Ole Skovsmose

EDUCAÇÃO CRÍTICA

INCERTEZA, MATEMÁTICA, RESPONSABILIDADE

CORTEZ EDITORA

Ole Skovsmose

EDUCAÇÃO CRÍTICA

ste livro de Ole Skovsmose é um verdadei-
o tratado que aponta os fins da educação
ara esta sociedade globalizada e de risco
m que hoje nos encontramos. (...)
Para o autor a matematização da socie-
lade exige o suporte do aparato da razão,
ue constitui seu próprio núcleo. É uma
omplexidade construída e não uma habi-
idade específica da razão ou da raciona-
idade. Inclui uma variedade de técnicas
ientíficas e tecnológicas importantes
ara o desenvolvimento e manutenção da
ecnologia. Sustentando essa complexida-
e está a Matemática, que não comparece
omo uma racionalidade específica que dê
ustentação ao modo de pensar, porém,
o estar com a ciência, com a economia,
om a política, possibilita a construção de
struturas tecnológicas e realização de
ções tecnológicas. Pergunta e encami-
ha possibilidades de enfrentamento da
uestão proposta: como a escola trabalha
u deveria trabalhar com essas realida-
es? Qual a possibilidade para a Educação
latemática?

Maria Aparecida Viggiani Bicudo

CORTEZ EDITORA

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Skovsmose, Ole
Educação crítica : incerteza, matemática, responsabilidade / Ole Skovsmose ; tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. — São Paulo : Cortez, 2007.

Título original: Travelling through education.
Bibliografia.
ISBN 978-85-249-1294-8

1. Matemática - Estudo e ensino I. Título.

07-3999 CDD-510.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Estudo e ensino 510.7

Ole Skovsmose

EDUCAÇÃO CRÍTICA

Incerteza, Matemática, Responsabilidade

TRADUÇÃO DE
Maria Aparecida Viggiani Bicudo

CORTEZ EDITORA

Título original: Travelling Through Education. Uncertainty, Mathematics, Responsibility
Sense Publishers, Rotterdam, 2005.
Ole Skovsmose

Capa: Estúdio Graal
Preparação de originais: Elisabeth Matar
Revisão: Maria de Lourdes de Almeida
Composição: Dany Editora Ltda.
Coordenação editorial: Danilo A. Q. Morales

Direitos para esta edição
CORTEZ EDITORA
Rua Bartira, 317 — Perdizes
05009-000 — São Paulo-SP
Tel.: (11) 3864-0111 Fax: (11) 3864-4290
e-mail: cortez@cortezeditora.com.br
www.cortezeditora.com.br

Impresso no Brasil — julho de 2007

Sumário

Apresentação 9
Agradecimentos 15
Introdução 17

PARTE 1. A educação matemática está em toda parte

1. Cinema paradiso 25
2. A educação matemática faz maravilhas 28
3. Na sala de aula 33
4. Uma perspectiva cultural 38
5. A política de obstáculos de aprendizagem 42
6. Educação matemática está em todo lugar 47
7. Globalização 52
8. Processando o conhecimento 55
9. Guetorização 61
10. Educação matemática é crítica 66
11. Educação matemática crítica 72

PARTE 2. Matemática em ação

12. Ideologia da certeza e realidade virtual 81
13. Transparência epistêmica fornece certeza 83

14. Transparência e progresso 90
15. A suposição de progresso 99
16. De mãos limpas? 103
17. Modelagem como representação 107
18. A teoria da representação 109
19. Matemática em todo lugar 113
20. Matemática em ação 116
21. Mais matemática em ação 118
22. Três aspectos da matemática em ação 122
23. Matemática e poder 128
24. Sem palavras 134

PARTE 3. Aporia

25. O paradoxo da razão 141
26. Tecnologia 144
27. Pensamento uni e bidimensional 149
28. O aparato da razão 155
29. Crítica parece impossível 159
30. Aporia 163
31. Má-fé 167
32. Crítica: um conceito solúvel? 172
33. Desafios à teorização social 177
34. Desafios para a filosofia da matemática 182
35. Desafios para a educação matemática 185
36. Modernidade e o holocausto 189

PARTE 4. Matemácia pode significar esperança

37. Dor de cabeça 197
38. Construtivismo radical 201
39. Construtivismo racional 205
40. Matemática significa muitas coisas 210

41. Enfrentando uma aporia 214
42. Matemática pode ser real 218
43. Conhecimento pode significar ação 222
44. Reflexões podem ser públicas 225
45. Aprendizagem pode significar diálogo 229
46. Aprendizes podem ser barulhentos 233
47. Conflitos podem estabelecer a cena 236
48. Matemácia pode significar esperança 240
49. Guetorização nunca pode ser ignorada 243
50. Globalização está por todo lado 247
51. Conceitos explosivos 251
52. *Cinema Paradiso*, versão longa 253

Reciclando 258

Algumas considerações 265

Referências 274

Índice analítico de nomes 295

Índice analítico temático 301

Apresentação

O título original deste livro é *Travelling Through Education: Uncertainty, Mathematics, Responsability*. O significado de "viajando pela educação" é explicitado em termos de uma incursão pelos conceitos, teorias, ideologias e experiências vividas no âmbito da educação matemática, de tal maneira que o autor se percebe fazendo uma viagem por muitas e diferentes regiões. Essa viagem acarreta ambigüidades em termos de ver-se expandindo sua compreensão sobre educação, ao mesmo tempo em que toma ciência de estar se desenraizando daqueles conceitos com os quais costumava trabalhar. Ao deixar-me ir pelos meandros da leitura de seu livro, engajando-me na interpretação compreensiva, de modo comprometido durante o processo de dizer o dito em outra língua, no caso o português, minha língua mãe, acabei sendo companheira, em certo sentido, dessa viagem.

Adentrei a concepção de educação (matemática) em ação, passeando com o autor por muitos lugares. Por textos importantes, de autores não menos importantes, muitos dos quais filósofos, psicólogos, e pelas idéias relativas à educação crítica, que se apresenta tanto com o significado de uma visão crítica da educação, da matemática e da educação matemática, como a de educação em crise, isto é, em estado crítico.

Diferentemente do que é comum encontrar na literatura pertinente a essa região de inquérito e mesmo nas propostas interventoras, o autor se afasta da prática de apontar os fatores que compõem o "quadro" da crise, seguidos de indicações de práticas a serem efetivadas para resolvê-la, não deixando de lado todo o aparato do Estado. Foca o estado crítico da educação matemática e seu significado. E aqui está o ponto de destaque do seu trabalho, o que o distingue sobremaneira.

Traz à cena do debate e das argumentações, jamais apenas descritivas e normativas, porém caracterizadas pela dúvida, pelos questionamentos, permeadas por suposições, a falta de solo fundante onde possamos fincar nossas crenças, e lutar por elas. Mostra, com lucidez, o solo movediço em que nos encontramos, hoje, nos contornos da sociedade da informatização, sociedade do conhecimento, sociedade de risco e da globalização. Nesse horizonte, não deixa de mostrar as contradições da globalização, com seu contraponto, a guetorização, do "exército" de pessoas *disponíveis* que estão sendo "formadas", que eu entendo como "formatadas" pela educação, notadamente pela escolar e, nela, enfatiza a educação matemática. A repercussão social dos disponíveis é vista na resposta da sociedade dada mediante: subempregos, a existência de grupos de marginais, a violência urbana, a quantidade de crianças violentadas, nas diferentes modalidades pelas quais essa ação se presentifica — a quantidade de desempregados, drogados, ladrões etc.

Toda a linha de argumentação, devidamente embasada por meio de chamadas de falas de outros autores e de suposições e tomadas de posição, caminha na direção de explicitar as entranhas do processo de matematização, não mais apenas da natureza, como ocorreu com a física de Galileu,[1] mas da matematização da própria organização social do mundo atual. Essa matematização está ocorrendo por meio dos programas computacionais — desenvolvidos para operacionalizar ações complexas nas quais estão implicadas probabilidades e quantidades de ocorrências e de envolvidos, grande mobilidade — solicitados pelos governos, por instituições de grande porte, estatais ou não, por grandes empresas. Esses programas vão adquirindo vida própria e seus tentáculos enredam-se aos de outros programas, ao mesmo tempo em que permitem que subprogramas, ou programas menores deles decorrentes, sejam estabelecidos e postos em ação. Vão se formando "pacotes" de programas. As conseqüências desse processo são inúmeras, algumas das quais já visualizadas, outras, provavelmente, não-visíveis, ainda que em movimento. Dentre as percebidas, o autor menciona o

1. Husserl, E. em *The Crises of European Science* expõe com clareza o processo de matematização da natureza, que foi essencial para a construção da ciência cartesiana e de todo o pensamento da modernidade. (Husserl, E. *The Crises of European Science and Transcendental Phenomenology*. Evanston, Northwestern University Press, 1970).

tratamento desumanizado, as respostas passíveis de serem dadas por funcionários aos usuários com base na resolução mostrada na tela do computador. Como exemplo, menciona a prática da superlotação de vôos, realizada pelas companhias de aviação no momento de efetuarem as reservas e a maneira de serem resolvidos os casos dos passageiros que, embora tendo bilhete e reserva, não podem embarcar, pois um "embarque não-autorizado" aparece na tela.

A matematização da sociedade exige o suporte do aparato da razão, que constitui seu próprio núcleo, isto é, o ponto central que move e sustenta a complexidade desse processo. O autor aponta cinco aspectos do aparato da razão os quais, conforme compreendo, estão enredados com a concepção de matemática em ação, noção essa que, quando compreendida em sua abrangência, leva-nos a compreender o próprio processo do conhecimento (em ação) e o significado da complexidade da sociedade informacional ou do conhecimento. *O aparato da razão é uma complexidade construída* e não uma habilidade específica da razão ou da racionalidade. Inclui uma variedade de técnicas científicas e tecnológicas importantes para o desenvolvimento e manutenção da tecnologia. Sustentando essa complexidade está a matemática, que não comparece como uma racionalidade específica que dê sustentação ao modo de "pensar", porém, ao estar com a ciência, com a economia, com a política, possibilita a construção de estruturas tecnológicas e realização de ações tecnológicas. Os outros três aspectos são: *o aparato da razão desenvolve-se em saltos imprevisíveis; o aparato da razão inclui novos padrões de qualidade; o aparato da razão representa a unificação do conhecimento e poder.*

É com esse aparato que trabalhamos também nas escolas. De que maneira? Eficientemente? Apropriadamente? Com que metas? Visando a uma educação para todos ou para uma elite? Essas são interrogações presentes em todo o texto e que o autor focaliza mediante uma argumentação articulada e consistente. Vejo este livro como um verdadeiro "tratado" que aponta os fins da educação, para esta sociedade globalizada e de risco.

O autor se declara um democrata e sua proposta é educação democrática, no sentido de abrir possibilidades para que todos possam dispor do aparato da razão. Porém, não faz uma afirmação ingênua, mas mostra as relações de poder que subjazem às escolhas e aos procedimentos que definem as práticas educacionais.

Conhecimento em ação e matemática em ação são duas noções extremamente fortes neste trabalho. Elas expressam concepções epistemológicas e ontológicas.

Conhecimento em ação, pois em processo, em movimento. A idéia é exposta como "sendo conhecimento", e que eu entendo como estando em movimento de conhecer. Skovsmose não define conhecimento, pois isso estaria em contradição com sua postura, qual seja, de manter-se no contexto da aporia e dos conceitos explosivos, mas afirma que uma interpretação de conhecimento é crucial para a compreensão da aprendizagem. Essa compreensão é trazida aos leitores pela articulação que faz entre "conhecimento pode ser expresso de diferentes maneiras, não apenas de modo explicitamente verbal, mas também indiretamente, em modos de agir", avançando, ainda, ao relacionar ação, conhecimento tácito e poder. Essa ligação é importante para expor a noção de conhecimento em ação, que significa que o conhecimento explícito proposicionalmente é uma das modalidades possíveis, e que o conhecimento em ação, outra possibilidade que nunca daquela se separa, é o próprio movimento do processo em andamento.

Ambas as modalidades trabalham com modos de justificativas diferentes: a proposicional busca justificar as afirmações em termos de verdadeiras e falsas. A ação é razoável, justa, adequada, não cabendo falar sobre ação verdadeira e ação falsa. É importante a articulação apresentada entre essas duas modalidades de justificativas, que abre um vasto campo de possibilidades de compreensão da realidade em que vivemos. Ao focalizar os discursos que dizem por meio de proposições, trabalha-se com justificativas orientadas pelo valor verdade/falsidade; ao trabalhar-se com o discurso que diz pela ação, trabalha-se com justificativas pragmáticas. À mistura de ambos os discursos, também se misturam os tipos de justificativas, culminando com a dupla *conhecimento-poder*.

Essa dupla, pensando-se também agora na *matemática em ação*, pode conduzir a um cinismo epistêmico, nas palavras do autor, cujo cenário é estabelecido de tal modo que o argumento mais forte vence. Olhando do ponto de vista ontológico, se a busca da verdade é inviável, o quê, da realidade? Globalização, sociedade da informação, informatização, aparato da razão apontam para qual compreensão da realidade? Essa interrogação não é focada nesse livro. Porém, há pistas que podem nos levar às compreensões a respeito de realidade onde nossas experiências são percebidas e o tempo de cada um, vivido. A realidade da globalização, da massificação, da desumanização, da guetorização, da perda das raízes dos significados e das significações das palavras, das proposições, dos sentimentos, da vida... Mas, também, da possibilidade de dialogar, de refletir, de manter a crítica, de não perder de vista a complexidade dos conceitos explosivos, de não se deixar levar por teorias simplórias que apontem soluções baseadas em pensamento uni-dimensional, no sentido mais amplo, ou seja, naquele de estarem sustentadas em bases firmes, transparentes, não-comprometidas econômica e politicamente.

A realidade, metaforicamente falando, de acordo com o espírito deste livro, é aporética. De tal modo que um mesmo corpo de conhecimento, incluindo suas propostas de ação, pode levar às maravilhas e aos horrores, como o autor tantas vezes afirma ser o caso da matemática em ação.

Ainda sobre realidade, é importante destacar que a concepção de Skovsmose sobre matemática em ação traz em seu bojo a concepção de matemática como sendo real, uma realidade que também está em movimento, gerada pela ação, e que não pode se desfazer da presença do aparato da razão que a realiza e sustenta. Portanto, uma realidade materializada nos próprios meios pelos qual a sociedade informacional caminha. Aqui se abre o abismo do paradoxo: a matemática permite o avanço desse sistema mediante o aparato da razão, dos *insights* e inovações que produz, dos novos instrumentos que cria; ao mesmo tempo, permanece prisioneira desses meios, pois nada pode sem eles e todas suas criações e respectivos desdobramentos em aplicações, produções de programas etc., jamais ocorrem sem que com eles esteja comprometida. Esse o significado de "os velhos bons tempos passaram", ou, se se quiser, "a idade da inocência passou". Esse o lema que deve permanecer como o norte da educação.

E aqui uma consideração sobre uma das muitas argumentações significativas deste livro e que, conforme meu entendimento, também está fortemente articulada à educação, conhecimento e aprendizagem. Trata-se das considerações tecidas sobre a concepção de sujeito epistêmico, presente na teoria de Jean Piaget, autor dos mais importantes no cenário da psicologia da aprendizagem. Juntamente com uma visão de matemática não-engajada, ou, como o autor diz, "de mãos limpas", essa teoria encontra solo fértil no contexto educacional e, principalmente, naquele do ensino e da aprendizagem, inclusive daqueles da matemática. A concepção de sujeito epistêmico trabalha com a noção de um sujeito que representa características humanas gerais, presentes em qualquer ser humano e que, portanto, está imune ao contágio, graças ao trabalho de assepsia previamente realizado. Em contrapartida é apresentada a noção de sujeito psicológico, sendo aquele que ama, sofre, faz barulho, trapaceia etc., ou seja, um sujeito real, ou apenas "homem, tão humanamente homem" (ou, para não deixar desgostosos ou desgostosas aqueles e aquelas que acham que não ser sexista é sempre falar em termos de nele e nela — mulher tão humanamente mulher), cuja articulação com a realidade entendida pela proposta da matemática em ação abre possibilidades para o "evento" educação. Educação que se realiza no diálogo, na responsabilidade, na incerteza, no encontro de horizontes de compreensões e interpretações dos sujeitos do ensino e da aprendizagem, mas que não se furta a abrir-se e assumir os paradoxos e trabalhar com a ausência de respostas absolutas, permanecendo sempre e tão somente na busca.

Uma última palavra sobre o título do livro em português: *Educação Crítica — Incerteza, Matemática, Responsabilidade*. O termo "viagem" saiu do título, pois pensei que não fizesse sentido no nosso idioma e em nosso contexto. Porém, ao terminar a tradução, trabalhosa, ainda que saiba que deva ter muitos deslizes, pelos quais peço antecipadamente desculpas, sinto-me terminando uma viagem exaustiva, mas prazerosa. Viagem que me mostrou belezas e feiúras, que me trouxe idéias já trabalhadas e conhecidas e outras novas; que me revelou de modo intenso a realidade da sociedade informacional e o papel desempenhado pelo aparato da razão e pelas possibilidades que se abrem às teorizações sociológicas e ao desempenho do papel da educação.

MARIA APARECIDA VIGGIANI BICUDO

Rio Claro, 10 de setembro de 2006.

Agradecimentos

Inúmeras pessoas fizeram muitos comentários e sugestões para o aperfeiçoamento do manuscrito. Agradeço, principalmente, a Helle Alrø por sua contribuição no desenvolvimento da noção do diálogo, como parte de uma epistemologia crítica. Meus agradecimentos a: Mathume Bopape por fazer-me "ver" coisas que eu nunca tinha visto antes; Herbert Khuzwayo, por especificar o que o racismo poderia implicar nas pesquisas educacionais; Paola Valero por ajudar-me a esclarecer a relação crítica entre educação matemática e democracia; Renuka Vithal por mostrar-me a complexidade da noção de cultura; Keiko Yasukawa por esclarecer a noção de "matemática em pacote"; e Miriam Godoy Penteado, minha esposa, por seu total apoio ao manuscrito, bem como ao autor deste livro.

Também desejo expressar minha gratidão a Sikunder Ali Baber, Irineu Bicudo, Morten Blomhøj, Marcelo Borba, Jessica Carter, Ole Ravn Christensen, Kathrine Krageskov Eriksen, Gail FitzSimons, Núria Gorgorió, Tom Børsen Hansen, Arne Astrup Juul, Lena Lindenskov, Rasmus Hedegaard Nielsen, Núria Planas, Diana Stentoft, John Volmink e Tine Wedege por seus comentários e críticas construtivas; e a Leone Burton por ter dado boa forma ao inglês do texto original.

Considerando o suporte extensivo que recebi, não posso imaginar como pude demorar tanto tempo escrevendo este livro. Comecei em 1999 e, desde então, tenho feito acréscimos, mudado, apagado e trazido novamente o que apaguei ao manuscrito.

Durante esse período partes do manuscrito foram elaboradas em artigos separados e apresentações. "Mathematics in Action: A Challenge for Social Theorizing" foi apresentado no Annual Meeting of the Canadian

Mathematics Education Study Group, em 2001. Esse artigo também foi publicado em uma versão portuguesa em M. A. V. Bicudo e M. Borba (orgs.), *Educação Matemática: Pesquisa em Movimento*, São Paulo, Cortez Editora, 2004; em uma versão para o grego em *Themata stin Ekpaídefsi*, 4(2-3), 2004; e em uma forma revisada em *Philosophy of Mathematics Education Journal*, (18), 2004. "Students Foreground and the Politics of Learning Obstacles" foi apresentado no Second International Congress on Ethnomathematics em 2002. Uma versão portuguesa do artigo foi publicada em J. P. M. Ribeiro, M. do Carmo S. Domite e R. Ferreira (orgs.), *Etnomatemática: Papel, Valor e Significado*, São Paulo, Zouk, 2004; e uma versão revisada apareceu em *For Learning of Mathematics*, 25(1), 2005. "Ghettoising and Globalisation: A Challenge for Mathematics Education" foi apresentado no XI Inter-American Conference on Mathematics Education, 2003.

O estudo todo foi desenvolvido como parte da pesquisa iniciada pelo Centre for Research in Learning Mathematics, e é parte do projeto "Learning for Diversity", financiado pelo Danish Research Council for the Humanities and Aalborg University.

OLE SKOVSMOSE
Aalborg, fevereiro de 2005

Introdução

Em 1993 eu estava em minha viagem à África do Sul, para participar da conferência "Political Dimensions of Mathematics Education".[2] O boicote acadêmico à África do Sul tinha sido suspenso. Era minha primeira visita à África. Àquela época, o processo de democratização parecia-me ter sido assegurado. Nelson Mandela estava livre, e as eleições, pendentes. Mas o medo também estava presente: poderia o regime do *apartheid* ainda voltar, de algum modo?

Desde meados da década de 1970 eu trabalhava no desenvolvimento da educação matemática crítica, e em 1993 estava completando a primeira versão do livro, publicado em 1994, *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. A "Apresentação" desse livro é, antes de tudo, baseada nas interpretações de experiências vividas no contexto de uma escola dinamarquesa. Ao ir para a África do Sul, era a primeira vez que falava sobre educação matemática em uma situação política e cultural tão diferente daquela que eu conhecia. Eu tinha lido muito sobre o desenvolvimento político e histórico da África do Sul e sobre os terrores do regime do *apartheid*, de modo que me sentia um tanto preparado.

Deveria chegar a Durban alguns dias antes da programação do "Political Dimensions of Mathematics Education". Fora organizada uma pré-conferência pequena, de um dia, e eu havia sido convidado para proferir algumas palestras em outros lugares também. Eu estava bem preparado, tinha minhas transparências em minha maleta. Apesar disso eu me sentia inseguro. Para o que eu estava preparado, de fato?

2. Ver Julie, Angelis & Davis (orgs.) (1993).

Fui apanhado no aeroporto e levado para um hotel frente à praia, em Durban, onde uma fileira de bonitos hotéis tinha a vista do Oceano Índico, com suas ondas quebrando nas areias da praia. Desci do carro. Não tinha idéia de como lidar com aquela situação; prendi minha mão na porta do carro. Doía e o dedo sangrava. As pessoas estavam consternadas. Fui ao banheiro, enquanto as pessoas faziam meu *check-in* no hotel. Mais tarde, quando eu estava sentado no saguão do hotel conversando, apreciei sobremaneira o copo de água com gelo, onde pude colocar meu dedo. As pessoas insistiam em levar-me a um médico.

— Não. Não, isso não é necessário, eu disse. Mas as pessoas e a dor no meu dedo logo me convenceram que, de qualquer modo, seria uma boa idéia.

A cirurgia ocorreu em um lugar distante dos hotéis. Distanciamo-nos da vizinhança "branca" da cidade. Provavelmente passamos por algumas vizinhanças que, como vim a saber mais tarde, estavam organizadas como zonas de transição entre áreas "brancas" e distritos "negros". Entramos em vizinhanças que eu não teria conhecido se não fosse por meu dedo sangrando. Podia ver a poeira vermelha na estrada de areia atrás de nós, à medida que adentrávamos a cidade. Vimos muitos grupos de pessoas negras, aparentemente esperando por alguma coisa. Eles olhavam o carro passando, indiferentes à poeira vermelha. Vi como o tamanho das casas ia diminuindo até tomarem a forma de cabanas feitas de sacos de plásticos pretos junto a pedaços de madeira. As pessoas caminhavam na estrada, algumas das mulheres carregavam pesados trouxas sobre suas cabeças.

— Devo arrancar a unha? O médico perguntou. — Ela cairá, de qualquer modo, mas se eu a arrancar agora, a nova crescerá melhor, ele continuou.

Eu não achava que seria necessário que ele tivesse todo esse trabalho de arrancar algo; assim, dedo, unha e dor foram cuidadosamente envolvidos em uma bandagem, e eu voltei ao hotel. Estava em frente à parte das praias "brancas", novamente.

Naquela noite, em meu quarto, mudei minhas palestras bem preparadas. O que eu tinha visto através da janela do carro, no caminho para o hospital, deixou-me claro que eu tinha que apresentar as coisas de modo diferente. Os exemplos e referências que eu tinha selecionado do contexto

dinamarquês e que achava que seriam interessantes, já não me pareciam tão interessantes e relevantes. Minha perspectiva de "educação matemática crítica" começou a mudar.

Em uma palestra no dia seguinte, eu me referi ao artigo "Educação depois de Auschwitz" (*Erziehung nach Auschwitz*) escrito por Theodor W. Adorno. Na proposição que abre o artigo, Adorno afirma que a primeira exigência da educação é que Auschwitz não acontecerá de novo. Essa afirmação pode ser tomada literalmente, e, com sua herança judaica, Adorno poderia associar significados fortes e pessoais ao formular essa exigência. A afirmação incluía, certamente, uma crítica à educação germânica, que não colocava qualquer obstáculo educacional ao estrondoso sucesso da ideologia nazista. A formulação daquela exigência também poderia ser tomada como uma metáfora, clamando para que a educação desempenhasse um papel ativo no desenvolvimento social. Isso nos traz à educação crítica: a educação não pode apenas representar uma adaptação às prioridades políticas e econômicas (quaisquer que sejam); a educação deve engajar-se no processo político, incluindo uma preocupação com a democracia.

O significado atribuído a essa afirmação de educação crítica, naturalmente, depende da noção de democracia mantida por aquele que faz a afirmação. Eu não vejo a democracia apenas como se referindo aos procedimentos relativos à eleição — embora seja um elemento essencial a ela. O quanto é essencial torna-se óbvio quando as eleições democráticas são suspensas. Desse modo, a bandeira "um homem, um voto" tinha um significado forte no *apartheid* da África do Sul. Para mim, democracia também se referia a um "modo de vida": ao modo de negociar e de fazer mudanças. Democracia se refere aos procedimentos políticos assim como a formas de ação em grupo e em comunidades.[3]

Por meio da expressão "educação depois de Auschwitz", Adorno quis se referir a um desafio crítico: qualquer educação deve prevenir a ocorrência de um novo Auschwitz. A expressão "educação depois do *apartheid*" também oferece um desafio: qualquer educação deve evitar a ocorrência de um novo *apartheid*. A revolta estudantil de Soweto em 1976 mostrou a

3. Para uma apresentação de um conceito mais amplo de democracia, ver Valero (1999); e Skovsmose & Valero (2001).

relevância de considerar o que a educação depois do *apartheid* poderia significar. Para mim a expressão "educação depois do *apartheid*" traz uma nova dimensão à educação crítica.

