



MTM3103 - Cálculo 3

Lista de exercícios 4.4.2.2.3 - Integrais de superfície de funções vetoriais e diferencial vetorial

Exercícios principais

Última atualização: 27 de maio de 2024.

P1. Em cada item, calcule a integral de superfície.

- (a) $\iint_S (ze^{xy}, -3ze^{xy}, xy) \cdot d\vec{S}$, em que S é dada por $\vec{r}(u, v) = (u + v, u - v, 1 + 2u + v)$, $0 \leq u \leq 2$, $0 \leq v \leq 1$, com a orientação do vetor normal $\vec{r}_u \times \vec{r}_v$.
- (b) $\iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$, em que $\vec{F} = \vec{i} + y\vec{j} + x\vec{k}$ e S é dada por $\vec{r}(u, v) = u \cos v \vec{i} + u \sin v \vec{j} + v \vec{k}$, $0 \leq u \leq 1$, $0 \leq v \leq \pi$, com a orientação do vetor normal $\vec{r}_u \times \vec{r}_v$.
- (c) $\iint_S (-z, z, x) \cdot \vec{n} dS$, em que S é o hemisfério $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ e $y \geq 0$, com orientação para a direita.
- (d) $\iint_S (x, y, z^2) \cdot d\vec{S}$, em que S é a esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ orientada para fora.
- (e) $\iint_S (y, -x, 2z) \cdot d\vec{S}$, em que S é o hemisfério $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ e $z \geq 0$, com orientação para baixo.
- (f) $\iint_S (x, -z, y) \cdot d\vec{S}$, em que S é a parte da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ que está no primeiro octante, orientada para a origem.



MTM3103 - Cálculo 3

Lista de exercícios 4.4.2.2.3 - Integrais de superfície de funções vetoriais e diferencial vetorial

Exercícios complementares

C1. Em cada item, calcule a integral de superfície.

- (a) $\iint_S (xy, yz, zx) \cdot d\vec{S}$, em que S é a parte do parabolóide $z = 4 - x^2 - y^2$ que está acima do quadrado $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, com orientação para cima (isto é, coordenada z positiva).
- (b) $\iint_S (1, zx, xy) \cdot d\vec{S}$, em que S é a superfície $z = x \sin y$, $0 \leq x \leq 2$ e $0 \leq y \leq \pi$, com orientação para cima.
- (c) $\iint_S (xy, 4x^2, yz) \cdot d\vec{S}$, em que S é a superfície $z = xe^y$, $0 \leq x \leq 1$ e $0 \leq y \leq 1$, com orientação para cima.
- (d) $\iint_S (y, z - y, x) \cdot d\vec{S}$, em que S é a superfície do tetraedro de vértices $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ e $(0, 0, 1)$, com orientação para fora do tetraedro.



MTM3103 - Cálculo 3

Gabarito da Lista de exercícios 4.4.2.2.3

Exercícios principais

P1.

(a) $\iint_S (ze^{xy}, -3ze^{xy}, xy) \cdot d\vec{S} = -4.$

(b) $\iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} = 2.$

(c) $\iint_S (-z, z, x) \cdot \vec{n} dS = 0.$

(d) $\iint_S (x, y, z^2) \cdot d\vec{S} = \frac{8\pi}{3}.$

(e) $\iint_S (y, -x, 2z) \cdot d\vec{S} = -\frac{32\pi}{3}.$

(f) $\iint_S (x, -z, y) \cdot d\vec{S} = -\frac{4\pi}{3}.$



MTM3103 - Cálculo 3

Gabarito da Lista de exercícios 4.4.2.2.3

Exercícios complementares

C1.

(a) $\iint_S (xy, yz, zx) \cdot d\vec{S} = \frac{713}{180}.$

(b) $\iint_S (1, zx, xy) \cdot d\vec{S} = \pi^2 - 4.$

(c) $\iint_S (xy, 4x^2, yz) \cdot d\vec{S} = 1 - e.$

(d) $\iint_S (y, z - y, x) \cdot d\vec{S} = -\frac{1}{6}.$