabarito da Lista de exercícios 1.5

Exercícios principais

P1.

$$(a) \begin{cases} x(t) = -1 + 5t \\ y(t) = 2 - 3t \\ z(t) = 3 - 2t \end{cases}.$$

$$(b) \begin{cases} x(t) = 4 - 5t \\ y(t) = -1 + 3t \\ z(t) = 1 + 2t \end{cases}.$$

P2.

$$(a) \begin{cases} x(\theta) = 2 \cos \theta \\ y(\theta) = 2 \sin \theta \\ z(\theta) = 2 \sin(2\theta) \end{cases}, \theta \in [0, 2\pi].$$

$$(b) \begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = \frac{t^2 - 1}{2} \\ z(t) = \frac{t^2 + 1}{2} \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

$$(c) \begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = t^2 \\ z(t) = 4t^2 + t^4 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

$$(d) \begin{cases} x(\theta) = \cos \theta \\ y(\theta) = \sin \theta \\ z(\theta) = \cos(2\theta) \end{cases}, \theta \in [0, 2\pi].$$

$$(e) \begin{cases} x(\theta) = \cos \theta \\ y(\theta) = \sin \theta \\ z(\theta) = \sqrt{3} |\cos \theta| \end{cases}, \theta \in [0, 2\pi].$$

$$(f) \begin{cases} x(\theta) = 2 \cos \theta \\ y(\theta) = 2 \sin \theta \\ z(\theta) = 4 \cos^2 \theta \end{cases}, \theta \in [0, 2\pi].$$

$$(g) \begin{cases} x(\theta) = 3 \cos \theta \\ y(\theta) = 3 \sin \theta \\ z(\theta) = 4 \end{cases}, \theta \in [0, 2\pi].$$

$$(h) \begin{cases} x(\theta) = 2\sqrt{2} \sin \phi \\ y(\theta) = 2\sqrt{2} \sin \phi \\ z(\theta) = 4 \cos \phi \end{cases}, \phi \in [0, 2\pi].$$

P3.

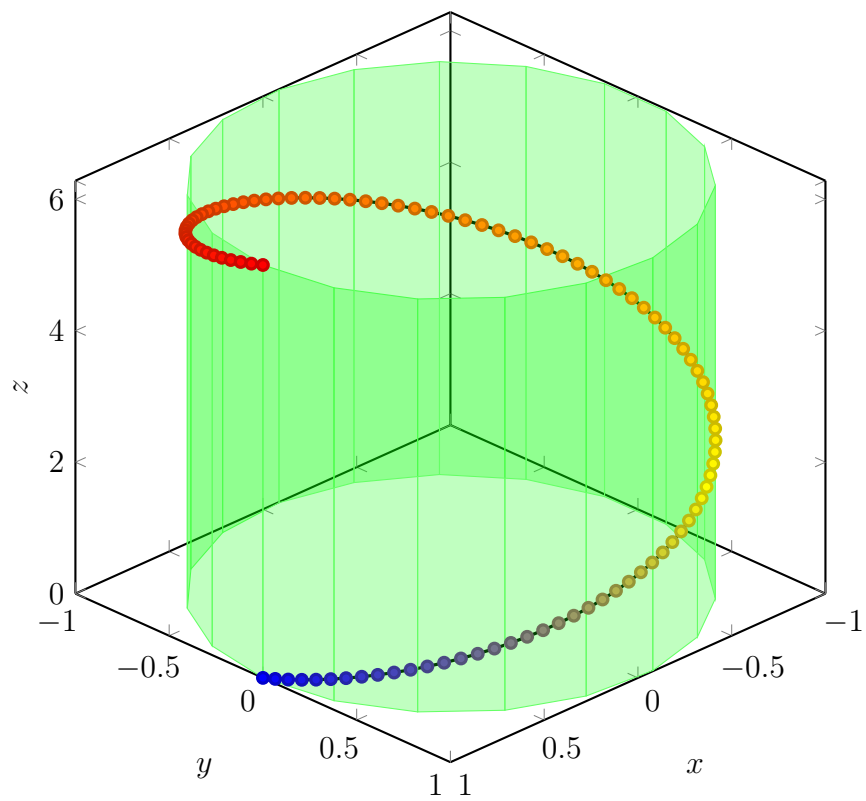
$$(a) \begin{cases} x(t) = (7-t)^2 - (7-t) \\ y(t) = (7-t)^5 + 3(7-t) - 1 \\ z(t) = \arctg(2(7-t)^3 + 5) \end{cases}, t \in [2, 5]. \quad (b) \begin{cases} x(\theta) = 2 \cos \theta \\ y(\theta) = -2 \sin \theta \\ z(\theta) = 2\pi - \theta \end{cases}, \theta \in [0, 2\pi].$$