A educação crítica emergiu durante os anos de 1960, com muita inspiração da teoria crítica. A educação matemática crítica se originou durante os anos de 1970 em um ambiente europeu, e durante os anos de 1980 surgiu uma versão nos Estados Unidos. A noção de etnomatemática desenvolveu-se no Brasil, e depois que Ubiratan D'Ambrosio, em 1984, apresentou as idéias no Congresso Internacional de Educação Matemática, em Adelaide, aquela noção ganhou destaque e iniciou-se uma tendência forte em direção à educação matemática crítica. Mas nenhuma dessas diferentes tendências se aplica diretamente à situação da África do Sul. Ao invés disso, vejo essa situação como um desafio às interpretações previamente feitas sobre a educação matemática crítica.

Em Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education, incluí várias experiências de sala de aula, as quais usei como recurso para apresentar uma perspectiva crítica sobre educação matemática. Em Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique, escrito junto com Helle Alrø, também investigamos diferentes práticas em sala de aula. Fizemos isso com a intenção de nos aproximar mais de uma teoria da aprendizagem, que poderia encontrar eco nas preocupações da educação matemática crítica. Este livro, Educação: Incerteza, Matemática, Responsabilidade, não pode ser lido como uma continuação direta de meu trabalho anterior. Aqui eu me concentrei em considerações filosóficas; eu quero estabelecer uma "sensibilidade" conceitual para uma nova educação matemática crítica. Este trabalho começou pela ampliação de perspectivas sobre questões educacionais que comecei a visualizar aquele dia em Durban.

Este é um caderno de fragmentos de uma viagem conceitual. Mas, em um sentido diferente, também representa um relato de viagem. Enquanto a parte principal do *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education* foi delineada em um ambiente protegido, de Cambridge, este livro foi projetado em diferentes lugares pelo mundo. A principal parte do manuscrito foi escrita no Brasil, Dinamarca e Inglaterra, ao mesmo tempo em que notas também foram inspiradas em visitas a outros países. Assim, o livro não

representa apenas uma viagem conceitual; reflete também fases de uma viagem real. E como uma viagem real representa encontro com pessoas, durante minha viagem fui beneficiado com as contribuições de muitas pessoas (estou com medo de não ser capaz de agradecê-las adequadamente).

Na Parte 1, comento sobre a posição crítica da educação matemática, e também indico algumas questões da educação matemática crítica. Na Parte 2, teço comentários sobre a matemática em ação, e considero a discussão da matemática como uma disciplina aplicada aos contextos da tecnologia, gerenciamento, engenharia, economia etc. Na Parte 3, comento a respeito de matemática e ciência em geral. Eu generalizo esses comentários em uma discussão da "razão" e do "aparato da razão". Na Parte 4, retorno à discussão da educação matemática e teço comentários sobre noções que poderiam vir a "sensibilizar" a posição crítica da educação matemática.

É possível viajar tanto pelo mundo que não nos sintamos em casa em nenhum lugar. Podemos perder a noção das próprias raízes. Isso pode ser um problema, mas felizmente também tem suas vantagens. Tenho viajado por diferentes campos acadêmicos. Abordo a matemática e a educação matemática, mas eu não trato dessas áreas como usualmente se faz em educação matemática. Eu tocarei na filosofia da matemática, tecnologia e ciência. Encaminho questões sociológicas, mas não finjo que estou desenvolvendo estudo sociológico: apenas estou lançando olhares sobre questões como globalização, *guetorização*, sociedade de conhecimento, sociedade de risco. Parece-me estar viajando, ou então apenas saltando daqui para ali. Mas isto é, de qualquer modo, o que estou fazendo. Acho importante tornar-me consciente de conexões entre assuntos muito diferentes. Em síntese, quero dizer que viajar, também no campo acadêmico, faz sentido mesmo quando você perde o sentido de suas raízes (acadêmicas). Viajar também inclui desenraizar.

Parte 1

A educação matemática está em toda parte

1

CINEMA PARADISO não é somente o título de um magnífico filme, mas, também, o nome do glorioso centro de uma pequena cidade italiana: o cinema onde as crianças, os adolescentes e os adultos experienciavam todas as emoções humanas em uma unificada e protetora escuridão. Fora do *Cinema Paradiso*, a realidade estava esperando. Parte dessa realidade, para a criança, era a escola e o professor de matemática que reforçava a importância dos princípios básicos da aritmética, batendo a cabeça do menino contra a lousa. O menino tinha uma horrível marca escura em sua fronte que, em sua vida adulta, servia como recordação de seu fraco desempenho em matemática. Eu vi a cena como se o diretor de *Cinema Paradiso*, Giuseppe Tornatore, indicasse que a marca fora causada por um agressivo professor de matemática habituado a bater contra o quadro-negro as cabeças daqueles que mostravam falha na compreensão da matemática.

Em *The State Nobility*, Pierre Bourdieu observa que a escola de elite "sempre atribui grande importância para assuntos e atividades que são convencionais, infundadas e não muito gratificantes, porque têm sido reduzidos a meras disciplinas físicas e intelectuais: línguas mortas, por exemplo, tratadas como pretexto para exercícios de gramática, puramente formais, em vez de serem vistas como instrumentos que permitissem acesso a trabalhos e civilização... ou matemática moderna de hoje que, a despeito de sua aparente eficácia, não é menos compreensível e infundada do que os anteriores exercícios de ginástica dos clássicos" (Bourdieu, 1996: 110-111).

Para um educador matemático, isso é muito deprimente. Parece que a educação matemática serve a uma função social de promover uma estratificação que pode deixar marcas nos estudantes. Essa estratificação separa aqueles que conseguiram acesso ao poder e prestígio daqueles que não conseguiram. É também notável que a educação matemática que parece legitimar essa estratificação, também é aceita por suas vitimas como sendo, de-certo modo, objetiva. Para Bourdieu essa justificação é parte do "estado mágico". A estratificação é pública, assim como seu rótulo. Esse rótulo é incorporado nas condições de vida dos estudantes. (Contudo, quando tentamos extrair observações dos escritos de Bourdieu devemos lembrar que ele se refere ao contexto da França no passado.) Antes desse desenvolvimento na institucionalização do ensino, a estratificação social era assegurada por meio de um sistema para estabelecer e preservar a hierarquia tal como um sistema de classes. Entretanto, o sistema educacional agora assumiu essa função e muitos estudos documentam o papel da educação matemática neste processo. Não somente meninas são "mantidas fora", mas também outros grupos. Não faltam estudos mostrando os horrores patrocinados, se não criados, pela educação matemática.

Naturalmente, a educação matemática pode ser organizada de muitas maneiras diferentes dentro de uma sociedade particular, e, portanto, não é honesto tirar qualquer conclusão geral acerca da educação matemática. A noção de "ensino tradicional de matemática" tem sido sugerida tanto como referência para educação matemática, como ocupa lugar nos casos "normais" e "regulares". Essa tradição é dominada pela prática do paradigma, e um conjunto de terminologias foi desenvolvido em torno dele, esboçando fortemente a metáfora da viagem (viajando por meio de uma seqüência aparentemente interminável de exercícios): — Estamos em dia. — Estamos um pouco atrasados, mas nós chegaremos ao final. Os papéis da educação matemática podem ser compreendidos a partir da perspectiva das muitas funções sociais problemáticas, praticadas pelo ensino tradicional de matemática. Assim, a maioria dos estudos, documentando funções problemáticas da educação matemática, se refere, explícita ou implicitamente, a essa tradição.

Assumindo que a educação matemática (estruturada de acordo com o ensino tradicional de matemática) pode produzir marcas escondidas, torna-se relevante indagar: quem é responsável por isso? No *The State Nobility*, Bourdieu refere-se a uma investigação, que identifica "categorias de percepção" e "formas de expressão", usadas pelos professores de matemática para rotular diferenças de desempenho de estudantes. Essas categorias e formas de expressão capacitam os professores "para suprimir ou reprimir a dimensão social de desempenhos relatados e esperados e elimina todo o questionamento das causas, tanto daquelas que estão além do controle dos

professores e, portanto, independem deles, como daquelas que são inteiramente dependentes deles" (Bourdieu, 1996: 10-11). Em outras palavras, Bourdieu sugere que os professores de matemática operam com uma terminologia que lhes permite ignorar os aspectos sociais do desempenho dos estudantes na escola. Michael Apple faz a seguinte observação: "no processo de individualização, do ponto de vista dos estudantes ela (a educação matemática) perdeu todo o sentido sério das estruturas sociais, e de raça, gênero e relações de classe que formam esses indivíduos. Além disso, tal educação matemática é incapaz de situar áreas em um contexto social mais amplo que inclui programas para educação democrática e para uma sociedade mais democrática" (Apple, 1995: 331).[4] Apple não se refere aos professores em particular, mas à educação matemática em geral. Seu ponto é, contudo, similar ao de Bourdieu: a comunidade de educação matemática manifesta ignorância de aspectos da vida social, política e cultural da vida dos estudantes.

Eu não concordo com a formulação de Bourdieu, se ela se referir aos professores de matemática como representando o foco problemático da educação matemática. Embora isso não seja negar que os professores devam participar e contribuir para um discurso que suprima a dimensão social da educação matemática. Nem concordo com a generalização da afirmação de Apple. Há algumas discussões em educação matemática que são altamente sensíveis ao assunto de raça, gênero e classe.[5] Contudo, muitas pesquisas em educação matemática ignoram questões sobre funções sociopolíticas da educação matemática. De fato, um campo representativo de pesquisa é baseado na tradição francesa em educação matemática. Por se concentrar em construtos tais como "transposição didática" e "aprendizagem de obstáculos" (atualmente como entidade epistemológica), a educação matemática facilmente fica cega e os pesquisadores não dão suporte aos professores de matemática para interpretar, digamos, a política da rotulação pública.

---

4. Lerman (2001b) também chama atenção para essa observação feita por Apple. Ver, também, Apple (2000). Para a discussão de questões sociopolíticas mais amplas relacionadas com educação matemática, ver, por exemplo, Skovsmose & Valero (2002b); Valero (2004); e Valero & Zevenbergen (orgs.) (2004).

5. A noção de raça é problemática. Contudo, Apple a usa.

Em *Counting Girls Out*, Valerie Walkerdine fornece um quadro desolador do que matemática e educação matemática poderiam estar fazendo: "Nós temos argumentado que o governo moderno trabalha por meio de aparelhos como escolas, hospitais, tribunais, secretarias de trabalhos sociais que dependem, sobretudo, do que Michel Foucault descreveu como tecnologias do social: conhecimentos científicos codificados em práticas que definem as populações a serem controladas — não por meio da simples e evidente coerção, mas pelas técnicas que naturalizam o estado desejado na ordem burguesa: um cidadão racional que livre e racionalmente aceita aquela ordem e obedece como se fosse sua própria vontade livre. Esses conhecimentos, instrumentos, práticas visam a constantemente definir e a mapear processos que naturalmente produzirão esta sujeição. Constantemente definem meninas e mulheres como patológicas, desviadas da norma, mas eles também as definem como necessárias para procriar e nutrir cidadãos democráticos" (Walkerdine, 1989: 205). Em *Discipline and Punish*, Foucault descreve prisões e escolas como tecnologias do social, de tal forma que a população possa ser manipulada. De acordo com Walkerdine, a educação matemática é uma de tais técnicas, que ajuda a garantir o funcionamento da ordem social, não pela coerção aberta, mas por tornar certo que cidadãos racionais utilizem seu livre-arbítrio aceitando a ordem imposta. Um resultado do exercício do pensamento racional na matemática e na educação matemática é que as meninas "são excluídas".

2

A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA FAZ MARAVILHAS. O que aconteceu na França em 1959 no seminário Royaumont, organizado e financiado pela *Organization for European Economic Co-operation and Development* (OEEC), mais tarde *Organization for Economic Co-operation and Development* (OECD), está bem documentado.[6] A iniciativa foi provocada pelo "choque do Sputnik", e a hipótese era simplesmente de que as ligações entre matemática e a melhoria tecnológica da sociedade solicitavam que algo radical devesse ser feito para melhorar a educação matemática. O matemático Marshall H. Stone fez a conferência de abertura daquele seminário. Ele disse: "De fato, não é mais possível tratar, adequadamente, do lugar da matemática em nossas escolas, sem adentrar em suas relações com a ciência e com a tecnologia modernas. Na verdade, se há uma crise na educação nestes tempos — e há muitos entre nós que acreditam nisso — ela se origina, em grande parte, porque nenhuma sociedade tecnológica do tipo que estamos criando pode se desenvolver livre e completamente, até que a educação se auto-ajuste ao papel desempenhado pela ciência moderna nas questões humanas" (OEEC, 1961: 17). Ele continua: "Desse modo, o ensino da matemática está cada vez se tornando mais reconhecido como o verdadeiro alicerce da sociedade tecnológica, que é o destino de nosso tempo de criação. Nós somos literalmente compelidos por este destino de reformar nossa instrução matemática, tanto para adaptá-la e fortalecê-la, como por seu papel utilitário de carregar o já pesado fardo da superestrutura científica e tecnológica que repousa sobre ela" (1961: 18).

6. Ver OEEC (1961).

Poderíamos imaginar outro quadro mais impressionante: a matemática e a educação matemática carregando a superestrutura científica e tecnológica da nossa sociedade hoje! Uma responsabilidade tremenda é assumida e um quadro heróico da educação matemática é pintado como principal veículo para o desenvolvimento tecnológico. E quando o desenvolvimento é interpretado em termos otimistas, o que pode facilmente ser feito no final da década de 1950 e na de 1960, então o quadro também ganha uma impressionante moldura. Stone ressalta que nós devemos "adaptar e fortalecer" a educação matemática por seu "papel utilitário". Se nós entendermos o desenvolvimento tecnológico como um simples e último bem, então a adaptação e o fortalecimento podem não ser problemáticos, que foi a maneira apresentada por Stone e por muitos filósofos da tecnologia daquele tempo. Esse foi um período iluminado pelo otimismo tecnológico, sustentando que aquela resposta adequada para problemas sociais, políticos e econômicos poderia ser encontrada no próprio desenvolvimento tecnológico. (Catástrofes ecológicas e a sociedade de risco estavam aguardando ser descobertas pelos sociólogos e ser experienciadas por todos.)

Stone indicou que um argumento utilitário da educação matemática pode ser aperfeiçoado por uma exigência indispensável: valores intrínsecos da matemática asseguram que a matemática e a educação matemática (cumprindo o seu próprio destino) provêm o progresso cultural e tecnológico. Pela sua própria natureza, a educação matemática é uma tarefa louvável. Como conseqüência, a melhor coisa a se fazer é tratar de negociar e identificar um currículo que possa trazer os estudantes para a matemática. Essa idéia foi claramente manifestada no seminário Royaumont em sua conferência de abertura proferida por Stone, seguida pela conferência de Jean Dieudonné, que, inspirado pela terminologia de Bourbaki, resumiu o que ele considerou um currículo adequado da matemática.[7] Isso marcou a largada do movimento da "matemática moderna", reforçando a importância de introduzir os estudantes na arquitetura lógica da matemática pura.

Essa matemática pode ser vista como um bem último, realizado pelos "embaixadores" da matemática, sendo Dieudonné um deles. Tais embaixadores olhavam a matemática como um aspecto essencial de nossa cultura, a única forma de pensamento e análise, como uma indispensável ferramenta conceitual para nosso entendimento da natureza. Conseqüentemente, eles acreditavam que a matemática podia ser um bom início para conduzir os estudantes para esse quadro de conhecimento e pensamento. De acordo com essa perspectiva, um argumento pragmático particular para a reforma educacional na matemática pode facilmente parecer superficial (embora possa ser politicamente útil).

Eu vejo *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint*, de Christian Felix Klein, como o trabalho de tal embaixador. A versão alemã original foi publicada em 1908. Contém dois volumes: o primeiro trata de aritmética, álgebra e análise, embora não de uma maneira sistemática; o segundo volume trata de geometria. Nesses dois volumes Klein fornece uma visão abrangente da matemática elementar (embora não tão elementar) que, de alguma forma, demonstra sua complexidade. Essa apresentação de tópicos matemáticos, "de um ponto de vista da ciência moderna", como estabelecida por Klein no prefácio, visou aos professores de matemática das escolas do ensino médio, mas tornou-se, certamente, um convite mais abrangente, para o engajamento com o modo matemático de pensar. Klein organizou uma exposição de temas de matemática, como o teorema

7. Conferência de Dieudonné em OEEC (1961).

fundamental de álgebra, equações com parâmetros complexos, séries trigonométricas, transformações geométricas, transformações projetivas etc. Além disso, ele apresentou e discutiu diferentes perspectivas em matemática, tal como a abordagem formal e axiomática proposta por Peano; ele discutiu o corte de Dedekind e a maneira de introduzir os números racionais; assim como a apresentação de Hilbert dos fundamentos da geometria. Muitas das observações históricas de Klein também incluem a cuidadosa exposição da organização euclidiana da geometria. A obra-prima de Klein simboliza a afirmação de que o ensino da matemática tem um valor em si. Desse modo, o trabalho de Klein deve ser relacionado como essencialismo na educação matemática. Esse essencialismo é, entretanto, clássico. Foi o grande tópico na matemática, desenvolvido durante o processo histórico que definiu o conhecimento como um bem último, com o qual a matemática se compromete.

As sugestões de Dieudonné no seminário Royaumont dão outro exemplo de essencialismo. Como já mencionado, sua conferência introduziu a então denominada abordagem moderna na educação matemática. Foi um reflexo direto da participação ativa de Dieudonné no grupo Bourbaki, e na perspectiva estruturalista de Bourbaki.[8] Existem três estruturas-mães básicas para a matemática, que podem ser descritas na linguagem da teoria dos conjuntos. A abordagem estrutural de Bourbaki forneceu uma nova organização da matemática e, em particular, "Euclides deve ser abandonado", como anunciou Deiudonné. A implicação dessa abordagem é aquela clássica organização da matemática em uma multiplicidade de tópicos, como, por exemplo, aritmética, álgebra, análise e geometria, que vieram a ser consideradas ultrapassadas. A idéia de basear a organização dos currículos da matemática na arquitetura lógica dessa ciência tornou-se valorizada no mundo todo. Essa idéia representou uma nova forma do essencialismo estrutural. A matemática moderna exemplifica que a matemática contém estruturas que a educação matemática pode levar aos estudantes. E aí parece não haver dúvida que conduzir os estudantes à essência da matemática é, simplesmente, uma esplêndida coisa a se fazer.

Hans Freudenthal deve também ser visto como um embaixador da matemática. Entretanto, ele advoga que o estruturalismo, defendido por

8. Ver, por exemplo, Bourbaki (1950) e Dieudonné (1970).

Dieudonné e muitos outros, é basicamente problemático. A essência da matemática, de acordo com Freudenthal, não é para ser encontrada nas estruturas da matemática, ou em quaisquer partes delas, mas no processo que leva a essas estruturas. Freudenthal deve ter sido inspirado pelo intuicionismo, introduzido por L. E. J. Brouwer, que viu a matemática como uma atividade mental. As estruturas formais podem somente ser um peso morto para o pensamento matemático vivo. Para Brouwer e para o intuicionismo em geral, a essência da matemática tem que ser encontrada no processo do fazer matemática, isto é, no pensamento matemático.[9] Isto levou Freudenthal a iniciar uma tendência importante na educação matemática, ressaltando que a matemática é uma atividade humana. Essa idéia sobreviveu ao estruturalismo. Ela agora é entendida, em muitos países, como estabelecendo o pensamento dos estudantes e as atividades matemáticas como o centro da educação matemática. O trabalho monumental de Freudenthal, *Mathematics as an Educational Task*, de 1973, tornou-se uma tendência. Entretanto, talvez essa idéia da matemática, vista como uma tarefa educacional que tem valor em si, está claramente demonstrada em *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*, de 1983. O principal destaque desse livro é esclarecer o ponto de vista de que, no âmbito da educação matemática, os estudantes podem apreender a essência da matemática; e essa clareza constitui, ao mesmo tempo, a razão para fazer assim. Elementos pragmáticos para a educação matemática sempre parecem supérfluos para um essencialista.

Hoje em dia muitos embaixadores da matemática apresentam a idéia de que a matemática e o pensamento matemático são importantes por si mesmos. Essa é a principal afirmação a que eu me refiro como essencialismo na educação matemática.[10] Pode haver, naturalmente, algo problemático, associado com *certas formas* de educação matemática — Dieudonné pode criticar a abordagem clássica, e Freudenthal a abordagem estruturalista. Em geral, é afirmado que os problemas educacionais emergem em virtude

9. Ver Brouwer (1975a, 1975b).

10. Aqui é importante observar que, logicamente falando, é também possível definir um essencialismo "negativo", a saber, aquele que é dado pela educação matemática é problemático por causa da verdadeira natureza da matemática; e alguns podem interpretar as observações de Walkerdine, previamente referidas, como apontando nessa direção. Contudo, na minha terminologia, eu reservo o uso do "essencialismo" para "essencialismo positivo".

da organização pobre de currículos ou das práticas de sala de aula e torna-se difícil expor a essência da matemática. De acordo com os argumentos dos essencialistas, o caminho de vanguarda é identificar o que é essencial em matemática (se estrutura ou forma de pensamento) e tornar isto aparente na educação matemática. Então podemos experienciar maravilhas na educação matemática. Nos dias atuais, a linha essencialista do pensamento da educação matemática é encontrada em muitos entusiastas pelos detalhes da matemática. É difícil não se sentir inspirado por este entusiasmo. E eu aprecio isso.

Entretanto, tenho uma preocupação. O pensamento essencialista pode agir como uma tentação, levando os educadores a não considerar o amplo contexto sociopolítico da educação matemática. Problemas certamente podem ser encontrados, mas, de acordo com a linha de pensamento essencialista, existem soluções a serem encontradas, examinando a natureza da matemática mais cuidadosamente, pelo escrutínio na própria matemática. Talvez a essência da matemática não tenha sido localizada corretamente, então, uma melhor apreensão do que a matemática é possa ser necessária. Essencialismo significa que nós devemos avançar na matemática a fim de procurar soluções. Isto traz entusiasmo, mas também uma visão internalista, que torna a perspectiva sociopolítica supérflua.

3

NA SALA DE AULA. Existem muitas e diferentes salas de aula de matemática ao redor do mundo. Se desconsiderarmos as classes experimentais e projetos de trabalho feitos nessas salas, bem como as inconvenientes com professores dominadores (como nós encontramos em *Cinema Paradiso*), ainda ficamos com a maioria das salas de aula de matemática. Elas representam aquele ensino tradicional de matemática a que me referi anteriormente.

Essa tradição tem sido caracterizada por diferentes maneiras, e eu faço a minha própria tentativa. O ensino tradicional de matemática é dominado pelo uso do livro-texto, que é seguido, mais ou menos, página por página. Outras espécies de materiais são usadas somente como complementos. O livro-texto ocupa a cena. As aulas são estruturadas mais ou menos da mesma maneira.[11] Um elemento da aula é que o professor faz uma exposição de algumas idéias teóricas. Essa exposição é dada como aula plenária, onde o estudante, freqüentemente, tem a possibilidade de interromper e levantar questões. Um segundo elemento da aula é que os estudantes resolvem exercícios, quer individualmente, quer em grupos. Em geral, esses exercícios são formulados nos livros-textos. O número de exercícios a serem resolvidos, dados pelo professor, é ajustado de tal maneira que nem todos eles sejam resolvidos na escola, alguns têm de ser trabalhados como lição de casa. Algum tempo é gasto pelo professor na correção das soluções dos exercícios. Isso pode ser feito em plenário, onde os estudantes devem apresentar as soluções no quadro-negro; nesse caso, o professor tem a possibilidade de oferecer outras soluções ou fazer mais exposições sistemáticas de soluções de exercícios difíceis. A solução de exercícios selecionados pode ser entregue ao professor por escrito uma vez por semana, e o professor, então, devolve o exercício corrigido. Os exercícios são formulados de tal modo que cada um deles tenha somente uma resposta. Deveria ser fácil corrigir a solução com um gabarito. O ensino tradicional de matemática também envolve a checagem da compreensão dos estudantes de algumas unidades e partes teóricas, que o aluno deve explicar, às vezes sendo chamado ao quadro-negro, ou coisa assim. Formas diferentes de testes também são parte da tradição; os professores podem acreditar que os testes talvez os ajudem a avaliar a compreensão dos estudantes de aspectos do currículo. O ensino tradicional de matemática tem sido freqüentemente associado com um professor desagradável, como o professor do *Cinema Paradiso*, mas eu não quero fazer essa associação. Tenho conhecimento de muitas aulas em situação confortável, atmosfera calorosa, onde o plano traçado acima é seguido. Naturalmente, variações menores podem ser efetuadas no plano, mas o ponto é que o ensino tradicional de matemática está representado por variações da mesma estrutura organizacional.[12]

---

11. Contrariamente a isso, quando a educação matemática é organizada como projeto de trabalho, os estudantes estão, algumas vezes, trabalhando em grupo. Outras, coletando dados, em outras, os professores dão uma aula expositiva. As aulas podem ser muito diferentes umas das outras.

12. Uma descrição similar do "ensino tradicional de matemática" é apresentada em Alrø & Skovsmose (2002); ver também Richard (1991).

Olhemos para alguns estudantes de tais classes. Eu não quero me concentrar nos estudantes que são considerados bons ou excelentes por seus professores; nem nos estudantes que o professor considera problemáticos, seja porque eles têm dificuldades especiais em matemática ou porque são barulhentos. Eu quero olhar os estudantes que vão razoavelmente bem em matemática, que fazem seus trabalhos de casa regularmente, embora nem sempre, que resolvem os exercícios da melhor maneira que podem. Eles necessitam de alguma ajuda, mas com a dos pais e amigos eles passam. Em outras palavras, estou considerando estudante "normais", "regulares" ou "médios" que normalmente tendem a se tornar invisíveis na sala de aula. Grupos de "meninas silenciosas" são encontrados na literatura, mas existem também os "meninos silenciosos".

Esses grupos de estudantes "normais" podem abandonar a escola e avançar na escolarização, onde esperam encontrar pouca matemática, em qualquer sentido tradicional da matemática. (Que seu emprego futuro possa conter uma parte muito substancial da matemática implícita é outra questão.) Eles podem se tornar assistentes de lojas, fiscais de imposto, vendedores, motoristas de ônibus, bombeiros ou técnicos de laboratório; alguns podem ser empregados em companhias de seguro, outros podem trabalhar na indústria, tornarem-se professores, mesmo professores de matemática. Como descrever a educação matemática que essas pessoas receberam? A que propósito ela serve? Podemos dizer que a educação matemática deles os prepara para suas funções particulares de trabalho? A resposta é sim e não. Os exercícios que foram dados podem ter tido a forma: "resolva a equação...", "construa um triângulo com os lados...", "calcule a diferença entre...". Muitas vezes a ordem não é dada explicitamente, mas um exercício como "324+2555+4556" pode ser lido como "calcule, faça 324+2555+4556". A longa seqüência de exercícios característica do ensino tradicional de matemática pode ser vista como uma longa seqüência de ordens que os estudantes devem seguir.

