



MTM3103 - Cálculo 3

Lista de exercícios 6.2 - Valor médio de uma função

Exercícios principais

Última atualização: 7 de fevereiro de 2025.

P1. Em cada item, determine o valor médio da função f no intervalo I .

- (a) $f(x) = x^2$ e $I = [1, 4]$.
- (b) $f(x) = \sin x$ e $I = [0, \pi]$.
- (c) $f(x) = \sin x$ e $I = [0, 2\pi]$.

P2. Em cada item, determine o valor médio da função f na curva C .

- (a) $f(x, y) = xy$ e C é o segmento de reta que liga os pontos $(0, 0)$ e $(3, 4)$.
- (b) $f(x, y) = y$ e C é a metade superior do círculo $x^2 + y^2 = 4$.
- (c) $f(x, y, z) = 2 - x + 3z$ e C é o segmento de reta que liga os pontos $(0, 0, 0)$ e $(1, 2, 2)$.
- (d) $f(x, y, z) = z$ e C é a curva $\vec{r}(t) = (3 \cos t, 3 \sin t, 4t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

P3. Em cada item, determine o valor médio da função f na região R .

- (a) $f(x, y) = x^2y$ e $R = [-1, 1] \times [0, 5]$.
- (b) $f(x, y) = xy$ e R é a região interna ao triângulo de vértices $(0, 0)$, $(1, 0)$ e $(1, 3)$.
- (c) $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ e R é a região entre os círculos $x^2 + y^2 = a^2$ e $x^2 + y^2 = b^2$, com $0 < a < b$.

P4. Em cada item, determine o valor médio da função f na superfície S .

- (a) $f(x, y, z) = z$ e S é a parte da superfície $z = 2x + 2y$ que fica acima do retângulo $[0, 1] \times [0, 1]$.
- (b) $f(x, y, z) = z^2$ e S é a superfície esférica $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

P5. Em cada item, determine o valor médio da função f na região R .

- (a) $f(x, y, z) = xyz$ e $R = [0, a] \times [0, b] \times [0, c]$.
- (b) $f(x, y, z) = z$ e R é a região delimitada pelo parabolóide $z = 4(x^2 + y^2)$ e pelo plano $z = 4$.
- (c) $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ e R é o hemisfério $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$ com $z \geq 0$.



MTM3103 - Cálculo 3

Gabarito da Lista de exercícios 6.2

Exercícios principais

P1.

- (a) 7.
- (b) $\frac{2}{\pi}$.
- (c) 0.

P2.

- (a) 4.
- (b) $\frac{4}{\pi}$.
- (c) $\frac{9}{2}$.
- (d) 4π .

P3.

- (a) $\frac{5}{6}$.
- (b) $\frac{3}{4}$.
- (c) $\frac{2}{a+b}$.

P4.

- (a) 2.
- (b) 3.

P5.

- (a) $\frac{abc}{8}$.
- (b) $\frac{8}{3}$.
- (c) $\frac{9}{4}$.