P4.

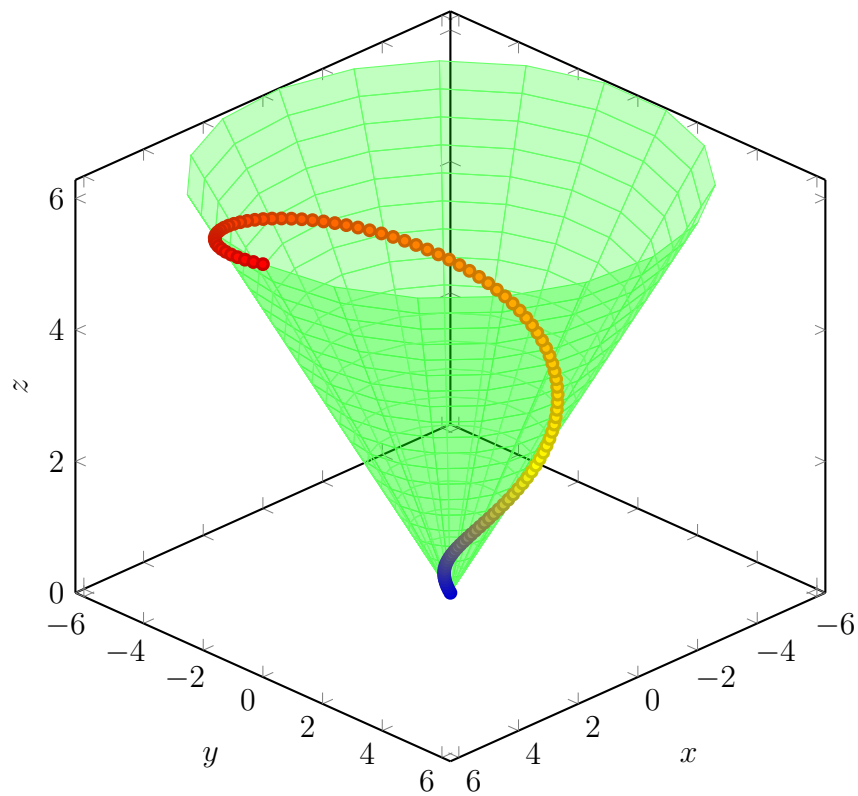
- (a) (i) Ponto inicial: $(1, 0, 1)$; ponto final: $(1, 0, 1)$; a curva é fechada.
(ii) $\mathbf{r}'(t) = (-\sin t, \cos t, -5 \sin(5t))$; $\|\mathbf{r}'(t)\| = \sqrt{1 + 25 \sin^2(5t)}$, $\mathbf{r}'(0) = (0, 1, 0)$ e $\|\mathbf{r}'(0)\| = 1$.
(iii) O ponto P não pertence à curva.
- (b) (i) Ponto inicial: $(-9, 8, -2)$; ponto final: $(3, 8, 4)$; a curva não é fechada.
(ii) $\mathbf{r}'(t) = (2, 2t, 1)$; $\|\mathbf{r}'(t)\| = \sqrt{5 + 4t^2}$, $\mathbf{r}'(0) = (2, 0, 1)$ e $\|\mathbf{r}'(0)\| = \sqrt{5}$.
(iii) O ponto P pertence à curva.

P5.

(a)



(b)



(c)