Se nós dermos uma olhada em todas as descrições de objetivos e intenções dos programas particulares da educação matemática, freqüentemente encontramos afirmações sobre desenvolvimento de capacidades em criatividade, pensamento sistemático, resolução de problemas e comunicação. Contudo, na realidade, estimando o número total de exercícios que um estudante deve resolver durante o ensino fundamental e médio, provavelmente chegaríamos a um número em torno de 10.000. Um estudante completando a educação superior e continuando com estudos posteriores, incluindo matemática, completará um número consideravelmente alto de exercícios. De qualquer maneira, deixem-nos dar uma olhada nesses 10.000 exercícios, como um todo. Imaginemos que nós lemos o texto todo em voz alta. Soará como uma longa seqüência de comandos. Será difícil ouvir um convite à criatividade nesses 10.000 comandos. De que maneira podem ajudar o estudante a apreender algo da essência da matemática?

De acordo com muitos objetivos estabelecidos para a educação matemática, a idéia de criatividade e a importância do desenvolvimento de competências matemáticas que podem ser usadas nas situações de vida cotidiana são enfatizadas. Conseqüentemente, o ensino tradicional de matemática, incluindo seus comandos, parece ser um fracasso, notadamente, para um grande número de estudantes "normais". Essa tradição parece representar uma gigantesca disfuncionalidade no sistema educacional. Como poderia ser, então, que essa tradição tenha se desenvolvido como uma "tradição"? Parece ser uma experiência social muito cara, a qual está indo mal, ano após ano. Como poderia isso acontecer? Seria que, apesar de o ensino tradicional de matemática parecer um grande erro para a maioria dos estudantes, a tradição, contudo, pode ser julgada bem-sucedida para uma minoria de estudantes, que continuam seus estudos e tornam-se engenheiros, economistas, dentistas, cientistas da computação, matemáticos etc.? Será que a educação matemática, de fato, age como um dos pilares da sociedade tecnológica, preparando bem essa minoria de estudantes que estão se formando "técnicos", independentemente do fato de que a maioria dos estudantes é deixada para trás? Será que a educação matemática opera como um aparelho social eficiente para seleção, precisamente por deixar para trás um grande número de estudantes como não sendo "adequados" para outras modalidades futuras e custosas de educação tecnológica?

Outra possibilidade é que a educação matemática e, em particular, a do ensino tradicional de matemática, poderia ter outras funções diferentes daquelas em relação às quais nós estamos geralmente conscientes. Será que os estudantes "normais" de fato aprendem "alguma coisa", embora não falando estritamente de matemática (e certamente não de criatividade ma-

temática), e que essa "alguma coisa" serve para uma função socialmente importante? Se nós olharmos para trás, outra vez para os 10.000 comandos, com que eles se parecem? Certamente, não com aquelas tarefas com as quais a matemática aplicada se ocupa; tarefas essas que exigem criatividade para construir um modelo de uma parte selecionada da realidade. Eles tampouco parecem com algo com que um matemático esteja trabalhando. Contudo, eles devem ter algumas similaridades com outras tarefas rotineiras que algumas vezes são encontradas na produção e na administração. Um contador tem que fazer cálculos dia após dia. Um técnico de laboratório tem que fazer várias tarefas rotineiras de uma maneira muito cuidadosa. Números de instrumentos de medida têm que ser lidos e colocados em esquemas e isso tem que ser feito corretamente.[13] Todos esses trabalhos não implicam em maneiras criativas de usar números e figuras. Ao contrário, as coisas têm que ser manipuladas com muito cuidado e de um modo preestabelecido. Será que o ensino tradicional de matemática está funcionando bem na preparação para a maioria dos estudantes que virão a trabalhar nesses empregos?

Temos que estar conscientes da possibilidade, fortemente indicada por Bourdieu, de que as funções políticas e sociais reais de uma educação matemática particular não dependem, diretamente, da parte oficial do currículo, mas também do contexto social e político em que a escolaridade tem lugar. Embora o currículo da matemática possa ser descrito em certos termos atraentes, a função sociopolítica real de conduzir os estudantes por esse currículo poderia ainda produzir e legitimar uma "nobreza de estado". Entretanto, não precisamos considerar apenas o grupo de estudantes bem-sucedidos em matemática. Nós devemos igualmente considerar o grupo de estudantes "normais" que não estão indo bem para serem considerados como "nobreza de estado". A educação matemática poderia não apenas designar a "nobreza de estado", mas também ajudar a identificaros "funcionários de estado". E fazer isso poderia ser o grande sucesso do ensino tradicional da matemática. Entretanto, um grande grupo de estudantes pode ser deixado de lado e eles terão aprendido uma lição substancial:

13. Lindenskov (2003) argumentou que cuidado e precisão, que representam uma precondição para resolver exercícios no ensino tradicional de matemática, são competências importantes quando consideramos a escassez de recursos durante, digamos, a década de 1950.

que a matemática não é para eles. Silenciar um grupo de pessoas dessa maneira pode servir a uma função político-social e econômica. Assim, o ensino tradicional de matemática pode também excluir um grupo de "pessoas dispensáveis", que deveriam ficar satisfeitas com qualquer tipo de trabalho que lhes fosse dado.

4

UMA PERSPECTIVA CULTURAL. Até 1993 eu não considerava cuidadosamente a noção de cultura, mas, estando envolvido em um projeto da África do Sul, isso mudou. O que eu, em suma, chamo de projeto da África do Sul é uma colaboração entre instituições da África do Sul e da Dinamarca, estabelecida logo depois de 1994. O principal objetivo do projeto era criar um ambiente para pesquisa em educação matemática em uma perspectiva democrática.[14] Conhecer um país notadamente saído do *apartheid* tornou possível observar a extrema complexidade da noção de cultura. Dúvidas sobre o que a educação matemática e, em particular, o ensino tradicional de matemática, poderiam estar fazendo foram agravadas.

Previamente eu não estava consciente de que a cultura poderia ser usada de modo negativo. É claro que cultura pode se referir à tradição e ao folclore. Mas se as pessoas pensassem que eu deveria representar a cultura dinamarquesa, em uma conferência internacional, vestindo roupas no velho estilo dinamarquês, eu me sentiria ridículo. Quando expresso pelo sistema do *apartheid*, uma noção como a de cultura zulu também poderia funcionar de uma maneira opressiva.[15] A cultura zulu não se refere somente à tradição, mas também pode constituir-se numa armadilha. Uma "valorização" da cultura zulu foi associada com a afirmação de que pessoas perten-

14. O projeto agora chegou a conclusões bem-sucedidas, já que Mathume Bopape, Nomsa Dlamini, Herbert Khuzwayo, Maga Moodley, Anandhavelli Naidoo e Renuka Vithal obtiveram seu doutoramento. Foi um prazer para mim participar do projeto.

15. Ver também a noção de cultura em Adler (2001a); Bopape (2002); Cotton & Hardy (2004); e Vithal (2003).

centes a essa cultura ficam do lado de fora do desenvolvimento do ocidente. A cultura zulu pode ser pitoresca e incluir, por exemplo, danças com armas tradicionais. A noção de cultura pode ter uma conotação negativa, referindo-se às pessoas "lá fora" e "aqui dentro". Isso poderia sustentar uma justificativa de que seria melhor que as pessoas com tal cultura "diferente" ficassem em seus países.[16] Para mim, se preocupações culturais resultam no incentivo irrestrito às tradições, isso parece problemático. Assim eu poderia desejar distanciar-me de muitos vínculos que são considerados como pertencentes à cultura dinamarquesa. Prestando atenção à cultura, eu quero ser cauteloso em celebrar o tradicional. Se nós pensamos sobre a reserva crescente contra os estrangeiros inspirados pela retórica do "politicamente correto", isso tem uma tendência de se tornar parte do conceito geral de ser dinamarquês e de estar preocupado com a preservação dos valores dinamarqueses. "Cultura" é um conceito controverso. É mudança e desenvolvimento, inclui uma complexa mistura de novos e velhos elementos, ambos atraentes e problemáticos.

A educação matemática é parte de mudanças na cultura, e considerando os possíveis papéis para a educação matemática, em uma perspectiva cultural, surgem incertezas sobre como a matemática é parte do desenvolvimento social e tecnológico. Em particular, a tradição etnomatemática abriu a discussão das relações entre educação matemática e mudanças culturais. Tais estudos indicam que a educação matemática serve a uma função global e poderia tornar-se facilmente um instrumento de imperialismo cultural e representante da cultura ocidental. Ubiratan D'Ambrosio enfatizou o fato de que a educação e a educação matemática, em particular, podem ser discutidas em termos de colonialismo.[17] Conteúdo e forma de

16. A complexidade da noção de cultura pode ser ilustrada quando consideramos a noção de *ubuntu* (em zulu, em Sotho a palavra é *botha*). Bopape chamou minha atenção para esse conceito, e Dlamini também me ajudou a esclarecer suas diferentes conotações. *Ubuntu* se refere à solidariedade. Assim, ela se refere ao sentimento de partilhar e de responsabilidade. Ubuntu é parte da democracia como desenvolvida nas tradições africanas de negociações a que Mandela se refere em sua autobiografia: *Long Walk to Freedom*. *Ubuntu* é uma palavra com conotação atraente, mas também pode se referir à tradição e à autoridade. Eu posso incluir o que muitos poderiam considerar como exagerado, concernente às autoridades em uma comunidade. *Ubuntu*, assim, representa uma tensão entre aspectos atraentes e não-atraentes.

17. Veja, por exemplo, D'Ambrosio (2001). Bauchspies (no prelo) discute em que grau a aprendizagem e a aprendizagem matemática podem significar colonização. Para discussões mais gerais

educação matemática podem expressar idéias, princípios e modos de pensar que são altamente vinculados à cultura, mas, ao mesmo tempo, podem ser estranhos à situação na qual a atual educação matemática ocorre. Entretanto, antes de avançar, tenho que manifestar uma reserva a respeito da noção de "etnomatemática". Relacionar "matemática" com o prefixo "etno", que em muitas línguas e em muitas situações conota "etnicidade", é para mim problemático. Naturalmente, na literatura de etnomatemática, está claro que "etno" não significa o que "ethno" freqüentemente conota. "Ethno" simplesmente se refere à "cultura". Eu não estou sugerindo que há um problema com o programa de etnomatemática; ao contrário, há um problema com a palavra "etno".[18] O que faz sentido, e o que é enfatizado na literatura etnomatemática, são conexões entre cultura e matemática.[19]

Autores de estudos etnomatemáticos têm apontado que aquilo que é feito como educação matemática em uma perspectiva global pode ser explicado pelo processo de colonização. Nós podemos pensar em diferentes passos do processo de colonização. Um foi iniciado pelas descobertas feitas pelos portugueses, espanhóis, holandeses e ingleses. Esse processo foi de invasão e supressão militar direta, acompanhada por uma supressão cultural em termos de introdução forçada de uma nova língua e uma nova religião. Com o Brasil em mente, a supressão incluiu a eliminação física dos índios. Nova língua e nova religião foram acompanhadas por novos esquemas de produção. Produção para quem? É claro que a introdução do café no Brasil não era para o mercado local.[20] As colônias representavam recursos e suprimentos para os países colonizadores. O modo científico de

---

de etnomatemática, veja Gerdes (1996); Powell & Frankestein (orgs.) (1997); Ribeiro, Domite & Ferreira (orgs.) (2004); e Knijnik, Wanderer & Oliveira (orgs.) (2004).

18. Ver também Vithal & Skovsmose (1997).

19. Isso implica que "engenharia matemática", "matemática para a economia", "matemática em física", "matemática em criptografia" representem diferentes ramos da etnomatemática, como a "matemática chinesa", a "matemática dos incas", a "matemática das crianças de rua" etc. Contudo, estudos etnomatemáticos recentes não incluem muitas investigações de engenharia matemática etc.

20. A argumentação apresentada pelo autor é válida e interessante e seu espírito deve ser mantido. Porém, cabe observar que, à época do Brasil colônia, a força primária de trabalho e que importava aos colonizadores estava relacionada à exploração do ouro e de pedras preciosas (nota da tradutora).

pensar também pode estar ligado ao processo de colonialismo. E educação em matemática pode, igualmente, ser vista como elemento da invasão cultural. Assim, a matemática ocidental foi descrita como representante de valores ocidentais e como um modo dominante de pensamento. Isto traz uma clara perspectiva para a abordagem da etnomatemática, que inclui uma consciência de modos de pensar que são partes de culturas indígenas.[21]

No *Western Mathematics: the Secret Weapon of Cultural Imperialism*, Alan Bishop se refere a um livro-texto que contém os seguintes problemas: "Se o jogador de críquete pontuar r balizas em x turnos, n vezes sem errar, sua média é $r/(x-n)$. Encontre sua média se ele pontuar 204 balizas em 15 turnos, 3 vezes sem errar", e "o elevador na estação de Holborn tem 156 pés de altura e sobe em 65 segundos. Encontre a velocidade em milhas por hora". Trabalhar com tais exercícios tem diferentes significados para crianças em Londres e para crianças na Tanzânia, as quais eram colocadas frente a tais problemas durante o período colonial britânico. O uso de textos que incluiu esses exercícios foi recomendado pela Secretaria Colonial de Educação inglesa. Assim, foi estabelecido, na Índia e na África, que escolas e faculdades espelhassem, mais uma vez, as instituições congêneres da pátria mãe (Bishop, 1990: 55). Era simplesmente uma estratégia deliberada para instruir "no melhor do Ocidente", o que, certamente, era assumido como sendo superior a quaisquer outras opções.[22]

Quando o texto inglês é usado na Tanzânia, os exercícios e sua contextualização podem servir ao imperialismo. No sentido mais literal, os estudantes que são bem-sucedidos nesse programa educacional devem tornar-se funcionários de estado bem ajustados. Nos tempos coloniais isso era particularmente relevante para um império selecionar e nomear, cuidadosamente, tais funcionários. Assim, do ponto de vista da condução do império inglês, o funcionário de escritório colonial na Tanzânia poderia ser bem

---

21. A perspectiva da etnomatemática pode se tornar facilmente problemática, se incluir uma simples apreciação de modos pitorescos de pensar. A cultura é um conceito controverso, e Knijnik, em seus estudos da matemática do movimento dos sem terra esclarece que os modos de pensar arraigados na cultura deveriam ser criticados, e desenvolvidos. Isso traz um aspecto importante à noção de etnomatemática. Ver Knijnik (1998, 2002, 2004).

22. Para considerar outras afirmações de Bishop de que a matemática pode ser considerada uma arma secreta do imperialismo cultural, é interessante estudar Reynolds & Cutcliffs (orgs.) (1997), onde estudos de caso relacionados à tecnologia e colonização são apresentados.

recomendado. Colocado em termos gerais: "Assim, claro que através dos três meios, comércio, administração e educação, as simbolizações e estruturas da matemática ocidental poderiam ter sido impostas às culturas indígenas, de modo tão significante quanto as simbolizações e estruturas do inglês, francês, holandês ou qualquer língua européia do particular poder dominante colonial no país" (Bishop, 1990: 56). Certamente, dominação da língua significa dominação da cultura. O argumento de Bishop é o de que a dominação de outros sistemas, como educação e educação matemática em particular, representa uma dominação similar. Como parte do processo de colonialismo, designações como "nobreza de estado", "funcionários de estado" e "pessoas dispensáveis"[23] adquirem uma desprezível significância. Por meio desses mecanismos, a educação matemática pode ser caracterizada como uma arma do imperialismo ocidental.

5

A POLÍTICA DE OBSTÁCULOS DE APRENDIZAGEM. Em 1954 Hendrik Verwoerd fez a seguinte afirmação no seu discurso no senado sul-africano: "Quando eu tiver controle sobre a educação nativa, eu a reformarei de maneira que os nativos serão ensinados desde a infância a compreender que a igualdade dos europeus não é para eles. Pessoas que acreditam em igualdade não são professores desejáveis para os nativos... Qual a utilidade de ensinar matemática para os bantus, quando eles não podem utilizá-la na prática? Essa idéia é absurda" (citado por Khuzwayo, 2000: 4). Para Verwoerd, a tarefa suprema era assegurar que os negros não pudessem ter nenhum acesso ao poder. Exclusão da matemática era parte dessa estratégia.

23. Esses termos serão esclarecidos no texto pelo autor. Porém, talvez seja importante já apresentar alguma informação. "Nobreza de estado" é um termo usado por Bourdieu, e significa a posição nobre que, por exemplo, algumas disciplinas ocupam em relação às outras, como o caso da matemática nos currículos tradicionais das escolas ocidentais. "Funcionários de estado", significa pessoas formadas para agirem de maneira adaptada à máquina do estado. "Pessoas dispensáveis" significa pessoas que são dispensáveis à sociedade por não terem uma formação definida e adequada à sua estrutura e funcionamento (nota da tradutora).

Em outras palavras, obstáculos de aprendizagem podem ser explicitamente estabelecidos de maneira mais direta. Aqui nós estamos muito longe da noção teórica de obstáculos de aprendizagem, analisados em termos de preconcepções de estudantes, se não concepções errôneas, de algumas noções e idéias matemáticas. A interpretação epistêmica de obstáculos de aprendizagem não é a única possível, e as afirmações de Verwoerd enfatizam que obstáculos de aprendizagem podem tomar formas mais diretas

Verwoerd expressou fortes idéias a respeito de educação. No caso em que um sistema político exerce poder (ilegítimo) é essencial controlar o sistema educacional. Pedagogia fundamental é uma expressão da necessidade de controle do sistema educacional de forma a controlar a mente das pessoas. Pedagogia fundamental foi matéria obrigatória de estudo para todos os estudantes de cursos de formação de professores (negros, indianos, brancos) na África do Sul do *apartheid*. Pedagogia fundamental foi a maneira pela qual o estado ditava a necessidade de controlar o sistema educacional para controlar a mente da sua população. A mensagem da pedagogia fundamental foi a de que igualdade não é para negros (incluindo indianos e demais pessoas não-brancas) e que acreditar na igualdade não é para professores.[24] Em termos mais gerais: por meio da educação é possível assegurar uma "fronteira", um *apartheid* não em termos de "raça", mas em termos de "aquisições", também. O que Bourdieu observou como fato sociológico, Verwoerd expressou como estratégia política. De uma maneira barroca, nós vemos uma clara afirmação do impacto social da educação matemática: excluir pessoas da educação matemática mantém a exclusão social.

Deixe-me ilustrar o que eu considero "política de obstáculos de aprendizagem", resumindo aspectos da pesquisa branca em educação negra levada a efeito durante o passado do *apartheid* da África do Sul. Aqui a interpretação de obstáculos de aprendizagem era um problema muito grande, como algumas interpretações ajudavam a manter longe a brutalidade do regime do *apartheid*. Racismo era uma categoria básica, e podemos facilmente identificar a afirmativa básica do "racismo clássico". Nas escolas, os

24. Para análises críticas da Pedagogia fundamental ver Khuzwayo (2000); Vithal (2003); e Bopape (2002).

desempenhos fracos das crianças negras eram debitados a certos "fatos". De que a criança negra não desempenhava tão bem quanto a criança branca tinha que ser compreendido em termos de estruturas biológicas, estabelecidas durante milhares e milhares de anos ao longo do tempo. Certamente tal explicação estabelecia uma sólida distância entre o regime do *apartheid* e as causas daquilo que era observado nas salas de aula. Em particular, foi proposto que os obstáculos de aprendizagem das crianças não tinham nada a ver com as estruturas da escola e certamente nada a ver com a política do *apartheid*. Esses obstáculos eram para ser encontrados nas próprias crianças negras. Essas crianças traziam seus defeitos, direto para a sala de aula. Não havia nada que poderia ou deveria ser feito sobre isso. As crianças negras estavam inevitavelmente unidas a seus próprios maus desempenhos, os quais eram apenas uma expressão diferente da cor de suas peles. A dimensão política do desempenho escolar era eficientemente explicada pelo "racismo clássico".

Contudo, o "racismo progressivo" também encontrou a sua voz. A idéia de que aspectos sociais, antes que o quadro biológico, desempenham uma parte fundamental no desenvolvimento emocional e intelectual das pessoas levou a novas prioridades na pesquisa branca da educação negra. Em vez de procurar por uma explicação biológica para o desempenho fraco das crianças negras, fatores sociais poderiam ser identificados. Em seus estudos de pesquisas levado a efeito na Orange Free State University, Herbert Khuzwayo (2000) investigou um estudo de 1981 feito por A. C. Wilkinson: "An analysis of the problem experienced by pupils in mathematics at standard 5 level in the developing states in the South African context". O estudo de Wilkinson, que representa "pesquisa branca em educação negra", explora problemas em matemática vividos por estudantes negros. Nesse estudo a razão para o desempenho fraco das crianças negras era procurada em suas bases sociais (e não em suas "bases biológicas", como sugerido pelo "racismo clássico"). O estudo explica em termos de tradições familiares e, em particular, em termos do papel dominante do pai na família negra. De acordo com Wilkinson, esse aspecto da família ajuda a explicar que a criatividade, e também a criatividade em matemática, da criança negra, é "eliminada". Assim, a estrutura da família negra se torna um fator principal na "explicação" do fraco desempenho das crianças negras na escola.

Como no caso do racismo clássico, não é a escola nem a política do *apartheid* que pode ser culpada pelo fraco desempenho da criança negra. A criança, de novo, traz a causa de seu desempenho fraco para as escolas. Agora as explicações não são dadas em termos de estruturas biológicas, mas em termos de padrões psicológicos socialmente constituídos, os quais causam obstáculos à criatividade e ao pensamento matemático. O problema, então, é encontrado no solo cultural da criança. Em outras palavras, a cultura negra produz os obstáculos de aprendizagem de crianças negras (e, conseqüentemente, não uma cultura branca supressora). Os problemas das crianças negras nas escolas são estabelecidos anteriormente e não devem ser localizados na estrutura da escola. Como as crianças negras trazem, elas mesmas, os seus próprios obstáculos à aprendizagem, o melhor que a escola pode fazer é compensar por tais deficiências culturais.[25] As observações de Bourdieu, como referidas anteriormente, por certo fazem sentido também nesse contexto. O racismo estabelece categorias de percepção e formas de expressão que "suprimem ou reprimem a dimensão social, tanto dos desempenhos registrados e esperados", como "rejeita qualquer questionamento das causas".

Em 1996, junto com Mathume Bopape, eu visitei uma escola em uma cidade da África do Sul no subúrbio de Pietersburg. Bopape fez um estudo sobre educação matemática nas partes mais desoladas da África do Sul, e ele me mostrou como é que uma escola poderia ser. Janelas quebradas. Portas faltando. Instalações elétricas faltando. Havia um buraco no telhado. Talvez as telhas tenham sido removidas por alguém que achou que a sua casa necessitava mais delas do que a escola. Quando chovia as crianças tinham que sair daquela parte da sala de aula. Esta era ou muito quente ou muito fria ou muito úmida. Parecia um lugar onde estudantes e professores tinham a mesma intenção: abandonar esse lugar horrível assim que fosse possível. O que parece ser o obstáculo mais óbvio de aprendizagem para a criança na escola: a cor da sua pele, os pais dominantes ou um buraco no telhado? Era tudo muito óbvio: entrando na sala de aula, o primeiro a ser notado eram os obstáculos físicos de aprendizagem. E um estava diretamente em cima de nossas cabeças.

25. Para a crítica de tais teorias da deficiência ver, por exemplo, Ginsburg (1997); e Gorgorió & Planas (2000, 2001).

Como é que a pesquisa em educação matemática não mencionou esse buraco no telhado? Isso não foi relatado nas pesquisas de crianças com dificuldade de aprendizagem, no que diz respeito à pesquisa branca em educação negra. De fato, muita pesquisa parece apta a explicar o óbvio: crianças negras são simplesmente tratadas de modo diferente e seu futuro tem sido arruinado pelo regime do *apartheid*. Ignorar esse fato é um ato político. Obstáculos de aprendizagem não podem ser procurados no solo social da criança. Eles podem ser pesquisados na situação da realidade da criança. A distribuição de riqueza e pobreza também inclui a distribuição de possibilidades de aprendizagem e de obstáculos de aprendizagem. Essa distribuição é um ato político básico. Prestar atenção a isso significa restabelecer uma política de obstáculos de aprendizagem.

Desafortunadamente, o discurso dominante em educação matemática exemplifica as referências de Apple para a perda na educação matemática de "qualquer sentido sério" das estruturas sociais que formam o indivíduo. Alguns padrões de pesquisas "ajudam"-nos a ignorar simplesmente dados coletados como, por exemplo, um buraco no telhado, porque nós estamos acostumados a interpretar o desempenho na escola em termos de, primariamente, o solo pretérito da criança, isto é, aquilo que dá sustentação às suas ações atuais. Eu acho problemático compreender o desempenho de alguém referindo-se antes de tudo ao seu solo pretérito. Essa é uma estratégia por meio da qual a natureza política dos obstáculos de aprendizagem pode ser eliminada. Se, em vez disso, tentarmos compreender os desempenhos em termos tanto do solo pretérito e da situação aqui e agora, como em termos do "horizonte futuro" da criança, então a natureza política dos obstáculos de aprendizagem torna-se mais óbvia. Por "horizonte futuro" de uma pessoa eu entendo essas oportunidades que a situação social, política e cultural provêm para a pessoa. Contudo, não as oportunidades que podem existir de forma objetiva, mas as oportunidades percebidas realmente pela pessoa em questão. Eu vejo o "horizonte futuro" como um importante elemento para entender as intenções e ações de uma pessoa. As intenções de uma pessoa não se referem somente ao seu solo pretérito, mas também ao modo pelo qual essa pessoa experiencia possibilidades. Intenções expressam expectativas, aspirações e esperanças. Como eu vejo aprendizagem como ação (não todos os tipos de aprendizagens, mas alguns), não me surpreende que eu relacione desempenho de estudantes em escolas não somente com seu "solo pretérito", mas também com seu "horizonte futuro'.[26]

Os obstáculos de aprendizagem devem não ser apenas procurados no passado histórico-cultural da pessoa, mas também na constituição social real da pessoa, tanto quanto as oportunidades que o real sistema político e social tornam-lhe disponíveis. Em particular, o sistema do *apartheid* arruinou o futuro da criança negra e isso pode destruir o estímulo de estudantes negros para aprender. Quando uma sociedade "arruína o futuro" de alguns grupos de crianças, então estão estabelecidos os obstáculos de aprendizagem. O regime do *apartheid* chegou ao fim, entretanto, o fantasma do *apartheid* está ainda em atividade, e novos modos de estabelecer diferenças são postos em ação.

6

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ESTÁ EM TODO LUGAR. Essa afirmação começa a ter mais sentido se nós considerarmos aquilo que podemos referir como sendo "educação matemática". Há salas de aula em todo o mundo, onde matemática é ensinada e aprendida. Estudantes ouvem as exposições dos professores; tentam resolver exercícios. Aos estudantes são dados trabalhos de casa e os pais são facilmente envolvidos. Professores participam da educação — em serviço a fim de encontrar novas idéias e novo material. Quando os estudantes entram nas universidades ou nas escolas técnicas para estudar matérias como economia, engenharia, topografia, química, farmácia, educação física, biologia, astronomia, ciências da computação, estatística, geologia, meteorologia, ciências naturais e, lembremo-nos, matemática, eles encontram matemática de novo.

Além disso, locais ricos para aprendizagem matemática são encontrados fora do sistema regular de ensino. Matemática é uma operação em muitos locais de trabalho, bancos, tapeçarias e em todas as lojas. Nós não

26. Para uma discussão de "horizonte futuro" ver Alrø & Skovsmose (2002) e Skovsmose (1994, 2005).

estamos acostumados a pensar em um caixa de supermercado como usando matemática. Entretanto, a leitura automática do código de barra e o pagamento por cartão de crédito pressupõem que um gigantesco aparato matemático esteja em operação. A leitura de código de barra baseia-se em um dispositivo técnico complicado sustentado pela matemática, que pode estar ligado a uma movimentação automática de estoque. O uso do cartão de crédito inclui grande quantidade de comunicação eletrônica e é aplicada matemática na política de segurança. A matemática está condensada em programas e pacotes instalados em computadores, prontos para serem usados. Os usuários do sistema não precisam saber e raramente estão cientes dos detalhes de operações matemáticas existentes por trás da tela. Entretanto, outros tipos de competências, também matemáticas, são importantes. Pode o preço desses três itens ser tão alto? Aprender como operar sistemas que incluem matemática pressupõe aprendizagem de alguma matemática, embora a matemática utilizada nesse caso seja de natureza diferente daquela das embalagens. As pessoas que aprenderam a operar um caixa nunca pensaram nisso como um exemplo de educação matemática.

Tornou-se largamente reconhecido que a matemática está em operação em muitos locais diferentes de trabalho. A discussão é levantada pelo próprio título do livro *What Counts as Mathematics?*, escrito por Gail FitzSimons. Ela estuda a tecnologia do poder na educação de adultos e na educação vocacional.[27] De fato é impossível considerar o local de trabalho, onde computadores estão sendo utilizados, sem reconhecer que, ao mesmo tempo, a matemática está em operação. Em todas essas situações ensinar e aprender matemática estão ocorrendo. Estudos de etnomatemática ajudaram a esclarecer que a matemática está em todos os processos de ensino e aprendizagem, como parte do processo de enculturação. Quando algumas técnicas, digamos, de construção de casa, são passadas para a geração seguinte, nós também estamos testemunhando um processo de educação matemática.

Educação matemática é parte da comunicação e interação diária. Há matemática incluída no processo de comprar pão ou um jornal em um do-

27. Outros estudos interessantes de matemática em local de trabalho, que ao mesmo tempo ampliam a concepção de matemática são encontrados em: Bessot & Ridgway (orgs.) (2000); Coben, O'Donoghue & FitzSimons (orgs.) (2000); Harris (org.) (1991); e Wedege (2000, 2002a, 2002b).

mingo. Então, ao ler o jornal enquanto tomamos o café da manhã, mais matemática é introduzida ou usada. Lendo sobre inflação, resultados esportivos, sistemas lotéricos, a probabilidade que um time de futebol tem de ganhar contra outro em seu campo, que o estoque está caindo, que os preços da gasolina estão subindo, que a probabilidade de que os resultados de uma próxima eleição conduzam um partido ao poder, encontramos matemática. Ofertas especiais são anunciadas em quase toda página do jornal. A seção de negócios contém informação sobre companhias que devem fechar. Outras que estão em vias de ser compradas por companhias estrangeiras. Todas essas considerações estão baseadas em cálculos matemáticos. Ler criticamente essas informações pressupõe certo entendimento de números, de cálculos, como também esse entendimento é preciso para ler a respeito da especulação de certezas e incertezas vinculadas à aplicação de matemática. Ler um jornal matutino pode ser um processo de engajar-se com a matemática.

Assim, por educação eu não me refiro a qualquer contexto escolar particular. Educação matemática pode ocorrer em quaisquer situações. Eu uso a palavra educação matemática quando eu desejo me referir a situações onde os processos de aprender e ensinar matemática estão ocorrendo. Assim, educação matemática torna-se um rótulo que cobre tudo e eu desejo ignorar as conotações que indicam apenas os processos de ensino e de aprendizagem que ocorrem na escola. Educação matemática ocorre em todo lugar.

Como já indicado, muitos grupos diferentes de pessoas podem estar envolvidos na educação matemática. Nós temos estudantes de todo o mundo: desde vizinhanças ricas até favelas, estudantes com diferentes "solos pretéritos", estudantes que tiveram diferentes oportunidades, aspirações e "horizontes futuros". E temos estudantes que nunca foram para a escola — mas as ruas também são locais de educação matemática.[28] Nós não somente temos contato com estudantes, como também com seus pais e professores. Além disso, muitos discursos diferentes contribuem com a educação matemática. Os estudantes comentam sobre o ensino e, quando perguntados sobre matemática, freqüentemente falam sobre seus professores de matemática. Os professores falam sobre os estudantes e, ao ouvir professo-

28. Ver, por exemplo, Nunes, Schliemann & Carraher (1993).

res de um nível determinado do sistema de ensino, temos a impressão que os estudantes estão vindo de um nível prévio desse sistema cada vez mais fracos, ano após ano. Pesquisadores podem cooperar com os professores e professores podem achar o discurso da pesquisa educacional muito distante daquele que deveria lidar com seus problemas diários. Os políticos podem sugerir novas iniciativas para implementar a educação matemática, eles podem ignorar resultados de pesquisa e desenvolver uma terminologia sobre eficiência e competitividade que é mais afeita a negócios que usada por professores e educadores matemáticos.

Nós poderíamos tentar falar sobre *sistemas* de educação matemática, ou, talvez, sobre sistema sociopolítico de educação matemática, referindo-nos tanto a grupos de pessoas como aos discursos que são parte da educação matemática.[29] Nós podemos, entretanto, não pensar sobre educação matemática como um sistema simples, onde usamos "sistema" como apresentado na teoria de sistema. A educação matemática parece estar longe de qualquer sistema onde os elementos particulares se adequam em um quadro geral e servem a um determinado objetivo. A educação matemática é uma entidade mais heterogênea. É melhor pensá-la como um conjunto de sistemas, sem qualquer funcionalidade uniforme linear. O conceito de estruturação é fundamental para a interpretação de Antonny Giddens do que é sociologia — não são "objetos" sociais, nem "fatos", nem "sistemas", mas "processos".[30] Eu não pretendo apreender o significado total da interpretação de Giddens sobre "estruturação", porém acho esclarecedor pensar na educação matemática como uma "família de estruturações". Quando eu me refiro à educação matemática como um sistema, é somente para efeito de simplificação. Eu sempre tenho em mente que educação matemática inclui muitos processos diferentes, grupos diferentes de pessoas, e diferentes discursos. Educação matemática é um conceito muito vago. E deixemos que seja assim.

Na sociedade nós encontramos diferentes famílias de estruturações (às quais eu me refiro como "sistemas" para simplificação de terminolo-

29. Um estudo cuidadoso do Sistema Institucional de Educação Matemática foi feito por Valero (2002a). Os diferentes atores que operam nesse sistema foram localizados e aquela educação foi descrita em sua complexa realidade sociopolítica.

30. Ver, por exemplo, Giddens (1984).

gia). Nós podemos pensar no sistema de transporte, sistema hospitalar, sistema postal, sistema de comunicação, sistemas educacionais, bem como sistemas de educação matemática. Alguns desses sistemas (famílias de estruturações) podem ser considerados de significação particular para a teorização social. Assim, a teorização social, inspirada em Karl Marx, deu atenção especial às estruturas sociais, como provedoras de um dinamismo básico para o desenvolvimento social, significando que as "leis" do progresso econômico definem os parâmetros principais na teorização social. O desenvolvimento de outros sistemas sociopolíticos pode, então, ser explicado por referência a como eles estão relacionados com o sistema econômico. Após o desenvolvimento explosivo das tecnologias de informação e comunicação, tem sido indicado que os principais passos no desenvolvimento social refletem a emergência de novas formas de processamento de informação e conhecimento. Eu não tenho tido ciência, entretanto, de qualquer teorização social que tenha dado atenção especial, digamos, ao sistema postal (naturalmente estudos podem ser feitos no sistema postal, mas isso é outro assunto). Esse sistema é considerado "insignificante". Por um sistema social "significante" eu entendo um sistema que parece influenciar outros sistemas sociais em tal grau, que a teorização social deve prestar-lhe atenção a fim de formular interpretações adequadas ao fenômeno social. O sistema educacional tem algumas vezes chamado a atenção da teoria social, embora ela não deva ter nenhum lugar proeminente entre as famílias de estruturação. Nem a educação matemática tem sido considerada como sendo de significância particular para a compreensão dos processos básicos na sociedade. (Da perspectiva de muitos teóricos sociais, a educação matemática parece tão insignificante quanto o sistema postal.)

As observações de Stone, Bourdieu, Bishop e D'Ambrosio, anteriormente comentadas, indicam, entretanto, que a educação matemática pode ter algum significado. A fim de indicar mais possíveis significados à educação matemática no atual processo sociopolítico, eu considerarei, nas três seções seguintes: (a) globalização, (b) processamento de conhecimento, (c) guetorização.[31] *Globalização* representa um aspecto da sociedade de informação no qual nós estamos juntos de muitas e novas maneiras, econômica,

31. Guetorização está traduzindo *ghettoising*, no sentido usado pelo autor como um processo de formação de guetos (nota da tradutora).

cultural e ecologicamente. O processamento de conhecimento desempenha um papel crucial em toda rede de trabalho, assim, nós podemos nos referir a uma sociedade informacional como uma sociedade de aprendizagem. Finalmente, o crescimento dos guetos significa que ligar processos de globalização não significa uni-los *em solidariedade*. Globalização pode significar, também, maior exploração. Eu não vejo globalização e guetorização como dois processos diferentes, mas como diferentes perspectivas sobre a rede de trabalho da sociedade informacional. Matemática e educação matemática podem ter especial significado no processamento de conhecimento e, desse modo, podem operar juntas no processo de formação de guetos e globalização.

7

GLOBALIZAÇÃO pode se referir a todos os aspectos da vida. Ela tem a ver com assuntos econômicos, significando que empresas econômicas em uma parte do mundo podem afetar a economia em outras partes diferentes. A atividade febril no mercado da bolsa pode ser percebida como uma expressão da globalização, fortemente mantida pela rede eletrônica. Por exemplo, a listagem dos "países de risco" pode variar dia a dia. Globalização tem a ver, também, com fenômenos ecológicos. O que ocorre em uma parte do mundo, em termos de poluição, de derrubada de florestas, de chuva etc., tem efeitos em ambientes ecológicos diferentes. Globalização se refere à consciência política crescente do que está acontecendo em diferentes partes do mundo. Assim, a guerra do Golfo pode significar que os interesses dos Estados Unidos no suprimento de petróleo e a guerra dos Estados Unidos contra o terrorismo afetam (se não destroem) um grande número de comunidades, famílias e pessoas sem qualquer relacionamento com o terrorismo. O tribunal de Haia representa a dimensão política da globalização, decidindo como a comunidade internacional age contra criminosos de guerra (em algumas guerras pelo menos). Globalização se refere às tendências culturais e, no presente, freqüentemente, significa americanização. Tradições, valores e modismos que representam os Estados Unidos têm um

impacto crescente nas culturas jovens que ficam cada vez menos enraizadas nas tradições nacionais. Assim, quando o logotipo do McDonald's está visível em cidades, em, digamos, estados brasileiros, é apreciado pela juventude. Globalização se refere ao fluxo de informação, notícias e comunicação ao redor do mundo. Assim, a internet representa uma moeda forte subjacente à globalização. Globalização se refere a uma mistura de tendências econômicas, políticas, culturais e da comunicação.

Globalização tem algumas conotações atraentes. Pode incluir uma sensação de estar junto e de partilhar preocupações uns com os outros — como se o globo estivesse se tornando uma grande comunidade. Talvez um melhor entendimento da globalização seja alcançado quando nós nos despimos de nossas associações positivas e deixamos, simplesmente, a globalização se referir ao fato de que novas conexões são estabelecidas entre entidades sociais anteriormente desconectadas. Globalização pode se referir ao fato de que o que está acontecendo e sendo feito por um grupo de pessoas pode afetar, para o bem ou para o mal, outro grupo, completamente diferente, de pessoas, mesmo que esse grupo desconheça a natureza do efeito. Assim, globalização pode se referir às inter-relações e perda de transparência. Pode significar destruição de comunidades. O conceito de globalização contém conotações tanto negativas quanto positivas: "Para alguns, 'globalização' é o que nos une quando estamos felizes, para outros é a causa de nossa infelicidade. Para qualquer pessoa, contudo, globalização é o destino do mundo, como um processo irreversível" (Baumann, 1998: 1).

A economia foi globalizada,[32] e deixem-me citar Immanuel Wallerstein: "O sistema mundial moderno é uma economia mundial capitalista, o que significa que ela é governada pelo impulso para a acumulação infinita de capital, algumas vezes chamada de lei de mais-valia" (Wallerstein, 1999: 35). Os processos econômicos nesse sistema podem ser engrenados por meio de inovação e comunicação tecnológicas.[33] Conseqüentemente, também faz

32. Ver Archibugi & Lundvall (orgs.) (2001: 2).

33. Ver também Harvey (1990: 180), que enfatiza os três aspectos seguintes de qualquer modo de produção capitalista: (a) "capitalismo é crescimento orientado. Uma taxa de crescimento é essencial para a saúde do sistema econômico capitalista, pois é apenas pelo crescimento que os benefícios podem ser assegurados e a acumulação de capital sustentada... (b) Crescimento em valor real repousa sobre a exploração de trabalho vivo na produção. Isso não significa dizer que o trabalho

sentido falar de uma economia informacional. Um aspecto desse sistema mundial é a extensão e os movimentos da cadeia de suprimentos, isto é, aquelas cadeias que levam da matéria-prima para o produto final. Nessas linhas, encontramos refinamentos da matéria-prima no produto final e há uma rodada de lucro a cada passo, caracterizada, basicamente, pelo fato de que quanto mais perto ficamos do produto final, maior é a rodada de lucro. A direção da cadeia de suprimentos pode ser mudada de acordo com novas prioridades. Assim Albert J. Dunlap, um dos mais importantes empresários de negócios, se expressa da seguinte maneira: "A empresa pertence ao povo ou às pessoas que investem nela, não aos seus empregados, fornecedores, nem à localidade na qual está situada" (citado por Baumann 1998: 6). O significado dessa afirmação é claro: a empresa é uma entidade que se move livremente e, certamente, as grandes empresas podem mover as cadeias de suprimento como quiserem. A empresa não está em um ambiente físico, específico e não tem nenhuma obrigação para com qualquer comunidade em particular. Onde ela está localizada no momento e o que ela está produzindo no presente é determinado pelas pessoas a quem pertence, e essas são as pessoas (ou algumas das pessoas) que investem na empresa. Aderir a esse princípio econômico tem sido altamente facilitado pelas tecnologias de informação e comunicação. O movimento (ou possibilidade de movimento) permanente da empresa, visando à "capitalização", é um elemento definidor da globalização e isso significa poder.

De acordo com a economia neoclássica, a economia informacional poderia parecer atraente, à medida que ela torna mais fácil para as empresas individuais perseguirem seus próprios interesses, por exemplo, movimentando as cadeias de suprimento. A suposição é de que o empreendimento individual proverá uma consistência abrangente acima de tudo e assegurará que "o mundo progrida de glória em glória, de prosperidade em prosperidade e, portanto, de satisfação em satisfação". Naturalmente, outros têm questionado se esse empreendimento leva a um bem-estar comum, e, se seguirmos uma análise socialista, a acumulação sem fim do capital termina quando não é assegurada nenhuma redistribuição. Da perspectiva clássica de Marx, nenhum processo de redistribuição será suficiente para compensar os desastres do capitalismo. Neste estudo eu não comentarei de maneira mais aprofundada esses aspectos gerais da economia da informação. Eu só quero enfatizar que não acredito em nenhuma afirmação neoclássica sobre a consistência geral do empresariado. Eu acredito que uma redistribuição comum da riqueza é uma exigência mínima a ser feita, porém, fundamentalmente, eu me sinto extremamente inseguro a respeito de para onde a economia informacional globalizada poderia levar-nos e o que poderia significar em termos de concentração de capital, poder e riqueza.

---

obtenha pouco, mas que o crescimento é sempre programado sobre uma lacuna entre o que o trabalho obtém e o que é criado... (c) Capitalismo é necessariamente dinâmico, tecnológica e organizacionalmente..."

8

PROCESSANDO O CONHECIMENTO. No *The Social Framework of the Information Society*, de 1980, Daniel Bell enfatiza que um novo "princípio axial" para o desenvolvimento social pode ser localizado. Enquanto o capital e o trabalho têm sido concebidos como as principais fontes de valor, uma nova fonte importante para o valor vem emergindo. Aquilo que Bell descreve como um conhecimento teórico da sociedade pós-industrial, quando codificado, será "o diretor" da mudança social. Assim, Bell sugere uma nova idéia importante para o entendimento do desenvolvimento social. Torna-se vital ver a produção do conhecimento como desempenhando um papel importante. E quando nós consideramos a codificação do conhecimento, então a tecnologia do computador torna-se crucial. Conhecimento tem uma nova significância econômica à medida que a tecnologia do computador oferece uma nova maneira de codificar e processar o conhecimento.

A importância do conhecimento pode ser condensada no conhecimento da teoria do valor. Se nós considerarmos a sociedade industrial, Bell destaca que máquina tecnológica, recursos naturais e suprimento de fontes naturais de energia são os "agentes transformadores". Entretanto, na sociedade pós-industrial as variáveis cruciais tornam-se informação e conhecimento. A economia clássica garante que capital e trabalho desempenham os papéis principais na produção do valor. De acordo com essas afirmações, a função de produção, Q, é definida em função de duas variáveis $Q = Q(C, L)$, onde Q denota saída, C, entrada de capital e L, entrada de trabalho. Bell enfatiza, contudo, que "quando o conhecimento se torna envolvido de alguma forma sistemática na aplicação de recursos... então se pode dizer que o conhecimento, não o trabalho, é a fonte do valor" (Bell, 1980: 506). Nesse sentido, conhecimento torna-se um princípio axial para produtividade.[34] Conhecimento e informação tornam-se "recursos estratégicos e agentes de transformação da sociedade pós-industrial" (1980: 531). Isso implicará em mudanças na formação integral da sociedade: "No próximo século a emergência de uma nova estrutura social baseada em telecomunicações pode ser decisiva para a maneira pela qual trocas econômicas e sociais são conduzidas, bem como para o modo pelo qual o conhecimento é criado e recuperado e para as características das ocupações e de trabalho em que os homens se engajam. A revolução na organização e processamento da informação e conhecimento, na qual o computador exerce um papel central, tem como seu contexto o desenvolvimento daquilo que eu chamei sociedade pós-industrial" (1980: 500).

Muitos estudos estão na linha da apresentação de Bell da "sociedade da informação". Entretanto, ela também tem sido criticado por não fornecer um cenário global, mas uma perspectiva norte-americana e européia, se não simplesmente uma perspectiva norte-americana sobre o desenvolvimento econômico. Tem sido alegado que os países do Terceiro Mundo, da mesma forma que outras forças sociais, têm sido eliminados do quadro. O resultado tem sido uma visão muito peculiar do mundo útil para as prioridades americanas subjacentes, em política e negócios. Essa visão de mundo inclui uma cegueira sistemática para com os horrores econômicos ambientais, políticos e culturais que são causados por processos de globalização, em algumas partes de nossa aldeia global. E, conhecendo essa cegueira, Manuel Castells fala sobre a "sociedade informacional". Eu partilho das preocupações de Castells sobre a perspectiva estreita que pode estar associada com a expressão "sociedade da informação" e, portanto, usarei "sociedade informacional", assim como "economia informacional".[35]

---

34. Ver, por exemplo, Tomlinson (2001) para observações sobre o funcionamento da produção. Poderia ele ter o formato $Q = Q\,(C, L, S)$, onde S se refere à comunicação e/ou serviços de negócios?

35. Ver Castells (1999). Castells usou a "sociedade de rede" *network society* como título de um dos seus livros, e essa noção é também útil.

Apesar de Bell sugerir um conhecimento da teoria do valor, as noções de conhecimento e informação não são analisadas de maneira mais aprofundada. De fato, "conhecimento" e "informação" operam como fantoches nessa teoria do valor. Para mim, parece surpreendente que não seja necessária nenhuma especificação maior sobre a natureza do conhecimento e da informação que possa servir como fonte estratégica nessa nova ordem social na qual parece que estamos entrando. Algum tipo de conhecimento sustenta processos de globalização? Dificilmente. Poderia haver uma área particular de conhecimento que fosse significativa para a sociedade informacional? Se nós estudarmos Bell (1980) e Castells (1996, 1997, 1998), a resposta parece ser "não". Pelo menos a natureza e o conteúdo da informação do conhecimento que eles têm em mente estão sendo discutidos apenas em termos muito gerais. Nós fomos abandonados sem nenhuma especificação de que tipo de conhecimento poderia funcionar como força produtiva.

Uma forte tradição em filosofia dedica atenção especial para a definição de conhecimento. Conhecimento e o desenvolvimento do conhecimento são elementos essenciais em epistemologia. Como é possível ao conhecimento emergir? Qual seria a fonte do conhecimento? Como podemos justificar crenças de tal modo que possamos afirmar as crenças para constituírem-se em conhecimentos? Resumindo: o que é conhecimento, e como nós o adquirimos? Para Platão, uma teoria do conhecimento está relacionada com a teoria do estado. Conhecimento é essencial para o governo do estado e isto põe os filósofos no poder. John Locke também elaborou uma análise do conhecimento e conhecimento humano como sendo essencial para identificar princípios adequados de governo. Nós podemos expandir essa idéia e sugerir que teorização social deve incluir considerações sobre a natureza específica do conhecimento e da informação. Eu acredito que é importante esclarecer o seguinte: todo tipo de conhecimento tem uma força produtiva na sociedade informacional? Ou será que certos tipos de conhecimento se tornam fontes produtivas particulares?[36]

---

36. Outra linha de argumento é, contudo, possível. A informação tem sido associada com tecnologia da informação e da comunicação (ICT). A tese seria que a ICT e não a informação e o próprio conhecimento é a fonte (senão a causa) do desenvolvimento econômico e social. Nesse sentido nós modernizamos uma tese clássica em sociologia, a de que as principais mudanças no

Vejamos como Castells opera com a noção de conhecimento. Ele afirma: "No novo modo informacional de desenvolvimento, a fonte da produtividade jaz na tecnologia da geração de conhecimento, de processamento de informação e de comunicação simbólica. Para ser claro, conhecimento e informação são elementos críticos em todos os modelos de desenvolvimento, desde que o processo de produção esteja sempre baseado em algum nível de conhecimento e de processamento de informação" (Castells, 1996: 17). É certo que o conteúdo e a clareza dessa afirmação se apóiam sobre uma especificação daquilo que pode ser entendido como informação e como conhecimento. Castells adiciona uma nota de rodapé nessa seção: "Por razões de clareza... considero necessário estabelecer uma definição de conhecimento e de informação, mesmo que esse gesto de satisfação intelectual introduza uma dose de arbitrariedade no discurso, como cientistas sociais, que lidaram com a questão, sabem muito bem". Então, Castells assinala que não há nenhuma razão obrigatória para melhorar a noção de conhecimento fornecida por Bell, que define conhecimento como: "um grupo de afirmações organizadas de fatos ou idéias, apresentando um julgamento racional ou um resultado experimental que é transmitido a outros através de algum meio de comunicação, de modo sistemático" (Bell, 1973: 175, citado por Castells, 1996: 17).

É claro que Castells não toma essa parte do seu trabalho muito seriamente. Ele põe a definição de conhecimento em uma nota de rodapé e se desculpa referindo-se à sua nota de rodapé como sendo um "gesto intelectual". Além disso, Castells não aplica sua definição de maneira séria ao continuar seu trabalho. Ele deixa as noções de "conhecimento" e de "informação" permanecerem como conceitos nebulosos ao longo do seu estudo sobre a sociedade informacional. O esclarecimento grosseiro, entretanto, expresso, é que conhecimento é um tipo particular de informação, assim

---

desenvolvimento social estão vinculadas a certos desenvolvimentos tecnológicos. Como ICT se torna uma infra-estrutura tecnológica nova, nós podemos esperar uma nova superestrutura social. Assim, a tese do novo princípio axial pode ser reinterpretada como a emergência de uma nova ICT, interpretada não com o conhecimento em qualquer forma específica, mas sim com a emergência de uma nova ICT. Isso poderia ter algum sentido, porém eu ainda penso que nós não podemos escapar da discussão de que tipo de conhecimento pode desempenhar um papel essencial. A construção, desenvolvimento e operação do ICT são, também, baseados no conhecimento, mas não em qualquer tipo de conhecimento.

como conhecimento é informação associada com um tipo de justificativa. Meu problema é que essa simplificação não nos leva a lugar algum. (Estou certo de que Castells percebeu isso.) Porém, eu acho que é essencial fazer uma especificação melhor sobre a noção de conhecimento, a fim de obter um entendimento mais profundo de alguns dos processos sociais básicos da sociedade informacional (e eu receio que Castells não tenha entendido isso).

Eu não penso que possamos falar sobre informação e conhecimento em termos assim generalizados, como tem sido comum na sociologia. Diferentes áreas do conhecimento e informação podem desempenhar papéis completamente diferentes na sociedade informacional. Os diferentes tipos de conhecimento podem estar relacionados de diferentes maneiras ao princípio da produção axial. Apenas para ilustrar meu ponto de vista: nós podemos coletar informações sobre pessoas, seus nomes e dos seus parentes. Nós continuamos a receber novas informações sobre os crimes de guerra executados ao redor do mundo. Recebemos informações sobre os resultados de futebol e nós sabemos que o Manchester United ganhou o título em 1999. Alguns de nós sabemos que isto tornou Peter Schmeichel uma lenda no Manchester United. Temos algum conhecimento sobre matemática e fórmulas matemáticas, por exemplo, sabemos alguma coisa sobre a distribuição dos números primos. É possível coletar informação sobre como as pessoas usam cartões de crédito e se ciclistas profissionais usam (ou não) capacetes. Nós sabemos sobre estrelas de cinema, conhecemos fórmulas químicas, tradições de cozinha na Grécia, o rosto de Marilyn Monroe. Temos uma quantidade irritante de informações extras pela internet. Minha tese é que diferentes formas de informação e conhecimento desempenham papéis muito diferentes no desenvolvimento da sociedade informacional. Se desejarmos chegar a um entendimento mais profundo dos processos em que a sociedade informacional é criada, então temos de ser específicos sobre as noções de informação e conhecimento. A compreensão sociológica torna-se dependente de estudos de caso epistêmicos.

A idéia de que o conhecimento seja um princípio axial da produção levou às considerações sobre a *produção de conhecimento*. Muitos estudos recentes sugerem que a produção de conhecimento tem importância particular para o desenvolvimento econômico, de maneira que a questão não é simplesmente ter ou não acesso ao conhecimento. A consideração sobre a produção de conhecimento leva-nos diretamente ao conceito de *aprendizagem* e, não surpreendentemente, agora encontramos a noção de *sociedade da aprendizagem*, sendo usada em diferentes contextos.[37] Daniele Archibugi e Bengt-Åke (orgs.) (2001) consideram relevante falar sobre economia da aprendizagem (e não simplesmente sobre economia baseada em conhecimento), à medida que vêem tanto a significância econômica da produção, como da destruição do conhecimento. Não é o conhecimento como tal, porém os processos indo e vindo do conhecimento que têm impacto econômico. Certas formas de conhecimento podem tornar-se obsoletas e transformarem-se em obstáculos econômicos. A aprendizagem pode estar associada com escolas, sendo elas um importante lugar para aprender. Mas muita aprendizagem ocorre fora da escola. A aprendizagem é parte da vida diária. A aprendizagem ocorre em empresas e em locais de trabalho. E é reconhecido que uma organização pode tornar-se uma "aprendiz".

Eu considero que uma compreensão adicional de uma sociedade informacional (sociedade da aprendizagem e economia da aprendizagem) e processos de globalização poderiam ser mais bem esclarecidos se déssemos atenção especial à produção e à codificação de conhecimento matemático, isto é, para a *aprendizagem de matemática*. Isso nos leva a considerar o papel da educação matemática como tendo lugar em locais formais e informais. Acho que a emergência da sociedade informacional, incluindo os processos de globalização, torna importante que os papéis tecnológicos e sociopolíticos da matemática e da educação matemática sejam cuidadosamente discutidos.[38] Para mim, não é surpreendente que seja possível encontrar educação matemática em todo lugar (mais tarde eu tentarei esclare-

37. Para comentários críticos da noção de sociedade da aprendizagem, ver, por exemplo, Young (1998), que escreve: "A idéia de sociedade da *aprendizagem*, assim como as idéias associadas de sociedade *informacional* e revolução de habilidades, reflete mudanças reais na economia e pelo menos o reconhecimento parcial de que o modo de produção e as condições de lucratividade das empresas européias foram alteradas" (1998: 141). Young sugere considerar *sociedade da aprendizagem* como um conceito controverso "no qual os diferentes significados atribuídos a ela não só refletem diferentes interesses, mas também diferentes versões do futuro e de diferentes políticas para se chegar lá" (1998: 141).

38. Ver também Skovsmose & Valero (2002a) para mencionar a possibilidade de estabelecer uma economia política de educação matemática.

cer essa idéia). Isso coloca muitas questões: Pode o desenvolvimento da sociedade informacional prover um novo significado para a afirmação feita por Stone, de que a educação matemática pode ser vista como a base sobre a qual a superestrutura tecnológica da sociedade repousa? Pode a educação matemática fornecer uma produção de conhecimento, essencial para o "novo princípio axial"? Poderiam as funções da educação matemática, simultaneamente, serem expressas em formulações ainda mais drásticas do que aquelas indicadas por Bourdieu? Poderia a educação matemática influenciar a sociedade informacional, provendo formas *operacionais* de estratificação, seleção, demarcação e legitimização? Poderia essa educação, conforme indicada por Walkerdine, representar uma forte "tecnologia do social", dando origem a "cidadãos racionais" prontos a aceitarem a ordem dada da economia informacional globalizada?

9

GUETORIZAÇÃO. Na obra *End of Millennium*, Castells define exclusão social como "o processo pelo qual certos indivíduos e grupos são sistematicamente barrados ao acesso às posições que poderiam capacitá-los a uma vida autônoma dentro dos padrões sociais delimitados pelas instituições e valores em um dado contexto" (Castells, 1998: 73). Castells enfatiza que "a ascensão do capitalismo informacional global é caracterizada simultaneamente por desenvolvimento e subdesenvolvimento econômico, inclusão e exclusão social" (1998: 82). Zygmunt Bauman faz as seguintes observações: "A globalização divide tanto quanto une — as causas da divisão sendo idênticas àquelas que promovem a uniformização do globo" (Bauman, 1998: 2). Para mim, globalização e guetorização representam diferentes aspectos da (ou diferentes perspectivas sobre a) sociedade informacional.

Castells faz a seguinte observação que o leva a considerar a noção de Quarto Mundo: "Esse processo generalizado, multiforme, de exclusão social leva à constituição do que eu chamo, tomando a liberdade de uma metáfora cósmica, de buracos negros do capitalismo informacional. Há regiões da sociedade nas quais, falando estatisticamente, não há escapatória da dor e destruição infringidos na condição humana daqueles que, de uma maneira ou de outra, entram nessas paisagens sociais" (Castells, 1998: 162). O Quarto Mundo faz os buracos negros do capitalismo informacional: "O Quarto Mundo compreende extensas áreas do globo, tais como a África Subsaariana e as áreas rurais empobrecidas da América Latina e da Ásia. Mas também está literalmente presente em cada país, em cada cidade, nessa nova geografia da exclusão social. É formado por guetos intracidades americanos, por uma massa de juventude de língua espanhola desempregada, bem como pelos norte-africanos que habitam os armazéns nos subúrbios franceses, os quarteirões de favelas (Yoseba) japoneses, as choupanas das megacidades asiáticas. É habitado por milhões de pessoas sem teto encarceradas, prostituídas, criminalizadas, violentadas, estigmatizadas, doentes e ignorantes. Essas pessoas são a maioria em algumas áreas, a minoria em outras, e ainda uma minoria muito pequena em poucos contextos privilegiados. Porém, em toda parte elas estão crescendo em número e aumentando em visibilidade, à medida que a triagem seletiva do capitalismo informacional e aquela do estado de prosperidade político intensifica a exclusão social. No atual contexto histórico, o crescimento do Quarto Mundo é inseparável do crescimento do capitalismo informacional global" (1998: 164-165).

Poderia ser possível pensar no gueto como uma pequena comunidade. Um gueto poderia ser reservado para certos grupos de pessoas que permanecem fora da sociedade onde vivem. Embora pudessem não ser bem-vindos na sociedade, nos guetos elas podem ajudar umas às outras e viver de acordo com sua própria cultura e tradições. Os guetos judaicos estabelecidos pelos séculos, dentro das cidades européias, poderiam servir como exemplo. A descrição de Isaac B. Singer in *My Father's Court*, à época da Primeira Guerra Mundial, conta-nos sobre a vida na pequena rua de Krochmalna, em um subúrbio judeu de Varsóvia. O pai de Singer, o rabino, tinha que resolver os diferentes problemas emergentes na comunidade. Tal vizinhança poderia servir como uma ilustração da "comunidade", conforme feito por Bauman em *Community*. É, contudo, importante observar que esses guetos que estão crescendo no processo de globalização podem ser muito diferentes das "comunidades". De fato, foi dito que a globalização significa a destruição das comunidades.

Em *Community*, Bauman faz diferentes observações sobre as novas formas de guetos que poderiam ser chamadas de hiperguetos. "Podemos

dizer que as prisões são guetos dentro de muros, enquanto guetos são prisões sem muros" (Bauman, 2001: 121). Como parte das características positivas e atraentes da globalização, movimentar-se e viajar têm sido valorizados. Assim, globalização significa estar consciente de diferentes culturas, locais e tradições. Globalização significa uma comemoração de ser internacional. Guetorização significa exatamente o oposto. Significa ser impedido de movimentar-se. As pessoas em guetos estão imobilizadas. Essas pessoas não fazem falta e, certamente, menos ainda que fiquem se locomovendo por aí. Considerando a valorização da globalização, ser "hiperguetorizado" é uma experiência muito mais dura do que ser enclausurado em um gueto "clássico" que, ao menos, representa uma comunidade e não apenas uma prisão. Conforme enfatizado por Bauman: "Guetos e prisões são duas variedades das estratégias para 'amarrar' o indesejável no chão, são estratégias de confinamento e imobilização" (2001: 121).

Há sentido em confinar pessoas? Na sociedade informacional, a flexibilidade da força de trabalho é tida como positiva, apesar de que o que é flexível é a cadeia de suprimentos. É importante que as qualificações da força de trabalho possam ser desenvolvidas, visto que uma característica da sociedade informacional é a mudança rápida das demandas de trabalho. Assim, um dos aspectos da globalização é que qualquer esquema de produção pode crescer globalmente. Portanto, se considerarmos o gueto como um reservatório de força extra de trabalho, a construção do gueto moderno parece irracional. O argumento é, contudo, que o gueto moderno não serve como nenhum reservatório e, certamente, não como um reservatório de possíveis consumidores que poderiam ajudar a acelerar a economia informacional. O gueto moderno pode ser considerado como um depósito de lixo para pessoas que não tem nenhum papel a desempenhar na economia informacional. Não há necessidade do seu trabalho ou das suas demandas. Elas são pessoas descartáveis. Bauman refere-se a Loïc Wacquant que observa que "enquanto o gueto, na sua forma clássica, agia parcialmente como um escudo protetor contra a exclusão racial brutal, o hipergueto perdeu seu papel positivo de "pára-choque" coletivo, transformando-o em um mecanismo mortal para a crua relegação social" (ver Bauman, 2001: 122). Aparentemente, a necessidade de flexibilidade para a força de trabalho abrange somente alguns grupos. Mobilidade não é necessária a outros grupos e, por conseguinte, eles têm que ser confinados e imobilizados.

A exclusão e a guetorização que acompanham a globalização demonstram uma nova brutalidade.

Sendo descartáveis e estando juntos, não se pode esperar a fertilização de qualquer sentimento de solidariedade: "Nenhum 'pára-choque' coletivo pode ser forjado nos guetos contemporâneos pela simples razão de que a experiência do gueto dissolve a solidariedade e destrói a confiança mútua antes que lhes seja dada uma chance de serem enraizados. Um gueto não é uma estufa de sentimentos comunitários, pelo contrário, um laboratório para desintegração, atomização e anomia" (Bauman, 2001: 122). É difícil imaginar que solidariedade pode emergir num gueto moderno: "A vida do gueto não sedimenta comunidades. Compartilhar estigma e humilhação pública não transforma os sofredores em irmãos. Eles alimentam escárnio, desprezo e ódio. Uma pessoa estigmatizada pode gostar ou não gostar de outro que sofre ou carregue um estigma. Pessoas estigmatizadas podem viver em paz ou em guerra, umas contra as outras. Porém uma coisa elas são incapazes de fazer: de desenvolver respeito mútuo" (2001: 121-122).

De maneira mais direta, guetorização pode significar construir um muro entre "eles" e "nós".[39] Como se parece o muro que separa o Quarto Mundo dos outros mundos? Em alguns casos, nós, literalmente, encontramos muros, separando ricos de pobres. Por exemplo, em algumas cidades do Brasil são construídos condomínios, que significa que todo um bairro é cercado por um muro. A fronteira entre México e Estados Unidos também parece um muro, separando o Quarto Mundo da sociedade informacional. O muro que está sendo erguido entre Israel e Palestina, bem dentro da terra da Palestina, parece tornar um país inteiro em um gueto. Em outros casos o muro é menos tangível. Em todos os casos, contudo, contribui com a nova geografia da ordem social.

---

39. Em setembro de 1989, passei um dia caminhando em Berlim, pelo lado oriental. Iniciei em Kreuzberg e deixei, literalmente, meus dedos tocarem o muro centenas de vezes até chegar a Brandenburger Tor. Um passeio muito interessante. O muro havia sido decorado, assim como o pequeno pedaço do muro que comprei alguns meses mais tarde, quando o muro caiu. Em pequenos intervalos podia-se subir uma pequena torre de madeira que tornava possível olhar a Alemanha oriental, observando a zona tão difícil de ser transposta. Também vi o famoso Checkpoint Charlie. À noite, a zona de ninguém parecia uma estrada bem iluminada cortando a cidade toda, mas, ao invés do barulho do tráfego, era ouvido o permanente latido de cachorros. Essa era a separação entre ocidente e oriente.

Globalização significa inclusão. São feitas conexões entre grupos, regiões, empresas. Globalização também significa exclusão, pois as conexões feitas são apenas parciais e servem a interesses particulares.[40] Enquanto alguns grupos, regiões e empresas estão conectados, outros grupos, regiões e empresas estão excluídos. E, nesse sentido, globalização e guetorização tornam-se aspectos do mesmo processo. Globalização e guetorização — inclusão e exclusão — têm a ver com escolarização, educação e aprendizagem. Escolas são locais para inclusão e exclusão. Escolas podem prover acesso à sociedade informacional. Escolarização significa novas possibilidades sociais para muitos estudantes. Certamente, escolas podem significar o oposto. Nesse sentido, muitas escolas estão posicionadas entre o Quarto Mundo e a sociedade informacional. Escolarização pode significar um suporte para a entrada na sociedade informacional, mas também pode se tornar um agente excludente dessa "rede". Escolarização (ou exclusão da escolarização) pode significar preparação para o despejo de pessoas no Quarto Mundo. Assim, a afirmação marcante de Verwoerd representa uma indicação clara daquilo que significa colocar pessoas em um gueto, no caso representado por aqueles que devem ficar em suas "próprias terras". Dessa maneira irônica, ele estava muito à frente do seu tempo. O grande *apartheid* foi construído com base na idéia de que pessoas deveriam ser separadas e que pessoas negras não têm nenhum papel na sociedade branca além do nível de trabalhadores não-qualificados. A existência de guetos na sociedade informacional parece indicar que essa sociedade não tem necessidade de tanta gente. Somente uma parte da população global se adapta à rede, o resto é melhor ser deixado nas suas "próprias terras".

Na época do *apartheid*, obstáculos de aprendizagem tiveram seus significados obscurecidos. Entretanto, a pesquisa de obstáculos de aprendizagem obtém uma nova significância quando consideramos o processo de globalização? Castells refere-se aos milhões de sem teto, encarcerados, prostituídos, violentados, brutalizados, estigmatizados, doentes e ignorantes que são, literalmente, expelidos da sociedade informacional. Eles podem ser simplesmente descartados de toda a empresa econômica. Não valem nada como consumidores e não têm nenhum valor como possíveis fontes

---

40. Ver, por exemplo, a discussão da exclusão social na aprendizagem de economia em Schienstock (2001).

de produção humana. A coisa mais "racional" a fazer é evitar que o Quarto Mundo interfira no bom funcionamento dos processos da sociedade informacional.[41] Dessa maneira, o Quarto Mundo se torna um obstáculo superdimensionado à aprendizagem. E, de acordo com Verwoerd: matemática não é para eles.

10

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA É CRÍTICA. Se vemos a educação matemática como parte do processo global de preparação das bases para a sociedade informacional (e eu vejo a educação matemática dessa maneira), nós devemos, também, estar conscientes de que o processo de globalização "divide tanto quanto une". De fato, de acordo com Bauman, "divide tanto quanto une" e, mais, "as causas da divisão são idênticas àquelas que promovem a uniformidade do globo". Isso é um lembrete essencial para a educação matemática. Nós não deveríamos ficar surpresos pelo fato de essa educação dividir mais do que unir. Se nós vemos a educação matemática como parte de um processo universal de globalização, então deveríamos vê-la, também, como uma parte do processo universal de produzir exclusão. Designar "nobeza de estado", "funcionários de estado" e "pessoas dispensáveis"[42] pode ser parte dos mesmos processos educacionais.

Talvez uma função da educação matemática na nova geografia da exclusão social, seja operar naqueles pontos já assinalados, denotando inclusão ou exclusão ao longo da fronteira: "Matemática não é somente um mistério impenetrável para muitos, mas também, mais do que qualquer outra matéria, foi lançada no papel de um juiz 'objetivo', a fim de decidir quem, na sociedade, 'pode' e quem não 'pode'. E, dessa forma, serve como a 'porteira' que deixa ou não passar pela porta de entrada dos que participarão

41. Hardt e Negri (2004) falam sobre um novo fenômeno do *apartheid* global.

42. *Disposable people* foi traduzido no texto como pessoas dispensáveis. O significado compreendido pela leitura do texto do autor é que se trata de pessoas que não fazem falta ou que não são necessárias para a sociedade informacional (nota da tradutora). Reveja, também, a nota de rodapé 23.

na decisão produtora de processos da sociedade. Negar algum acesso à participação em matemática é também determinar, *a priori*, quem irá adiante e quem ficará para trás" (Volmink, 1994: 51-52). Essa afirmação de John Volmink pode ser lida como uma descrição dramática do papel que a educação matemática desempenha em produzir divisão entre aqueles que se tornarão incluídos e aqueles que serão excluídos da sociedade informacional. (Eu não proponho que a educação matemática ou a educação em geral seja a provedora da causa principal da inclusão e da exclusão social. Em um nível global, muitas causas se interconectam. Mas as salas de aula de matemática podem ser um importante lugar a ser considerado.)

Eu considero que o papel da educação matemática em prover mais formação é crítico. Para mim, isso significa duas coisas. Primeiro, que a educação matemática desempenha um papel significante nos processos sociopolíticos. Isso é indicado por algumas das observações referidas aqui, previamente: que a educação matemática pode ser vista como a base da sociedade tecnológica; que ela pode ser vista como uma invasão cultural; que ela fornece formas de conhecimento e técnicas de particular relevância para a sociedade informacional; que a aprendizagem de matemática está intimamente relacionada com o desenvolvimento de competências para manipulação de tecnologias de comunicação e de informação (ICT). Eu vejo o desenvolvimento da sociedade informacional, incluindo os processos de globalização e guetorização, como conectados à educação matemática e à aprendizagem de matemática. Isso, contudo, não significa que eu afirme que a educação matemática seja um fator socialmente determinante. A organização da educação matemática é influenciada por numerosos e diferentes fatores. Minha alegação é simplesmente a de que a educação matemática pode desempenhar um papel importante na interação com muitos outros fatores e atores sociopolíticos.

Segundo, considero que a educação matemática é crítica, à medida que, em muitas de suas formas, ela desempenha papel *indeterminado* (ou um papel possivelmente duplo).[43] "Quanto" de educação matemática, de fato, opera em diferentes contextos, não está bem definido. Pode ser que a educação matemática assegure um ajustamento e funcionalidade de uma

43. Pode ser que a noção de "indeterminado" seja mais desenvolvida reconsiderando a noção de "indecidibilidade" como discutido por Torfing (1999) com referência à teoria do discurso.

futura força de trabalho, digamos, por arregimentar estudantes com uma longa seqüência de exercícios formulados em linguagem curta e clara de ordens e comandos. Pode ser que a educação matemática seja provedora de uma competência básica para qualquer cidadão, crítica ou não. Pode ser que a educação matemática permita a entrada para um mundo magnífico de idéias e teorias, com valores de relevância estética e tecnológica, como recursos para a imaginação tecnológica. Pode ser que tal imaginação seja um pré-requisito para a identificação de novas técnicas e construções tecnológicas, assim como para uma formação continuada da sociedade informacional. Mas isso pode, também, significar que a educação matemática participa de processos de exclusão. Meu ponto de vista, com essas afirmações, é que os papéis sociopolíticos da matemática são indeterminados. Os papéis de herói ou vilão podem ser desempenhados, também, pela educação matemática.

Afirmando que o papel da educação matemática é crítico eu quero dizer que os papéis sociopolíticos da educação matemática são tanto significantes quanto indeterminados. A educação matemática poderia operar de diferentes maneiras, e isso pode, realmente, fazer a diferença. Em outras palavras, eu uso "crítico" no mesmo sentido em que falamos da condição de um paciente ser crítica. Isso significa que ele ou ela pode sobreviver, mas, também, que nada pode ser dado como garantido. A condição dele ou dela pode ser simplesmente crítica.[44]

Muitas considerações sobre educação matemática sugerem que seu papel não pode ser crítico, pois essa parte do sistema educacional contém qualidades intrínsecas que assegurarão que ela servirá a objetivos atraen-

44. A presente discussão de posição crítica da educação matemática é baseada em Skovsmose & Valero (2001), quando é apresentada a relação entre educação matemática e democracia como sendo crítica. Para maiores discussões da relação crítica entre educação matemática e democracia veja, por exemplo, Skovsmose (1990, 1994, 1998b), Vithal (1999); Valero (1999). Valero (1999) apresenta uma noção importante de democracia como ação caracterizada como sendo coletiva, transformadora, deliberativa e co-fletiva. A noção de "co-flexão" refere-se a um processo coletivo de reflexão. Valero observa que "reflexão" vem do latim e que "re" significa "voltar" ou "de novo" e que "flexio" significa "dobrar-se". Então, ela reúne essas idéias e apresenta "co-flexão" como se referindo a um processo de metapensamento por meio do qual pessoas, juntas, fletem umas para o pensamento e ações das outras de um modo consciente. Isto é, pessoas pensam juntas sobre as ações que assumem, mas adotam uma posição crítica em relação a elas" (Valero, 1999: 22). Ver também a apresentação da democracia deliberativa em Bohman & Rehg (orgs.).

tes. Essa linha de argumento pode incluir alguma forma de essencialismo, como mencionado previamente, quando eu me referia a alguns "embaixadores" da matemática. Assim, os estudos afirmaram a existência de uma conexão intrínseca entre educação matemática e valores democráticos. Tal interpretação foi apresentada por Colin Hannaford (1998). Sua idéia está claramente estabelecida no título de seu trabalho, "Mathematics Teaching *is* Democratic Education" com "is" em itálico. Com referência ao gregos antigos, Hannaford afirma que o debate racional e aberto (a que ele se refere como *techno logos*), essencial para a democracia, pode também estar relacionado a um componente inerente à matemática. Assim, o pensamento matemático representa não só um pensamento formal, útil para avançar a fim de produzir encadeamentos dedutivos e reconhecer necessidades vinculadas às provas matemáticas, mas também expressa uma maneira de pensar que é útil para o desenvolvimento da cidade estado, a *polis*. Um novo padrão de racionalidade foi introduzido em público, e a matemática tornou-se representante exemplar dessa maneira de pensar. Que a matemática tornou-se exercitada de uma forma dedutiva e que a democracia tornou-se um princípio regulador na Grécia Antiga podem, assim, ser vistas como indicações claras da conexão intrínseca entre um modo matemático de pensar e um modo democrático de vida. Na formulação de Hannaford: "Democracia... depende de confiança e respeito entre as pessoas além dos limites da família e tribo, para incluir todos os membros de toda uma sociedade. Para ser produtivo, o que esse respeito mútuo necessita, então, é algum tipo de argumento sistemático, claro e aberto pelo qual as pessoas podem comunicar-se e co-operar umas com as outras, de maneira inteligente. Em outras palavras, precisa do tipo de argumento usado na matemática" (1998: 182). A matemática vem representar a primazia da racionalidade que está intrinsecamente conectada com a maneira democrática de ser. Essa idéia tem implicações sobre o modo de ver a educação matemática: "Se às crianças for ensinado bem matemática, esta lhes ensinará muito de liberdade, habilidade e, sem dúvida nenhuma, muito das disciplinas de expressão, sentimento de tolerância de que a democracia necessita para ser bem-sucedida" (1998: 186).[45]

45. Hannaford segue com uma reserva: se a matemática não é ensinada bem, então, nós podemos terminar com uma forma de educação matemática que poderia destruir a democracia (ver

Também tem sido sugerido que a relação entre educação matemática e valores democráticos é quase contraditória. Essa linha de argumentação pode ser vinculada com o que foi chamado de "essencialismo negativo": a verdadeira natureza da matemática, da educação matemática, incluiria efeitos problemáticos. Tal interpretação negativa pode ser lida nos comentários feitos por Bourdieu, mas muitos outros estudos têm exposto, mais diretamente, funções antidemocráticas da educação matemática. Por exemplo, a educação matemática pode prover uma "ocupação da mente" como Herbert Khuzwayo (1998) resumiu na sua avaliação da história da educação matemática durante o período do *apartheid* na África do Sul. A educação matemática poderia suportar todas as formas de desigualdades sociais já estabelecidas na sociedade e mais desenvolvidas pela própria educação matemática. A manutenção das barreiras, exercitada pela educação matemática, é um dispositivo claramente antidemocrático. Tal como referido antes, Walkerdine apresenta uma interpretação desolada da real função da educação matemática (na Inglaterra). Seguindo seu estudo, nós podemos extrapolar a conclusão de que a educação matemática e a democracia são estranhas uma à outra, à medida que a educação matemática sustenta o desenvolvimento de uma racionalidade que não pode ser relacionada com nenhuma forma de pensamento democrático. Assim, em *The Mastery of Reason*, Walkerdine afirma que a aritmética política era "uma tentativa de usar técnicas aritméticas para calcular aqueles aspectos da população que poderiam ameaçar as formas científicas de governo (Walkerdine, 1988: 214). Com referência à emergência de tecnologias para administração baseadas nas ciências formais, ela acrescenta que práticas de escolarização começam "a produzir uma nova classe profissional — uma burguesia educada que poderia calcular e raciocinar cientificamente — e um proletariado que seria razoável para ser governado" (1988: 214). Essas afirmações convergem com as afirmações de Bourdieu, referidas anteriormente, sobre a concepção de

Hannaford, 1998: 186). Assim, o ponto de vista de Hannaford não é qualquer ensino de matemática, mas, somente matemática "bem ensinada" assegurará valores democráticos. Hannaford também estende o conceito de valores intrínsecos da matemática para ser aplicável à comunidade de matemáticos: "Mais matemáticos estão trabalhando e ensinando no mundo do que antes. Eles produzem novas matemáticas, mais do que a história já viu. Eles comunicam, eles criticam, eles cooperam melhor do que antes. E trabalham democraticamente" (1998: 186). Interessante comparar com as impressões apresentadas por Burton (1999, 2001, 2004).

nobreza de estado.[46] Eu posso seguir claramente Walkerdine em sua preocupação a respeito de quanto de educação matemática seria necessário para ajudar (alguém) a dominar uma razão (tão diferente da razão referida por, digamos, Hannaford), o que parece altamente funcional e aplicável no exercício do poder administrativo e tecnológico. É tentador generalizar que o ensino tradicional de matemática representa um elemento contrademocrático na educação, provendo alguns com habilidades para o domínio da razão, e outros com a atitude dócil de serem "razoáveis". Ainda, há que se pensar que Walkerdine fez sua investigação em um tempo determinado, em um país particular, em uma época e em um lugar onde a educação era desenvolvida de uma maneira específica. Eu poderia concordar com o que Walkerdine alega, se ela se referisse somente ao ensino tradicional de matemática. Porém, eu penso que há alternativas fora dessa tradição.

Eu não questionaria que é possível observar muitos exemplos de educação matemática que demonstram um quadro desolado dessa educação. Alegando que o papel sociopolítico da educação matemática é crítico, meu ponto de vista é que, contudo, enfatizar tal quadro desolador *não precisa* ser verdade. A desolação poderia ser bem documentada por observações, mas essas são observações de práticas educacionais em algumas situações e em alguns contextos. Não é necessário que seja assim em todas as situações. É possível considerar formas alternativas de educação matemática, bem como de diferentes papéis sociais da educação matemática. Alegar que o papel sociopolítico da educação matemática é crítico significa considerar que

46. Em Dowling (1998) nós podemos, também, ficar perto daquilo que eu considero como um "essencialismo negativo". Contudo, Walkerdine (1989) também indica a possibilidade de alternativas no momento em que fala sobre transformação do discurso matemático a fim de "produzir uma prática discursiva que não poderia separar racionalização do afeto e do social" (1989: 27), e ela acrescenta, "isso não seria uma matemática feminina ou feminista, precisamente porque não seria uma matemática da forma como nós a entendemos hoje" (1989: 27). Poderia ser possível imaginar uma alternativa, mas a alternativa não tem muito a ver com a matemática que nós conhecemos hoje.

Uma forma diferente do essencialismo negativo poderia ser encontrada em algumas formas da educação crítica geral, que, de fato, são caracterizadas por não prestar atenção à educação matemática. A afirmação parece ser que a educação matemática não pode ser parte de nenhum esforço crítico por causa da própria natureza da matemática. Esse essencialismo negativo desempenhou algum papel no discurso educacional durante as décadas de 1970 e 1980. Poderia ter sido causada por algumas interpretações da Teoria Crítica, por exemplo, conforme formulada por Marcuse, que tende identificar "raciocínio matemático" com "razão instrumental".

alternativas são possíveis e que encontrá-las pode fazer diferença. Eu não relaciono educação matemática a qualquer posição otimista, alegando a existência de uma conexão intrínseca a, digamos, valores democráticos. Nem alego que a educação matemática *per se* serviria a interesses antidemocráticos. Em vez disso, eu simplesmente afirmo que *o papel sociopolítico da educação matemática é crítico tanto quanto significativo e indeterminado*. Nenhuma função da educação matemática representa a essência dessa educação. Não há tal essência.[47]

11

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA. Eu não vejo a educação matemática como tendo qualquer "coluna" forte. A educação matemática poderia entrar em colapso com formas ditatoriais e manter aspectos muito problemáticos de qualquer desenvolvimento social, exemplificado pelo colapso durante os anos de 1930 da educação matemática em uma forma nazi acomodativa, na Alemanha nazista. A educação matemática pode também ter um potencial para desenvolver um forte auxilio para ideais democráticos, embora este potencial não seja compreendido por nenhuma força intrínseca à educação matemática. Como ela pode operar em relação aos ideais democráticos dependerá do contexto, da maneira como o currículo é organizado, do modo como as expectativas dos estudantes são reconhecidas etc. O essencialismo tem sido sugerido em diferentes formas. Por exemplo, o otimismo tecnológico alega que o desenvolvimento tecnológico é progressivo e atraente, já que esse desenvolvimento assegura não só progresso tecnológico, mas progresso em áreas relacionadas, como economia e bem-estar. Na filosofia da tecnologia, contudo, o essencialismo tem sido posto em dúvida e eu também tenho minhas dúvidas a respeito do essencialismo na educação matemática.

47. É importante observar que o autor está se referindo à essência tal como esse conceito aparece, por exemplo, na filosofia de Platão e como persiste na filosofia tradicional do ocidente. Não se refere ao conceito de essência como aparece na fenomenologia de Edmund Husserl e outros fenomenólogos do século XX (nota da tradutora).

A natureza crítica da educação matemática representa uma grande incerteza. Naturalmente é possível tentar ignorar essa incerteza. Isso pode, por exemplo, ser feito, assumindo que a educação matemática pode tornar-se "determinada" para servir a alguma função social atraente quando organizada em, digamos, um currículo nacional coroado por alguns propósitos e objetivos bem selecionados. Porém, eu considero isso uma ilusão. A função da educação matemática não pode ser determinada (ou redeterminada) introduzindo algumas diretrizes gerais ou princípios orientadores gerais colocados no topo do currículo. Mudar o "indeterminismo" da educação matemática não é tarefa simples. Não há procedimentos diretos para "determinação". As funções da educação matemática poderiam depender de muitas particularidades diferentes no contexto em que o currículo é elaborado. Reconhecer a natureza crítica da educação matemática, incluindo toda a incerteza relacionada a esse assunto, é uma característica da educação matemática crítica.[48]

Educação matemática crítica não é para ser entendida como um ramo especial da educação matemática. Não pode ser identificada com certa metodologia de sala de aula. Não pode ser constituída por currículo específico. Ao contrário, eu vejo a educação matemática crítica como definida em termos de algumas preocupações emergentes da natureza crítica da educação matemática.[49] Se não existe relação intrínseca entre educação matemática e alguns desenvolvimentos sociopolíticos atraentes, então a relação tem que ser feita com referência a um contexto particular.

Educação matemática crítica é uma resposta para uma posição crítica da educação matemática. Posteriormente, na Parte 4, eu vou esclarecer o que uma sensibilidade conceitual e algumas preocupações da educação

48. "Crise" e "crítica" são derivadas da palavra grega *krinein, que se refere a "separar", "julgar" e "decidir"*. Como apontado por Connerton (1980: 17), na Antigüidade, da noção de *krisis* poderia se referir a questões legais e assim Aristóteles usou o termo para denotar uma decisão jurídica. Posteriormente, um uso médico de *krisis* foi desenvolvido e, como já mencionado, refere-se à decisão de mudar a direção de uma doença, mudando para melhor ou para um final fatal. Finalmente, *kritikos* veio a se referir ao estudo de textos. Para mim essas observações colocam juntas conotações diferentes de crise e de crítica, de uma maneira agradável. Uma "situação crítica" ou uma "crise" conduz a uma necessidade de ação e envolvimento, isto é, uma necessidade de crítica.

49. Ver também Frankenstein (1987, 1989, 1995); Gutstein (2003); Mellin-Olsen (1987); e Nickson (2002).

matemática crítica poderiam significar.[50] Eu levanto questões sobre (a) o que o realismo a respeito de educação matemática poderia significar; (b) como conhecimento pode significar ação; (c) como reflexões podem se tornar públicas; (d) como a aprendizagem pode ser dialógica; (e) como aprendizes podem se perceber; f) como conflitos podem estabelecer o cenário; (g) como matemácia pode significar esperança; (h) como a guetorização pode operar; e (i) como globalização poderia significar tanto inclusão como exclusão. Tal enumeração de itens pode parecer não-sistemática, mas eu não espero sistematização. Eu somente olho para uma sensibilidade conceitual que pode ser frutífera para a educação matemática crítica. Aqui, eu me refiro, brevemente, a três questões que poderiam dar alguma idéia sobre as preocupações que eu tenho em mente. Comento sobre o quadro sociopolítico da educação matemática; sobre uma competência que deveria ser associada com educação matemática; e sobre os estudantes. Em outras palavras, eu digo alguma coisa sobre contextos, conteúdos e aprendizes.

Primeiro, como a educação matemática não é assumida como possuindo uma essência, a educação matemática crítica está ligada aos diferentes papéis possíveis que a educação matemática pode e poderia desempenhar, em um contexto sociopolítico particular. A educação matemática crítica está ligada a como a educação matemática poderia ser estratificadora, selecionadora, determinadora, e legitimidora de inclusões e exclusões. Também é ligada a rotas diferentes e possíveis que o processo da globalização poderia tomar. Globalização é um conceito controverso e, portanto, pode ser desenvolvido de diferentes maneiras. Está aberto aos *inputs* sociopolíticos e educação matemática pode ser vista como um elemento do processo de globalização. Por uma escola de fronteira eu entendo uma escola em que os estudantes podem encontrar acesso à sociedade informacional, tanto quanto experienciarem uma via para o Quarto Mundo.[51] A educação matemática crítica deve estar preocupada com o que está acontecendo em tais escolas. Que tipo de oportunidades elas oferecem aos estudantes? A educação matemática crítica deve considerar tanto questões educacionais superiores quanto básicas. É importante considerar a educação matemáti-

50. Ver Skovsmose & Nielsen (1996).

51. Para uma discussão de escola de periferia, ver Penteado & Skovsmose (2002).

ca da perspectiva da globalização, incluindo todas as características atraentes que a globalização pode incluir. Mas também é igualmente importante considerar o que a educação matemática poderia significar para os potencialmente excluídos. Para dar um exemplo: muitos estudos parecem revelar que a introdução de computadores na sala de aula provê possibilidades de novas aprendizagens significativas. O que essa observação significa quando nós consideramos escolas bem equipadas? O que a mesma observação significa quando nós observamos escolas em áreas pobres do mundo, onde pode ser que haja buracos no telhado e nenhuma possibilidade de ter acesso a qualquer computador, bem como à eletricidade? Ambas as questões têm a mesma significância para a educação matemática crítica.

Segundo, a educação matemática crítica está relacionada com a natureza daquelas competências às quais a educação matemática poderia dar suporte. Conhecimento e poder estão conectados; ocorrendo o mesmo na matemática. Aprendizagem e aprendizagem de matemática, em particular, poderiam significar empobrecimento. Porém, poderiam facilmente significar empobrecimento para alguns, uma vez que o processo de educação matemática pode produzir tanto inclusão quanto exclusão. O conteúdo da educação matemática tem a ver com algumas formas de conhecimento que desempenham um papel na formação mais adiantada da sociedade informacional. A noção de matemácia significa competências relacionadas à matemática, significado similar à noção de aptidão literária, como desenvolvida por Paulo Freire. A tarefa de Freire não foi simplesmente ensinar pessoas analfabetas a lerem e escreverem, pois ler poderia significar leitura de uma situação sociopolítica, e não apenas de um texto, aberto a interpretações e críticas (ainda poderia se ter em mente que o programa de Freire era extremamente eficiente para produzir pessoas letradas, no tradicional sentido da literatura).[52] Nesse sentido Freire ampliou o programa de alfabetização[53] como um suporte para o desenvolvimento de cidadãos críticos, implicando que as pessoas não necessitam ver a si mesmas como afetadas pelo processo político, mas, também, como possíveis participantes nesse processo. Do mesmo modo que letramento, a matemácia se refere a dife-

52. Ver, por exemplo, Gadotti (org.) (1996).

53. Que, para Freire, conduzia à conscientização. É bom lembrar que uns 40 anos depois foi criado o termo "letramento", abrangendo idéias ali contidas (nota da tradutora).

rentes competências. Uma delas é lidar com noções matemáticas; uma segunda é aplicar essas noções em diferentes contextos; a terceira, é refletir sobre essas aplicações. Esse componente reflexivo é crucial para a competência da matemácia. Mais generalizadamente, a educação matemática crítica está relacionada com o desenvolvimento de competências da matemácia, de tal modo que pode prover melhorias similares àquelas expressas pelo letramento. Um significado direto de poder refere-se às possibilidades de um indivíduo ultrapassar as limitações que uma situação sociopolítica impôs a um grupo de pessoas. De forma mais geral, matemácia significa um suporte para o cidadão crítico, bem como para qualquer grupo de pessoas que nós tenhamos em mente. Pensando nessas considerações, é importante refletir sobre a seguinte questão: de que maneira é possível estabelecer um ensino de matemática que poderia dar suporte ao desenvolvimento da matemácia? Não há maneira de dar-se a essa questão uma resposta de modo claro e satisfatório, mas ela permanece como uma preocupação da educação matemática crítica.

Terceiro, a educação matemática crítica deve estar consciente da situação dos estudantes. Deve considerar qual o solo pretérito dos estudantes e, também, estar consciente de que possibilidades para o futuro uma sociedade particular pode prover para os diferentes grupos de estudantes. Uma maneira de estabelecer essa consciência é considerar não somente o solo pretérito de experiências, mas também seus horizontes futuros. Isso abrirá os caminhos para uma consideração mais direta de como diferentes sociedades provêm oportunidades (ou o oposto) para diferentes grupos, dependendo do gênero, idade, classe, "raça", recursos econômicos e cultura. A educação matemática crítica deve sempre estar vinculada às questões de igualdade, e, por conseguinte, deve tentar considerar a natureza dos obstáculos de aprendizagem que os diferentes grupos de estudantes podem enfrentar. Considerando os horizontes futuros dos estudantes, a educação matemática crítica torna-se a pedagogia da esperança.

Há uma grande questão que não foi diretamente abordada, naquilo que tem sido dito até agora. A própria matemática. A matemática representa uma preocupação da educação matemática crítica. A matemática deve ser considerada não somente de uma perspectiva educacional, mas também de uma perspectiva filosófica e sociológica. Ela representa um importante aspecto de desenvolvimento da racionalidade ou "razão". Represen-

a uma gigantesca variedade de técnicas culturais integradas em artes manuais, rotinas de vida diária, ciência, tecnologia, economia, negócios, indústrias, Forças Armadas ao redor de todo o mundo. Mais, a matemática parece representar um aspecto particular da globalização e, por conseguinte, da guetorização. A matemática está em ação em uma variedade de técnicas e tecnologias, que definem tanto a sociedade informacional como a rede global.

Parte 2

Matemática em ação

12

IDEOLOGIA DA CERTEZA E REALIDADE VIRTUAL. A ideologia da certeza designa uma atitude para com a matemática. Refere-se a um respeito exagerado em relação aos números. A ideologia afirma que a matemática, mesmo quando aplicada, apresentará soluções corretas asseguradas por suas certezas. A precisão da matemática (pura) é como que transferida para a precisão das soluções aos problemas. A matemática é vista como uma ferramenta adequada para resolver problemas de uma área abrangente de questões cotidianas e tecnológicas. Essa afirmação tem uma raiz na filosofia da matemática, mas, também, na matemática trabalhada em sala de aula. A ideologia da certeza representa um elemento dogmático alimentado pela educação matemática, mas não, espera-se, por todas as suas modalidades.

O ensino tradicional da matemática pode, como mencionado anteriormente, ser caracterizado por um princípio abrangente que sustenta que todas as competências matemáticas do nível escolar têm que ser desenvolvidas (ou construídas) a partir de um conjunto de exercícios preestabelecidos. Todos nós conhecemos exercícios do tipo: "Pedro tem que comprar maçãs. Ele trouxe uma nota de cinqüenta reais. Ele tem que comprar 14 quilos e cada quilo custa 85 centavos. Quantos reais terá de troco?" Bem, não vi este exercício em qualquer livro-texto. Eu o inventei e o tomei como representativo. Entretanto, muitos autores de livros-textos não fazem estudos empíricos para darem exemplos "realistas". Seguindo a tradição da matemática escolar, os exercícios podem simplesmente ser inventados, e é de competência do autor do livro didático fornecer uma seqüência bastante longa de tarefas, de maneira que o professor disponha de recursos suficientes para dar exercícios para os alunos ao longo de todo o ano escolar. E, se o sistema do livro didático for completo, ele oferecerá exercícios em quantidade e qualidade suficientes para que os alunos possam realizar todo o curso de sua escolarização.[54]

Muitos exercícios se referem a uma situação não-matemática que, ainda assim, parece artificial. Poderíamos chamá-la de uma "realidade virtual".[55] Essa realidade inclui fazer compras, levantar preços, raciocinar com dinheiro, pagamento, taxas de câmbio, velocidade, aceleração, distância, que são entidades que observamos na "realidade". Mas, apesar disso, a realidade virtual de um exercício matemático é de uma natureza particular.

A descrição da realidade virtual constitui a própria realidade virtual, e faz isso de modo perfeito. Quando está sendo afirmado que Pedro está indo comprar 14 quilos de maçãs, não faz sentido considerar qualquer outra quantidade de maçãs. E não há qualquer problema em obter exatamente 14 quilos, embora deva ser uma meta combinatória complicada produzir uma quantidade de maçãs que pese exatamente 14 quilos. Não está em questão discutir o preço, ainda que 14 quilos representem uma quantidade grande de maçãs a serem compradas. Que Pedro pudesse preferir comprar apenas 3 quilos — imagine o trabalho de carregar 14 quilos de maçãs da loja até a casa — está fora de questão. Na verdade, se os alunos começassem a levantar tais questões, isso indicaria, simplesmente, um tipo de obstrução às atividades da classe. O professor poderia responder: — Não façam perguntas bobas. Por favor, apenas façam o exercício e sigam as informações dadas.

O professor está correto ao proceder assim, uma vez que *na realidade virtual toda informação é exata*. A realidade virtual é definida, exatamente, por meio da descrição lingüística. Os elementos da imprecisão empírica são eliminados da realidade virtual dos exercícios matemáticos. Certamente, poderia ser falado mais sobre as maçãs. Deveriam ser todas da mesma variedade? Pedro teria alguma preferência? E o que aconteceria com o resto da família, uma vez que não é esperado que Pedro coma os 14 quilos de maçãs sozinho? Essas considerações não nos levam a nenhum lugar, uma vez que *as informações fornecidas são necessárias e suficientes* no contexto do

54. Mellin Olsen (1991) descreveu o "discurso dos exercícios", e esse discurso, com todas as suas metáforas, estrutura a conversação em sala de aula e a maneira como alunos e professores falam sobre matemática.

55. A noção de realidade virtual foi discutida por Christiansen (1994, 1997).

problema no livro-texto. Encapsulado em uma realidade virtual, o professor de matemática tem as justificativas para assumir que todos os dados relevantes para resolver os problemas estão apresentados com exatidão; que as informações não-relevantes para a solução do problema são deixadas de lado; que é possível resolver o problema por meio de técnicas matemáticas já apresentadas e bem definidas; e que há uma e apenas uma solução correta.

A realidade virtual do livro-texto de matemática parece representar qualidades epistêmicas do realismo platônico. À medida que uma proposição matemática é verdadeira — e, de acordo com Platão, é absolutamente verdadeira quando afirma algo sobre o mundo das idéias —, então um exercício diz algo absolutamente verdadeiro sobre uma realidade virtual. Nessa realidade, como em qualquer outra do mundo platônico, o absolutismo opera perfeitamente.

Uma razão para falar sobre a *ideologia da certeza* é que não vivemos em uma realidade virtual.[56] Se nossa realidade refletisse a ontologia de um mundo platônico, então a ideologia da certeza dificilmente poderia ser rotulada de ideologia e as suposições que a acompanhassem fariam sentido. Mas uma realidade virtual que apenas acompanha os exercícios no livro-texto de matemática estabelece uma tradição na matemática escolar e não estabelece aplicações da matemática à vida real. É uma ilusão pensar que aplicações da matemática tragam soluções, com fidedignidade garantida, mediante o uso da matemática. A ideologia da certeza torna-se problemática quando opera fora da sala de aula de matemática, ao tratarmos (de forma real) com compras, preços, dinheiro, pagamento, taxas de câmbio, velocidade, aceleração, distância etc.

13

TRANSPARÊNCIA EPISTÊMICA FORNECE CERTEZA. Nos velhos bons tempos, na filosofia da matemática, foi comemorada a idéia de transparên-

56. Para uma discussão sobre a ideologia da certeza ver Borba & Skovsmose (1997).

cia epistêmica — que a noção de conhecimento pode ser elucidada de um modo simples e transparente (simplicidade e transparência acompanhadas, cada uma elas, de um discurso epistêmico). Embora o conhecimento possa parecer complexo e se referir a diferentes questões, a suposição é que podemos fazer uma apresentação clara da sua natureza e de como ele pode ser estabelecido. A transparência epistêmica foi, primeiramente promovida com relação à matemática. (Uma realidade virtual assegura a transparência epistêmica na sala de aula.)

De acordo com o paradigma de Euclides, o conhecimento pode encontrar uma fundamentação segura, e à prova de terremotos, identificada como um conjunto de axiomas. A partir deles, o desenvolvimento da verdade pode ocorrer. A primeira condição é que os próprios axiomas sejam verdadeiros. Para estabelecer essas verdades, os axiomas têm que estabelecer fatos simples e óbvios que possam ser apreendidos intuitivamente. De acordo com isso, portanto, a primeira faculdade por meio da qual reconhecemos a verdade é a intuição. Mas também é óbvio que, no paradigma euclidiano, a intuição é mantida sob suspeita. Freqüentemente, é argumentado, a intuição tem enganado os seres humanos, de modo que, em geral, ela não é confiável. Mas, aparentemente, quando as afirmações são muito simples, tão simples quanto os axiomas da geometria euclidiana, a intuição pode atribuir verdade a esses axiomas. Se, porém, abandonarmos o estreito domínio de fatos matemáticos simples, então a intuição torna-se uma companhia não-confiável. E, nesse caso, uma faculdade intelectual diferente há que ser envolvida.

A racionalidade, ou *ratio*, é considerada muito mais confiável do que a intuição. Por meio da razão a expansão real do conhecimento pode começar. A dinâmica da razão é expressa por meio de raciocínios dedutivos. A dedução assegura que a verdade se expanda por meio do sistema dedutivo. A qualidade particular da dedução lógica é que ela confirma que se as proposições são verdadeiras, então as conseqüências deduzidas logicamente também o são. Assim, se todos os axiomas de um sistema dedutivo fossem verdadeiros, então todos os teoremas deduzidos desses axiomas também o seriam. Em outras palavras, a dedução se torna o mecanismo lógico da produção da verdade. Os padrões dedutivos fornecem um fluxo de verdade dos axiomas aos mais remotos cantos do sistema dedutivo.

Euclides estabeleceu esse padrão com referência à geometria. O paradigma euclidiano na epistemologia é caracterizado pela idéia de que o conhecimento, de qualquer tipo, pode ser produzido do mesmo modo. A verdade pode alcançar todos os cantos de um padrão dedutivo, visto que esse padrão cobre toda a área do conhecimento humano, incluindo o *insight* de que Deus existe, necessariamente. O método euclidiano é *completo*. Além disso, é *consistente*: se operarmos de acordo com o padrão euclidiano, nunca ocorrerá que, seguindo uma direção, uma afirmação seja reconhecida como falsa. O padrão euclidiano expõe a simplicidade da organização do conhecimento e provê a transparência epistêmica.[57]

A transparência do padrão euclidiano provê uma base ótima para a certeza ou para o que poderia ser referido como um absolutismo epistêmico. De acordo com o absolutismo, é possível estabelecer algumas verdades além de qualquer dúvida possível, e, para ele, o melhor modo de eliminar dúvida sobre qualquer parte do conhecimento é mostrar como ela se molda a um padrão de conhecimento universal e transparente. A vontade do absolutismo é estabelecer o conhecimento humano de modo que não possa ser abalado pelo ceticismo. A matemática representa um caso proeminente de "conhecimento genuíno", isto é, de conhecimento que pode ser armazenado na biblioteca das verdades eternas. De acordo com o absolutismo, Deus também usa essa biblioteca. Os seres humanos partilham o conhecimento com Deus, sendo que a única diferença está no fato de que a quantidade total de conhecimento está presente a Deus, que é onisciente. Euclides mostrou o caminho: no paraíso também se aplica o teorema de Pitágoras.

Bertrand Russell enfatizou que seu primeiro encontro com Euclides o instigou adentrar pela filosofia. A idéia de que o conhecimento pode ser

57. Spinoza construiu sua *Ética* de acordo com o padrão euclidiano. Ele concebeu as construções euclidianas como adequadas mesmo quando sua tarefa era escrever um tratado sobre ética. O subtítulo de *Ética* explica que é "demonstrado na ordem geométrica". De fato, a *Ética* é organizada como os *Elementos* de Euclides. É introduzida com algumas definições, então seguem axiomas. Enquanto Euclides usou cinco axiomas, Spinoza usou sete. Segue, então, uma longa cadeia bem organizada de teorema-prova-teorema-prova-teorema-prova. Isso mostra a abrangência do modelo euclidiano durante o ápice do racionalismo: todo tópico, para ser tratado de maneira adequada, devia ser tratado de acordo com o padrão euclidiano de dedução. A organização da *Ética* ilustra que a transparência epistêmica, como exibida pelo padrão euclidiano, tornou-se um modelo geral para a construção do conhecimento e para a sua apresentação. Ele alcançou uma generalidade para além da matemática.

estabelecido para além da dúvida tornou-se uma inspiração importante para seu trabalho filosófico. Ele queria proteger o conhecimento humano de qualquer ataque do ceticismo. Ele trabalhou pela certeza. Por onde começar? A matemática tinha uma posição forte, mas ainda era possível temer que o ceticismo pudesse causar algumas trincas pelas fendas que recentemente tinham aparecido nos fundamentos da matemática. Uma rachadura foi apontada por um paradoxo identificado por Russell, quando considerou a apresentação do fundamento lógico da matemática, apresentado por Gottlob Frege. Consideremos o conjunto *M* de todos aqueles conjuntos que não são membros de si mesmos. Esse conjunto *M* é não-vazio. Assim, o conjunto de bules de chá não é um bule de chá (embora o conjunto de todos os não-bules de chá seja, ele próprio, um não-bule). Porém, o conjunto *M* é um membro de si mesmo ou não? Se for um membro de si mesmo, ele não é; se não for um membro de si mesmo, ele é. Inicialmente, Russell imaginou que esse paradoxo era uma questão menor, apenas indicando um problema quanto ao modo pelo qual Frege tinha estabelecido a lógica e a teoria dos conjuntos como o fundamento da matemática. Logo, porém, Russell compreendeu que o paradoxo era fundamental e, nas linhas finais do *Principia Mathematica* de 1903, desafiou os estudantes futuros a considerarem a dificuldade: "Eu não fui bem-sucedido em descobrir qual a solução completa da dificuldade apontada mas, como ela afeta a própria fundamentação do raciocínio, eu recomendo seu estudo aos estudantes de lógica" (Russell, 1992a: 528). O paradoxo indicava, claramente, que poderia ser difícil manter uma transparência epistêmica, mesmo na área da matemática. Como a própria razão parecia incapaz de manter os rastros de seu próprio caminho? Como podia ser que a razão pura incluísse paradoxos lógicos? A razão parece enfrentar dificuldades sérias.[58]

O trabalho de Whitehead e Russell, *Principia Mathematica* I-III, publicado em 1910-1913, pretendeu representar o paradigma de Euclides, em um sentido estrito e, no âmbito desse padrão, demonstrar como a matemática pode ser vista como uma extensão da lógica. A idéia era estabelecer algumas verdades lógicas simples como fundamentais e a partir desses

58. Posteriormente, na Parte 3, compreenderemos que a razão enfrentará um paradoxo de uma natureza diferente, o paradoxo da razão.

axiomas proceder em toda a área da lógica (incluindo a teoria dos conjuntos) e então avançar para a matemática. Desse modo, poderia ser assegurado que a matemática consistia de uma coleção de verdades absolutas. Sendo euclidiano, o *Principia Mathematica* baseava-se na razão em sua cuidadosa construção dos teoremas, ainda que, agora, a razão não pudesse ser mantida sob nítido controle. A razão transformara-se em princípios para a dedução. Como o usual, a intuição era usada para garantir a verdade de axiomas. Mas, obviamente, esse não era um trabalho exigente, uma vez que a intuição apenas tinha o controle de verdades de cinco axiomas, o primeiro sendo (p v p) ⇒p, os outros quatro não sendo muito mais complexos. A exposição do *Principia Mathematica* teria, então, assegurado à matemática uma linda XE Porém, para completar a construção, o *Principia Mathematica* tinha que incluir afirmações de uma natureza empírica e pragmática, a teoria dos tipos. Por meio dessa teoria era possível proteger a axiomática dos paradoxos da teoria dos conjuntos, a respeito da qual Russell estava dolorosamente consciente.[59] Mas, voltar à teoria dos tipos significava que ele tinha que desistir de seu objetivo de prover a matemática com fundamento lógico puro, pois a teoria dos tipos dificilmente representava qualquer verdade *priori*, mas oferecia soluções *ad hoc* para um problema lógico. O ceticismo estava, novamente, corroendo os fundamentos da matemática. O *Principia Mathematica* foi a última obra, em grande escala, que tentou representar um modelo euclidiano, no âmbito da matemática.

Contudo, a transparência epistêmica e a busca de certeza tiveram uma nova abordagem. Em 1899, David Hilbert publicou *Grundlagen der Geometrie*, que mostrou que Euclides tinha negligenciado alguns pontos fundamentais e confiado mais pesadamente na intuição do que normalmente era assumido. A intuição não era apenas usada para atribuir verdade aos axiomas, mas a intuição sobre o espaço era usada nas provas como um suplemento essencial à dedução da lógica pura, isto é, afirmações empíricas de uma natureza geral estavam incluídas na teoria da matemática pura. E, mais notável, era o fato de que toda a comunidade matemática parecia ter negligenciado esse fato por mais de 2000 anos. Hilbert sugeriu que a geometria euclidiana, ou qualquer outra teoria matemática, se exposta de modo apro-

59. Veja, por exemplo, o capítulo 7 em Russell (1993).

priado, não precisaria pressupor referências a qualquer entidade. Os axiomas de uma teoria geométrica deveriam apenas expressar relações entre noções indefinidas: pontos, linhas e planos. Essas relações são as únicas coisas que sabemos sobre essas noções. Qualquer qualidade particular dessas noções é irrelevante para a geometria. Assim, conceitos que têm sido tradicionalmente considerados como se referindo a "algo" podem simplesmente ser considerados noções livres de referência. O desenvolvimento da geometria, ele assim propôs, consistiu no desenvolvimento de implicações de axiomas e apenas por isso uma dedução lógica pode ser usada. Qualquer referência às propriedades intuitivas de pontos, linhas e planos seria ilegítimo. Hilbert mostrou uma nova possibilidade de absolutismo na filosofia da matemática, ao não necessitar da intuição para atribuir verdade aos axiomas do sistema. Há um preço a pagar, contudo, e Hilbert não assumiu a possibilidade de atribuir qualquer verdade aos axiomas da geometria, ou a uma teoria matemática, em geral. Ele apenas omite da matemática a tarefa de atribuir verdade aos axiomas, e o formalismo foi introduzido na filosofia da matemática. O formalismo apenas assegurou certeza dentro dos limites, não uma certeza abrangente que tinha que ser associada ao paradigma euclidiano e que Russell havia desejado. O absolutismo formal de Hilbert apenas assegura certeza dentro de um sistema formal.[60]

No *Outlines of a Formalist Philosophy of Mathematics*, de 1951, Haskell B. Curry forneceu mais uma elucidação da noção de verdade matemática, também esclarecendo a noção de certeza. Uma teoria matemática formalizada pressupõe uma linguagem formal, cujas unidades básicas são símbo-

---

60. A consistência de uma teoria matemática pressupõe que não é possível provar uma afirmação, digamos *p*, e, ao mesmo tempo, usar um caminho dedutivo diferente, para provar a afirmação não-*p*. Completude de uma teoria se refere à idéia de que no caso de quaisquer dois pares de afirmações, uma sendo a negação da outra, como *p* e não-*p*, uma dessas afirmações pode ser provada dentro da teoria. Assim, enquanto a consistência pressupõe que não muito pode ser provado, a completude pressupõe que não é muito pouco que pode. O desejo de Hilbert era fornecer formalizações para teorias matemáticas que fossem consistentes e completas. Se essa tarefa tivesse sido completada, Hilbert teria uma solução original para a questão da existência matemática, pois ele sugere que a questão da existência das entidades matemáticas pode ser reduzida à questão de consistência de uma teoria matemática. Em particular, pontos, linhas e planos existem, se o sistema axiomático da geometria puder ser provado consistente. De modo mais dramático, Gödel provou que o desejo de Hilbert deveria permanecer como um sonho: um formalismo, suficientemente rico para conter a teoria dos números naturais, seria incompleto se fosse consistente.

los. Símbolos podem ser organizados em seqüência, e algumas dessas seqüências podem ser consideradas como fórmulas. Algumas fórmulas são estabelecidas como axiomas. As regras de dedução estabelecem quando uma fórmula é conseqüência de outras fórmulas. Uma prova pode, então, ser descrita como uma seqüência de fórmulas com a seguinte propriedade: qualquer fórmula na seqüência deve ou ser um axioma ou uma correspondência de algumas fórmulas prévias na seqüência. Um teorema, então, é qualquer fórmula que ocorre como uma última fórmula em uma prova. Uma teoria matemática é um conjunto de teoremas dedutivamente conectados.

Baseada na elucidada formalista da "teoria matemática", a definição de verdade matemática parte-se em duas. Curry observa que não faz sentido falar sobre verdade matemática, como tal. O que faz sentido é definir "verdade de uma fórmula matemática" e "verdade de uma teoria matemática" e esses dois tipos de verdade são completamente diferentes. Primeiro, uma fórmula (uma afirmação matemática) pode ser verdade no sentido de que ela pode ser um teorema em uma teoria formalizada. Assim, a verdade de uma fórmula matemática torna-se relativa a certo formalismo: significa a possibilidade de essa fórmula ser provada em certa teoria formalizada. Nesse sentido, o absolutismo pode ser preservado, mas apenas em uma forma relativa. A certeza é ligada a conexões lógicas entre axiomas e teoremas em uma teoria matemática específica (como definida no quadro formalista). A intuição não precisa mais ser encarregada de atribuir verdade a qualquer conjunto de axiomas (mesmo que aparentemente simples). O que é preservado como absoluto é apenas: *se* os axiomas são considerados verdadeiros, *então* os teoremas do sistema dedutivo também podem ser considerados verdadeiros. O formalismo abandona a intuição como uma proteção das verdades de qualquer axioma, mas afirma um absolutismo dedutivo baseado no *se-então*.

Segundo, de acordo com Curry, faz sentido definir "verdade de uma teoria matemática", mas essa definição é completamente diferente daquela de "verdade de uma fórmula matemática". A verdade possível de uma teoria matemática não é uma questão matemática, mas uma questão genuinamente empírica. Uma teoria matemática pode ser verdade se ela for uma teoria possível de ser aplicada. Assim, a teoria euclidiana pode ser verdade se encontrarmos aplicações para ela. Logo que relações empíricas entram em discussão, a certeza é abandonada. Não podemos sequer sonhar em estabelecer verdades matemáticas que, por um lado, são absolutas e, por outro lado, afirmam algo sobre o mundo empírico. A certeza formal pode ser mantida apenas quando o conteúdo empírico das afirmações matemáticas for completamente esvaziado. Assim, embora da perspectiva de Curry a "verdade de uma fórmula matemática" transformou-se em uma questão de demonstrabilidade dentro de uma teoria, "a verdade de uma teoria matemática" transformou-se em uma questão de aplicabilidade da teoria. Desse modo, Curry estabeleceu um tipo de transparência epistêmica, que poderia fornecer suporte ao absolutismo. Mas é um absolutismo que opera em uma base muito limitada, marcada pelo espaço existente entre "se" e "então".

Como a principal paixão de Russell para entrar no campo da filosofia era sua preocupação com o estabelecimento de áreas do conhecimento que ficassem fora do alcance do ceticismo, sua conclusão em *Human Knowledge*, de 1948, parece trágica. Aqui Russell reconsidera o projeto filosófico todo: assegurar que (parte do) conhecimento humano de fato representa conhecimento (intocável pelo ceticismo). Mas o conhecimento humano não é desse tipo; é diferente de qualquer *insight* divino. É simplesmente *humano*. Como uma conseqüência Russell conclui seu estudo com a seguinte observação: "... todo conhecimento humano é incerto, inexato e parcial. Para essa doutrina não encontramos qualquer limitação" (Russell, 1992b: 527). Os bons velhos tempos da filosofia da matemática chegaram ao fim.

14

TRANSPARÊNCIA E PROGRESSO. Immanuel Kant sintetizou aspectos básicos do Iluminismo em um pequeno texto publicado em 1784. O texto começa do seguinte modo: "Iluminismo é a emancipação do homem da tutela a que ele próprio tem se sujeitado. Tutela significa não estar apto a usar a própria razão, sem que seja guiado por outra pessoa. O homem tem carregado essa condição de tutela sobre si, não por falta de razão, mas, sim, por falta de competência de decisão e coragem necessárias para o uso da razão sem a liderança de outro. *Saper aude!* Tenha a coragem de usar sua

própria razão! Esse é o mote do Iluminismo".[61] Iluminismo significa *Mündigkeit* e os recursos para essa busca são encontrados no indivíduo.[62]

Não pretendo caracterizar o Iluminismo de uma perspectiva da história "real". Uso "Iluminismo", primeiramente, como uma referência a certas idéias sobre conhecimento e progresso. Essas idéias floresceram durante o período histórico do Iluminismo, mas suas raízes são encontradas bem antes e ainda dominam muitas interpretações de conhecimento e progresso. Tentarei esclarecer quatro dimensões dessas idéias.

Primeiro, o Iluminismo considera importante agir contra o dogmatismo. Por dogma poderia ser entendida uma estrutura de crenças que é aceita como verdade fidedigna, não decorrente de qualquer faculdade da razão que a sustente, mas em virtude de alguma autoridade que tenha o poder de institucionalizá-la como um sistema verdadeiro de crenças. A Bíblia e a Igreja poderiam ser tidas como dogmatismos institucionalizados. Assim, a leitura de Tomás de Aquino sobre a obra de Aristóteles, bem como sua própria filosofia e teologia transformaram-se em dogmas. Era perigoso propor qualquer interpretação não-autorizada, mesmo depois que a Inquisição parou de agir. Contudo, de acordo com o Iluminismo, em vez de confiar na autoridade externa, o ser humano deveria confiar em suas próprias faculdades. Esse é o núcleo de ser *antidogmático*. Em geral, o antidogmatismo é acompanhado por otimismo. A tese, como expressa por Kant, é que se as pessoas têm coragem de conhecer o que estão capacitadas a conhecer, poderiam jogar fora as amarras da superstição. A superstição não é preservada por causa de alguma faculdade mental limitada, mas pela falta de coragem. Toda reivindicação de conhecimento baseada em dogma deve ser descartada. Essa é uma asserção forte e provocativa, em uma época em que o *script* estabelecia raízes ortodoxas profundas.[63]

---

61. O texto de Kant "Beantworten der Frage: Was ist Aufklärung?" pode ser encontrado no *Werke in Zehn Bände, Band 9* (Darmstadt: Wissenschaftlichen Buchgesellschaft). Citado na tradução inglesa em Schnack (2000: 109). *Saper aude* poder ser traduzido como "ouse saber" e, com essa formulação, Kant sugere uma conexão entre aprendizagem e coragem.

62. A palavra alemã *Mündigkeit* reflete a idéia de *empowerment* (fortalecimento do próprio poder para fazer algo — (nota da tradutora) e podemos falar em educação para *Mündigkeit* (ver, por exemplo, Adorno, 1971a).

63. A noção de dogma é mais complexa do que isso. A análise de Foucault da formação do discurso do Iluminismo, incluindo sua concepção de razão e sem-razão, sugere que o antidogmatismo do Iluminismo também contém um dogmatismo (ver, por exemplo, Foucault, 1994).

Segundo, quero caracterizar o Iluminismo em termos da "verdade" de *progresso científico*. Podemos compreender o Iluminismo como propondo a produção e divulgação do conhecimento, almejando iluminar preocupações obscuras sobre a vida humana. Entretanto, é crucial para o Iluminismo a idéia de que, quando a ciência é organizada e executada de modo apropriado, o conhecimento científico mostra progresso. A assim chamada *revolução científica* torna-se um modelo do que o progresso no pensamento científico poderia significar. Depois de Isaac Newton, a idéia de progresso científico se desenvolveu dramaticamente. O progresso científico parecia assegurar que o conhecimento humano sobre a natureza copiava as mesmas estruturas do conhecimento de Deus sobre a natureza. A ciência tinha apreendido os princípios básicos do ser onisciente. Faltavam apenas detalhes. Como enfatizado pela filosofia determinista da natureza, se os valores de todos os parâmetros da natureza fossem conhecidos, seria, em princípio, possível predizer todos os tipos de eventos naturais. Para Deus, visto como ser onisciente, nada ocorre por acaso, mas apenas de acordo com a necessidade. Desde que é possível para Deus capturar todos esses parâmetros, que significava o mesmo que registrar as medidas de sua própria criação, então é possível para Deus estudar o futuro e o passado com a mesma acuidade com que observaria o presente. Da perspectiva do divino, as observações da vida seriam similares à mudança rápida para trás e para frente no vídeo da televisão de nossa casa. A ciência ainda tinha um longo trajeto a percorrer, mas o caminho do progresso científico tinha sido identificado.[64]

Terceiro, o Iluminismo incorpora idéias sobre o progresso social. O progresso pode se referir a todos os aspectos da vida. Podemos pensar em progresso em termos de produção e condições de vida material. Podemos pensar no progresso em termos econômicos. Podemos pensar nele como ligado à saúde e ao bem-estar. Podemos pensar em progresso em termos de conhecimento e educação. Porém, a idéia de progresso não foi marcante em todos os períodos da história. No quadro religioso da Idade Média, a história humana não foi pensada em termos de progresso. Antes de tudo, a vida na Terra era marcada por uma luta para salvar a humanidade do peca-

64. Levantaram-se vozes críticas: como os seres humanos podiam supor que eles poderiam ser capazes de ler e compreender o livro de Deus, a Natureza, a criação de Deus? A única coisa que os seres humanos poderiam esperar serem capazes de conhecer era sua própria criação.

do, com vistas a assegurar-lhe a vida eterna no céu. Todo esforço humano tinha que se concentrar nisso. Alguns autores argumentam que a idéia de progresso social é claramente ligada à idéia toda do Iluminismo. Assim, J. B. Bury, em seu estudo clássico sobre *The Idea of Progress*, publicado em 1932, afirma que nem o mundo clássico, nem o medieval apresentaram uma concepção de progresso.[65] Contudo, o Iluminismo olhou a humanidade da perspectiva de um longo período de desenvolvimento, no qual as formas sociais com certas qualidades desenvolviam novas formas sociais, com qualidades diferentes, especificando, dessa maneira, como a "melhoria" ocorria. Uma noção assim imprecisa de "melhoria" pode ser relacionada à de uma utopia. Note-se que muitas utopias têm sido propostas em tempos diferentes. Essa idéia abrangente sobre progresso social significa que uma utopia está esperando pela humanidade no futuro e, desse modo, faz sentido trabalhar por tal utopia, visto que ela não está fora do alcance.[66]

Quarto, um argumento básico referente à ligação entre conhecimento e progresso é dado pela idéia de *transparência epistêmica*. Pensadores durante o período do Iluminismo abraçaram essa idéia, argumentando ser possível efetuar de modo direto um esclarecimento do conhecimento e de seus recursos e desenvolvimento. Clamar pela possibilidade de transparência epistêmica tornou-se um baluarte contra o dogmatismo. Muitos filósofos que, de uma ou de outra maneira, podem ser relacionados ao Iluminismo puseram essa exigência em movimento. Como já mencionado, um motivo maior para a exigência da transparência epistêmica é encontrado nos *bons velhos tempos* na filosofia da matemática. Além disso, o desenvolvimento que culminou na formulação das leis da natureza de Newton também mostra o que a transparência epistêmica pode significar: os princípios funda-

65. Um quadro com maiores nuanças é apresentado por Nisbet (1980). Contudo, o principal ponto de Nisbet não é reduzir a relevância da concepção do progresso social como uma característica maior do Iluminismo, mas mostrar que a noção de progresso tinha sido apresentada em diferentes contextos históricos.

66. Conservadorismo em termos filosóficos é caracterizado pela idéia de que qualquer utopia relevante é sempre encontrada em nosso passado. Desenvolvimento social, portanto, constitui um declínio gradual. Para manter-se tão próximo quanto possível das qualidades às quais qualquer utopia atribui significados, temos que manter o *status quo*. "The Waste Land" de Elliot pode ser, e tem sido interpretado de diferentes maneiras. Uma interpretação possível é a que representa uma filosofia conservadora, alertando sobre o que poderia significar perder a visão das qualidades do passado.

mentais da natureza podem ser formulados matematicamente. A idéia de transparência epistêmica afirma que o conhecimento, quando apropriadamente elucidado, consiste de verdades que são necessárias e universais.

Em resumo, eu estou tentando caracterizar o Iluminismo em termos de idéias sobre o antidogmatismo, sobre o progresso social e sobre a transparência epistêmica.[67] Muitos filósofos abraçaram as idéias com as quais eu caracterizei o Iluminismo,[68] e deixe-me fazer comentário sobre alguns deles.

Francis Bacon delineou um grande quadro do papel da razão. Conhecimento pode assegurar felicidade. Pela eliminação de todas preconcepções e *ídolos*, ele afirma que o conhecimento pode se tornar o veículo para o progresso. Em *The New Organon*, publicado em 1620, descreve quatro classes de ídolos que "acossam a mente humana". Primeiro, ídolos da tribo têm seu fundamento na própria natureza humana, e podemos pensar sobre os erros que são causados, por exemplo, pela natureza dos sentidos humanos. Segundo, os ídolos da caverna se referem aos ídolos do indivíduo. Dependendo de nossa situação, podemos ver os ídolos de modo destorcido. Esse é o motivo pelo qual Bacon faz alusão a Platão. Terceiro, os ídolos do mercado são causados por concepções expressas em linguagem humana. Podemos pensar a respeito das preconcepções e superstições construídas em forma de comunicação; dessa maneira, a descrição dos "ídolos do mercado" antecipa a discussão sobre impacto epistêmico do "discurso". Quarto, temos os ídolos do teatro, que Bacon vê como os sistemas dos grandes filósofos. Ele se refere ao teatro porque, como ele diz, "em meu julgamento todos os sistemas recebidos são apenas muitas peças de teatro, representando mundos de seus próprios criadores à procura de um modelo irreal e cênico".[69]

Bacon pressupõe que quando os ídolos que ocupam a mente humana são eliminados, então se torna possível proceder de modo apropriado na construção do conhecimento. Aristóteles teve um grande impacto e seu *Organon* dominou o modo pelo qual o pensamento científico foi conceitualmente organizado. Em *Organon*, Aristóteles forneceu um quadro de referência lógico, concentrado no silogismo, definindo o modo escolástico de pensar. Depois da redescoberta de Aristóteles no século XII e da grande impressão que causou em Tomás de Aquino, esse referencial se institucionalizou. Para Bacon, Aristóteles se tornou um ídolo do teatro. Um novo "organon" tem que ser apresentado e é isso que Bacon faz. Ele simplesmente afirma que o melhor modo de obter conhecimento sobre a natureza é observá-la. Observações diretas e sistemáticas vêm antes de quaisquer interpretações especulativas e elaborações conceituais. Bacon aponta para a indução como o caminho apropriado para o conhecimento. E quando tal caminho é estabelecido, faz sentido falar de progresso. Se estivéssemos aptos a predizer fenômenos naturais, poderíamos controlá-los e, então, poderíamos conquistar a natureza hostil. Conhecimento significa poder, e isso traz o progresso à luz.[70]

René Descartes ataca o dogmatismo, aplicando uma dúvida universal para ver-se livre de todos os pensamentos que pudessem ser falsos.[71] O

---

67. Essa caracterização é filosófica, decerto. Isso se torna óbvio quando consideramos como, digamos, Giddens (1990) caracteriza a modernidade como se referindo aos "modos da vida ou organização social que se sucederam na Europa aproximadamente do século dezessete em diante e que subseqüentemente se tornaram mais ou menos mundial em sua influência". Ao longo de tal linha, eu poderia ter tentado caracterizar o Iluminsmo em termos históricos, políticos, econômicos, culturais e sociológicos, não esquecendo da Revolução Industrial.

68. Menciono: Francis Bacon (1561-1626); René Descartes (1596-1650); Baruch Spinoza (1632-1677); John Locke (1632-1704); Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716); Christian Wolf (1679-1754); François Voltaire (1694-1778); Denis Ditero (1713-1784); Adam Smith (1723-1790); Immanuel Kant (1724-1802); Maria Jean Antoine Nicolas de Garitat, Marquês de Condorcet, normalmente mencionado como Condorcet (1743-1794); Claude-Henri de Rouvroy, Comte de Saint-Simon, comumente denominado Saint-Simon (1760-1825); George W. F. Hegel (1770-1831); Auguste Comte (1798-1857); John Stuart Mill (1806-1873); Charles Darwin (1808-1882); Karl Marx (1818-1883); Herbert Spencer (1820-1970); John Dewey (1859-1952); Bertrand Russell (1872-1970); Rudolf Carnap (1891-1970); e Karl Popper (1902-1994). Decerto, eu poderia também incluir os nomes associados à revolução científica.

69. Ver Bacon (1960: 47-50). É interessante observar que Nietzsche em *Além do Bem e do Mal* faz uma observação similar sobre os preconceitos dos filósofos: seus grandes sistemas filosóficos nada são a não ser expressões de seus pontos de vista pessoais.

70. De acordo com Bacon, o progresso poderia ser impingido às pessoas, e Bacon fez um esforço para constituir a idéia de "despotismo iluminado". O Iluminismo e a democracia não foram unidos no projeto de Bacon. Em seu quadro teórico, as questões sobre a função política do conhecimento tornaram-se simples: concepções errôneas são um problema, e superstição pode ser um desastre; mas o conhecimento enquanto tal é uma "boa" força. De fato, ele parece tão bom que pode ser imposto às pessoas.

71. A aplicação da dúvida universal de Descartes pode ter sido inspirada pela atenção especial que a filosofia francesa prestou ao ceticismo, especialmente Michel de Montaigne (1533-1592),

princípio que ele aplica é: não manter como verdadeira qualquer preposição à qual seja possível aplicar qualquer dúvida. Se uma afirmação devesse ser considerada como conhecimento, de acordo com Descartes, então ela não deveria ser passível de dúvida. O conhecimento deveria ser constituído apenas por verdades necessárias. O criticismo de Descartes sobre o que considerar como conhecimento assume a forma de uma aplicação ilimitada do *princípio da dúvida*, uma provocação enorme em seu tempo, quando a Igreja parecia produzir apenas afirmações duvidosas. Descartes não quer salvar o Cristianismo por crenças. Se Deus devesse ser salvo por Descartes, e ele queria salvá-lo, então deveria ser por meio do conhecimento. O que se mantivesse após a aplicação do princípio da dúvida poderia servir como um solo firme para a construção do conhecimento. Mas o que de fato foi deixado? Descartes encontra seu ponto epistêmico fixo, compreendendo que sua própria dúvida constitui um ato mental o qual implica que ele próprio existe: *Cogito, ergo sum*.[72] Essa afirmação não parece muito mas, para Descartes, ela revela um critério de verdade: somente conceber como verdade aquelas suposições que que podem ser percebida como verdadeiras do mesmo modo distinto que o estabelecido pelo *cogito, ergo sum*. Esse critério de verdade se torna o padrão segundo o qual Descartes sugere construir o edifício do conhecimento (incluindo a prova da existência de Deus). O único tipo de concreto a ser usado seria a própria razão. Descartes toma como seu ponto de partida a matemática e, se seguirmos os procedimentos tão bem exercitados por ele, então teremos uma estratégia bem definida para desenvolver o conhecimento em todas as direções possíveis. A transparência epistêmica é assegurada pelo padrão euclidiano universalmente aplicado.

Bacon indicou a indução como sendo uma forma própria para obter conhecimento, e John Locke desenvolve essa idéia em *An Essay on Human Understanding*, publicado pela primeira vez em 1690. Locke partilha da aver-

que apresentou uma versão atualizada do ceticismo grego e analisou os argumentos céticos que foram apresentados por Cícero (105-43 a.C.) e por Sextus Empiricus (século III d.C.). Ver Descartes (1993).

72. É válido informar que Santo Agostinho formulou uma idéia similar: "Eu sou mais certo que eu sou e que eu conheço e fico muito contente com isso... eu não tenho medo dos acadêmicos que dizem 'o que, se você se engana?'. Porque se eu me engano, eu sou". (De Cidade de Deus, IX, 26; aqui mencionada segundo Nisbet, 1980: 117). Esta observação contém a afirmativa de que seria relevante provar a própria existência para enfrentar os argumentos céticos.

são de Descartes por qualquer leitura dogmática dos clássicos. Porém, não segue Descartes em sua avaliação a respeito do raciocínio dedutivo. Ao invés disso, segue a direção sugerida por Bacon e considera os sentidos essenciais para a obtenção do conhecimento. Ainda, Locke recapitula a distinção de Galileu entre impressões sensórias primárias e secundárias. As primárias são as que trazem à mente impressões diretas sobre o mundo externo, enquanto as secundárias, como odor, gosto, não significam aspectos do "mundo real", mas, antes de tudo, aspectos da pessoa. A idéia das impressões sensórias, primárias e secundárias, como representando "algo", é abandonada por George Berkeley, por entendê-las inconsistentes e, posteriormente, David Hume desenvolve mais o ceticismo, mostrando que mesmo o conceito de causa e efeito pode ser posto sob dúvida. Aparentemente, os sentidos não podem trazer qualquer conhecimento genuíno à mente. O ceticismo radical de Hume provoca Immanuel Kant que argumenta a respeito das possibilidades de obter certos conhecimentos. Contudo, e essa é a grande realização de Kant, ele reconhece que a certeza não tem suas origens nas percepções sensórias com uma certa qualidade nem em uma racionalidade refinada apreendendo princípios fundamentais da natureza. A certeza tem sua origem na forma que nós, seres humanos, usamos, por necessidade, para observar o mundo. Ela é uma construção humana, refletindo condições apriorísticas para a obtenção do conhecimento.

Kant pode ser considerado um dos principais filósofos do Iluminismo, à medida que traz os seres humanos para o centro da produção do conhecimento. Seu trabalho define o centro do antidogmatismo. Em *Crítica da Razão Pura*, ele aloca claramente a origem para a obtenção do conhecimento, não em qualquer autoridade externa, mas nos próprios seres humanos. Ele coloca os seres humanos como centro e como fundamento para a obtenção do conhecimento. Não devemos procurar a origem do conhecimento, digamos, em textos religiosos ou em qualquer tipo de revelação. Nossos próprios recursos para o conhecimento são suficientes para esclarecer se certa afirmação é verdadeira ou falsa. Conhecimento torna-se uma categoria puramente humana. A segunda "crítica" de Kant, o *Crítica da Razão Prática*, pode ser considerada nas mesmas linhas: nós, seres humanos, não precisamos procurar além de nós mesmos recursos para estabelecer afirmações éticas. Nem nesse assunto necessitamos buscar no âmbito dos dogmas religiosos, linhas orientadoras para o "comportamento certo". Ética é, também, uma categoria humana. Encontramos os padrões éticos em nós mesmos. A terceira crítica de Kant, a *Crítica do Juízo*, encaminha a questão da origem do julgamento estético. E, de acordo com Kant, não precisamos pensar sobre a criação estética, por exemplo, na forma de pintura, como qualquer tentativa para agradar, digamos, pessoas saudáveis ou sagradas, que estão sendo pintadas; a música não precisa ser julgada em termos de como ela serve para a missa na igreja. Os valores estéticos também encontram suas origens na humanidade. Desse modo, Kant descarta todas as possibilidades de dogmas na ciência, ética e estética e abre essas áreas a uma perspectiva humana. Ele coloca a humanidade no centro de todo o projeto do Iluminismo. O conhecimento é acessível, ele propôs, se ousarmos conhecer. E isso assegurará o progresso.

A idéia de progresso foi mais diretamente explicada no trabalho de Hegel em *Fenomenologia do Espírito*. Hegel descreve o desenvolvimento do Espírito em termos da dialética, que torna possível ver a totalidade do desenvolvimento histórico como um desenvolvimento do Espírito. Ao mesmo tempo, esse desenvolvimento define "progresso", e Hegel fornece uma terminologia, rica em metáforas, que poderia ser usada em qualquer fala sobre progresso na história e sobre a lógica que o asseguraria. (Decerto, eu não considero Hegel como um filósofo que assegura qualquer transparência epistêmica.) Parcialmente inspirado por essa terminologia, Marx liga progresso ao desenvolvimento, não do Espírito, mas dos meios de produção que, como parte das forças sociais, asseguram o progresso ao transcender o capitalismo. O trabalho de Marx inspira muitas formulações sobre o que é necessário em relação à demanda do progresso.

Uma interpretação clara do progresso científico é encontrada nos trabalhos de Karl Popper. Vejo Popper como um proeminente representante moderno das idéias do Iluminismo. Ele condensa seus estudos na concepção de conjecturas-e-refutações como um padrão simples, mas definidor, do progresso científico. E esse padrão define a transparência epistêmica afirmada por Popper na medida em que mantém que sob toda mistura do desenvolvimento histórico da ciência é possível identificar um princípio metodológico simples para governar o desenvolvimento científico.[73] Para

73. As considerações epistemológicas e metodológicas de Popper (1965, 1972a) são normativas e não descritivas ou naturalísticas. Portanto, Popper não se concentra na questão de como o

mim, o princípio de conjecturas-e-refutações de Popper representa uma última sugestão para a reivindicação da transparência epistêmica. Para Popper as conjecturas e refutações representam os dois maiores títulos na história do progresso do *Terceiro Mundo* que, segundo ele, consiste de teorias científicas.[74] O progresso da ciência não é definido em termos da história da ciência, mas na história condensada do Terceiro Mundo. Essa história, Popper acredita, mostra um progresso genuíno ligado à ciência. E esse desenvolvimento é, também no enfoque de Popper, ligado ao progresso em outras áreas da vida.

O princípio por meio do qual Popper descreve a história do Terceiro Mundo emprega uma simplicidade. E em sua autobiografia, *Killing Time*, Paul Feyerabend ridiculariza essa simplicidade. Feyerabend não considera ser possível reduzir o desenvolvimento científico a qualquer forma simples. E nessa observação, eu considero que o projeto todo de obter transparência epistêmica chega ao fim. Essa parada plena da transparência epistêmica (e de qualquer desejo de simplicidade com respeito à metodologia científica) é maravilhosamente expressa pelo título do principal estudo de Feyerabend: *Against Method*, assim como pelo título de seu último estudo, *Farewell to Reason*.

15

A SUPOSIÇÃO DE PROGRESSO. Eu caracterizei o Iluminismo por meio de quatro conjuntos de idéias abordando o antidogmatismo, o progresso

progresso científico, de fato, traçou seus caminhos pela história, mas na questão de um padrão para tal progresso. Em comparação, a abordagem de Kuhn (1970) é muito mais descritiva.

74. De acordo com Popper, o Primeiro Mundo é o físico apenas, o segundo consiste de nossas experiências, enquanto o terceiro consiste de nossas construções teóricas. (Onde nossas experiências inconscientes são colocadas parece ser uma questão). Para uma discussão da visão de Popper, veja, por exemplo, Popper (1972b).

Uma noção importante da concepção de progresso científico de Popper é a "verossimilhança", significando que o desenvolvimento de teorias (por meio de um processo de conjecturas e refutações) exibe uma convergência em direção a uma "correspondência" com a realidade, isto é, uma convergência na direção da "verdade".

científico, progresso social e a transparência epistêmica. Essas idéias podem, contudo, ser colocadas juntas pela suposição de que, ao assegurarmos o desenvolvimento científico, asseguramos o progresso em uma escala maior. A essa suposição eu me referirei como a *suposição do progresso*. A ciência pode ser vista como uma "engenharia" do progresso, em geral (essa suposição é maravilhosamente indicada pelo fato de que a Revolução Científica foi seguida pela Revolução Industrial).[75] Assim, no âmbito do Iluminismo, como escolhi caracterizá-lo, é assumida uma correlação intrínseca entre, por um lado, o desenvolvimento do conhecimento em geral e do conhecimento científico em particular, e, por outro, o progresso social, político, econômico e cultural. A transparência epistêmica é a principal razão para afirmar que o progresso científico e o progresso social são intrinsecamente conectados (decerto, poderia ser perguntado o que significaria progresso social, político, econômico e cultural, mas, freqüentemente, corremos em círculo, quando no final este progresso é caracterizado em termos do que a ciência poderia realizar). Se o conhecimento pode ser produzido e organizado em uma forma transparente, parece evidente que ele pode servir a funções úteis e atraentes.

De acordo com o Iluminismo, o dogma colocou o conhecimento em uma camisa-de-força. Ao contrário, *a livre produção de conhecimento tem que ser introduzida como promotora de progresso*. Conhecimento representa bem-estar epistêmico. Não é importante exercer qualquer "controle de conhecimento". O conhecimento deve ser mantido livre. E isso também inclui o conhecimento científico. Como o conhecimento científico é um "bem" e um recurso "atraente", não é significativo discutir se deveremos avançar ou não com a ciência. Assim, o otimismo epistêmico torna-se uma característica do Iluminismo.[76]

No âmbito do espírito do Iluminismo, a crítica significou claramente a base para o avanço do conhecimento. O que normalmente contava como

75. Como a revolução científica viu a natureza como uma máquina, conseqüentemente o conhecimento científico poderia inspirar a construção de máquinas, embora em uma escala humana.

76. Esse otimismo também é apontado por Bury (1955), ao dedicar seu trabalho a Saint-Pierre, Condorcet, Comte, Spencer "e outros otimistas". Otimismo epistêmico também foi uma marca dos filósofos gregos, não menos representados que por Sócrates, que viu uma conexão intrínseca entre o conhecimento e o bem. Na filosofia cristã, durante o período medieval, essa conexão foi seriamente questionada, o lembrete sendo a descrição bíblica da queda.

conhecimento, poderia não ser conhecimento, mas uma mistura "azeitada" de fatos e de ficção metafísica. Mas se se assumir a transparência epistêmica, é possível fazer uma distinção (simples) entre conhecimento e não-conhecimento. A forma básica da crítica veio separar um do outro. A crítica tornou-se um processo de depuração. Depois de explicar a base, tornou-se necessário identificar um modo de obter e desenvolver conhecimento. Isso inclui esboçar uma metodologia. Essa tarefa construtiva da filosofia foi desenvolvida por Bacon, Descartes, Locke e muitos outros (que concordaram sobre a existência de um método científico apropriado, embora discordassem qual seria esse método). Decerto, a aplicação real do método sugerido foi efetuada por cientistas, mas a identificação do método apropriado é um desafio para a filosofia. Os filósofos estavam preparando o solo para a construção, enquanto os cientistas estavam fazendo o trabalho de construção com os tijolos.

O otimismo epistêmico fez da metodologia científica uma "heroína". De acordo com a tradição empírica, John Dewey apresentou uma curta e clara característica da metodologia científica. A ciência começa com experiências e observações que podem ser condensadas em teorias por um processo de indução. A partir de teorias é possível deduzir conseqüências e essas conseqüências podem ser mensuradas em confronto com as observações, e desse modo é possível validar teorias, ainda que não em sentido absoluto. De acordo com Dewey, entretanto, esse padrão de obter conhecimento não é particular à ciência. O método científico tem aplicações que vão além do escopo da ciência. Isso levou Dewey a afirmar que a educação pode ser radicalmente melhorada se o processo de aprendizagem copiasse a metodologia científica. A concepção de Dewey sobre educação progressivista é baseada nessa afirmação.[77]

Dewey dá mais um passo. Para ele a metodologia científica não fornece apenas suporte para uma melhor aprendizagem de diferentes sujeitos,

77. Educação progressivista significa aquela baseada nos princípios filosóficos explicitados por John Dewey a respeito de conhecimento, cuja base é a experiência, vista como dinâmica, espacial, temporal e pluralista, organizada de acordo com os pressupostos do método científico. Embora o autor se refira a *progressive education*, preferi manter o termo "progressivism" como consta dos livros de filosofia da educação, ao mencionarem a escola filosófica de John Dewey. Daí minha tradução "progressivismo" (nota da tradutora).

mas também serve a um desenvolvimento mais profundo. Considera que a metodologia científica está conectada ao desenvolvimento da democracia. A melhoria geral em termos sociais, políticos e culturais está ligada ao modo pelo qual as pessoas aprendem. Se a abordagem geral para obter conhecimento, como assegurado pelo método científico, torna-se parte de uma abordagem geral para obter conhecimento, então podemos testemunhar progresso em todos os aspectos da vida social. Decerto, a ciência, como a última manifestação do método científico, está envolvida na progressão, e isso substancia a idéia de que o desenvolvimento científico e o modo científico de pensar desenvolvem-se em harmonia com o progresso social, político e cultural, em geral. A produção de conhecimento significa produção de bem-estar. Essa idéia abrange a suposição de progresso.[78]

Para ilustrar a natureza da suposição de progresso, podemos ler algumas das observações sobre ciência e progresso que Dewey fez em *Democracy and Education*, cuja primeira publicação foi em 1916: "Que a ciência é o principal meio de aperfeiçoar o controle dos meios da ação é testemunhado pela grande "colheita" de invenções que seguiram o comando intelectual dos segredos da natureza" (Dewey, 1966: 224). E Dewey então se refere às estradas de ferro, barcos a vapor, motores elétricos, telefone, telégrafo, automóveis, aviões como "evidências patentes da aplicação da ciência na vida" (1966: 224). Nessas formulações ele recapitula que a Revolução Científica preparou o caminho para a Revolução Industrial. Então, generaliza isso em termos de progresso: "A coincidência do ideal do progresso com o avanço da ciência não é uma mera coincidência. Antes desse avanço os homens colocaram a idade de ouro em uma antigüidade remota. Agora eles encaram o futuro com uma crença firme de que a inteligência apropriadamente usada pode tratar dos males outrora considerados inevitáveis... A ciência familiarizou os homens com a idéia de desenvolvimento..." (1966: 224-225). A ciência se tornou "um fator indispensável no progresso social" (1966: 226). Mais tarde, Dewey oferece a seguinte síntese: "A ciência representa o ofício da inteligência, em projeção e controle de novas experiências, perseguidos sistemática e intencionalmente e em uma escala devida à liberdade

78. Ver, por exemplo, Dewey (1938, 1963, 1966), bem como o prefácio em Archambault (org.) (1964).

de limitações de hábitos. É o único instrumento do progresso consciente, distinto do acidental" (1966: 228).

Dewey pode ser visto como um dos maiores representantes da idéia de que o desenvolvimento científico e o desenvolvimento em geral são indissociáveis. Ele fornece um quadro da ciência como *a* carreira do verdadeiro progresso: é o único instrumento do progresso consciente. Não devemos olhar para o passado em busca das épocas de ouro, porque elas estão esperando por nós no futuro para o qual a ciência está conduzindo. Tais épocas de ouro incluem formas democráticas de vida. Não é por acaso que a visão de mundo de Dewey seja comparada com a apresentação de Hegel de um esquema universal do progresso todo inclusivo, que forma o racional real e o real racional. O melhor que um educador pode fazer é tornar-se um embaixador da razão, e à educação matemática não faltam tais embaixadores.

Em sua introdução a *The Idea of Progress*, de J. B. Bury, Charles A. Beard exalta a tecnologia como diretora abrangente do progresso. Ele expressa o otimismo tecnológico e científico da época (a introdução foi escrita em 1932): "... a tecnologia é a base fundamental da civilização moderna, supre uma força dinâmica de inexorável energia e indica os métodos pelos quais a conquista progressiva da natureza pode ser efetuada" (Beard em Bury, 1932: xx). Não apenas uma perspectiva otimista mas, também, essencialista, da tecnologia. E depois: "... de todas as idéias pertinentes ao conceito de progresso, para a interpretação do que ocorreu durante os duzentos anos passados e do que está ocorrendo, no mundo, nada é mais relevante do que a tecnologia" (página xxi). Essa exaltação da tecnologia é parte da suposição da existência de uma conexão intrínseca entre ciência e progresso, visto que ciência (freqüentemente compreendida como ciência natural) significa essência da tecnologia.

16

DE MÃOS LIMPAS? A suposição de progresso diz respeito à ciência em geral, mas, e quanto à matemática? Como mencionado previamente, Hannaford afirmou que existe uma ressonância intrínseca entre pensamento matemático e democracia — uma linha de pensamento que certamente está em concordância com a suposição de progresso. A afirmação de Stone sobre a matemática no seminário de Royaumont também é uma expressão dessa suposição, embora nesse caso pareçam ser as aplicações da matemática que foram vistas como os pilares que dão suporte ao desenvolvimento tecnológico. Podemos encontrar muitos exemplos na literatura que alargam a suposição de progresso para incluir a matemática.

Outros, contudo, enfatizaram que a matemática é uma ciência que pode ser vista como tendo "as mãos limpas"[79] e que a matemática não está incluída na conexão, intrínseca ou não, entre desenvolvimento científico e desenvolvimento social, político, econômico e cultural. Argumentam que a matemática é um empreendimento intelectual puro, que se desenvolve de acordo com suas exigências lógicas e adquire seu significado particular. Sendo uma representante sublime da racionalidade humana, a matemática não necessita de justificativas utilitaristas. Ela pode imaginar seus próprios afazeres e seu desenvolvimento pode ser mais bem comparado com o desenvolvimento das artes do que, digamos, com o desenvolvimento da tecnologia. A matemática é vista como uma simples atividade separada, que estabelece seus próprios padrões de rigor e de significado. Previamente, falamos sobre os embaixadores da matemática e referimo-nos a Klein, Dieudonné e Freudenthal. Eles poderiam representar bem a perspectiva "de mãos limpas". Contudo é difícil encontrar um expoente mais nítido desta posição do que G. H. Hardy.

Em *A Mathematician's Apology*, cuja primeira publicação data de 1940, Hardy discute a utilidade da matemática e sua conclusão geral é "se conhecimento útil for... conhecimento do que é possível, agora ou em um futuro comparavelmente próximo, para contribuir com o conforto material

79. A expressão "de mãos limpas" está traduzindo "gentle and clean". Foi usada em português para manter a idéia do autor, conforme se compreendeu da leitura do seu texto e de uma conversa esclarecedora mantida entre autor-tradutora, de a matemática ser, geralmente, considerada uma ciência neutra em termos políticos e sociais. Ou seja, no sentido de que ela tem a ver apenas com cálculos, provas, números etc., e que eles dizem por meio dos seus resultados, que devem ser tomados de maneira absoluta, do ponto de vista das resoluções encontradas, não se misturando com as ações políticas tomadas a partir deles (nota da tradutora).

da humanidade, de modo que aquela mera satisfação intelectual seja irrelevante, então o grande volume de matemática mais elevada é sem utilidade" (Hardy, 1967: 135). Entretanto, a matemática poderia causar algum dano? Hardy conclui "... um matemático real tem sua consciência bem definida; não há nada a ser colocado em relação a qualquer valor que seu trabalho possa ter; a matemática é... uma ocupação "inofensiva e inocente" (1967: 140-141). Nas páginas finais do seu *Apology*, Hardy delineia conclusões sobre o seu próprio trabalho em matemática: "Eu nunca fiz nada "útil". Nenhuma descoberta minha fez, ou pôde vir a fazer, direta ou indiretamente, para o bem ou para o mal, a mínima diferença para o conforto do mundo" (1967: 150). Hardy fornece um quadro da matemática (pura) como um empreendimento intelectual que não pode ser julgado pelos seus efeitos sobre a sociedade, pela simples razão de que não há tais efeitos.

Como Hardy considera que a "ciência trabalha para o bem, assim como para o mal (e, particularmente, decerto, em tempos de guerra)", então ele conclui que há uma ciência, e essa é a matemática, a qual "de maneira distante de qualquer atividade humana comum, poderia ser mantida 'de mãos limpas'" (1967: 120-121). A perspectiva "de mãos limpas" representa a última distinção entre ciência e poder, no que concerne à matemática.

A matemática poderia estar posicionada fora dos grandes projetos de progresso, tal como foi apontado pela suposição de progresso? A matemática pode ser vista como arte, e a produção da matemática pode ser comparada às composições de Mozart e Beethoven. Assim é como Hardy vê sua própria produção, embora seu platonismo não lhe permita ver a matemática como uma composição (ou construção) livre, mas como uma descoberta, a qual, contudo, apenas pode ser realizada por esforço artístico. Ele vê o seu e o trabalho de outros artistas como "sério". (Ele compara matemática com xadrez, que também considera desafiador, porém não o vê como "sério"). Entretanto, "sério" não se refere a qualquer forma de utilidade. A razão para engajar os estudantes na matemática é encontrada na própria matemática — a perspectiva da diplomacia.

A tese "de mãos limpas" é freqüentemente baseada em um dualismo, que separa dois mundos: um empírico, que conhecemos por meio de nossas experiências sensíveis, e um mundo ideal, ao qual temos acesso apenas pela razão. Esse mundo platônico é governado pelas leis que requerem a razão para sua identificação e a matemática para sua expressão. Podemos usar nossos sentidos para investigar o mundo empírico, mas esses sentidos não têm capacidade de apreender as leis (matemáticas) que governam o mundo platônico. O platonismo fornece o dualismo clássico com respeito à matemática. O realismo em matemática significa, de um ou outro modo, aceitar a existência de entidades, que são diferentes das entidades empíricas e que, ao mesmo tempo, são as entidades às quais a matemática se refere. Frege e muitos outros, Hardy entre eles, expressaram o realismo, incluindo um dualismo associado, na matemática.[80] O dualismo enquadra-se na perspectiva "de mãos limpas". Enquanto tratar com o mundo empírico traz um turbilhão de conflitos e de questões éticas, tratar com o mundo platônico move as investigações em águas calmas.

Poderíamos notar que é possível estabelecer um dualismo sem os comprometimentos ontológicos da dimensão platônica. De acordo com Hume, a própria noção de representação não pode encontrar uma base empírica. Mas ele considera que a mente pode operar com impressões e também com relações entre impressões. Operar relações entre idéias incorpora a natureza da matemática. Assim, no âmbito da matemática é possível obter certeza, e também certeza absoluta, embora o preço a ser pago por essa certeza é o de que a matemática não se refere ao mundo das experiências sensórias: a matemática está preocupada apenas com relações entre idéias (uma versão mais atualizada do dualismo de Hume é encontrada no formalismo). A certeza da matemática é, assim, completamente interna e, portanto, também um caso da perspectiva "de mãos limpas". Portanto, um dualismo pode ser baseado em uma visão platônica, separando o mundo experienciado do mundo platônico, mas, também, de um ponto de vista empírico estrito, separando o mundo experienciado das operações internas sobre idéias. Uma implicação de ambos os dualismos é que a matemática não concerne ao mundo real e que, portanto, nenhum valor pragmático da matemática pode ser esperado. Isso é dizer que a matemática opera fora da suposição de progresso.

80. Realismo em matemática foi discutido cuidadosamente por Carter (2002). No Capítulo 42 "Matemática pode ser real", eu voltarei a esse assunto.

17

MODELAGEM COMO REPRESENTAÇÃO. Ainda que a matemática possa ser considerada "de mãos limpas", então o que podemos dizer sobre a matemática aplicada? Uma interpretação sobre a modelagem matemática, na linha da matemática vista como separada de qualquer realidade social, pode ser encontrada na literatura. Assim, a concepção de *modelagem matemática como representação* da realidade está relacionada a um dualismo, a uma perspectiva de dois-mundos. Por um lado, podemos operar com conceitos matemáticos como sendo parte do mundo das estruturas, como sugerido pelo formalismo. Por outro, podemos operar com a realidade do mundo empírico. Um modelo matemático se torna uma representação de parte dessa realidade. Decerto, tal representação não pode ser completa. Como poderíamos sonhar em fazer uma representação completa da realidade? Mas a linguagem da matemática pode representar diferentes aspectos da realidade. As noções da teoria matemática selecionada podem se referir aos objetos empíricos, e as relações entre esses objetos podem ser descritos em termos de equações.

Essa interpretação ressoa à filosofia formalista da matemática, como descrita por Curry, mas a teoria da representação da modelagem matemática pode encontrar uma base mais ampla. Posteriormente quero argumentar que, contudo, essa interpretação é problemática para uma discussão de possíveis papéis sociais da matemática. O que significa representar algo "real" em diferentes meios da matemática? Antes de fazer uma crítica desse "representar", devo esclarecê-lo um pouco mais.

Podemos fazer boas e más representações. Os resultados obtidos do modelo podem ser mais ou menos adequados. A qualidade da representação matemática pode ser discutida em termos de precisão. Melhor a aproximação à realidade efetuada pela matemática, melhor a representação, isto é, a modelagem. A qualidade do modelo matemático não é uma questão matemática; é, como Curry também apontou, uma questão puramente empírica. Assim, ao fornecer uma interpretação matemática a alguns fenômenos empíricos, podemos fazer deduções no âmbito do modelo, como se ele fosse um pedaço da matemática pura. Então podemos reinterpretar os conceitos matemáticos e ver se os resultados calculados servem em nossas observações empíricas. Desse modo, podemos investigar o valor descritivo do modelo e, se necessário, podemos trabalhá-lo novamente e tentar melhorar sua exatidão.

De acordo com a teoria da representação, a modelagem matemática pode ser representada por um triplo (R, M, f), que consiste de um conjunto de objetos empíricos, R, um conjunto de entidades matemáticas, M e uma função, f: $R \rightarrow M$, que relaciona realidade e matemática. Esta função f significa aquilo que é retratado pela "fotografia", e R e M apontam para o dualismo.[81] De certo, essa variação da metáfora da representação da modelagem matemática não apresenta uma descrição dos processos de modelagem. Ao invés disso, tenta descrever os elementos principais da situação de modelagem, e levanta as seguintes questões: a que parte da realidade o modelo é endereçado (a definição de R)? Que matemática é usada na construção do modelo (a definição de M)? E quão bem o modelo representa a realidade (a adequação de f)? A teoria da representação fornece uma metafísica conveniente para falar de modelagem matemática e sobre bons e maus modelos: bons modelos representam bem a realidade. Maus modelos, não. Esse modo de falar sobre modelagem matemática é amplamente aplicado na educação matemática quando as idéias básicas da modelagem matemática são introduzidas.[82]

A teoria da representação fornece uma transparência epistêmica para o que ocorre no processo da modelagem matemática. Explica por que não há dificuldades conceituais conectadas à modelagem matemática. O único problema que existe é o técnico, referente ao fornecimento de um ajuste entre modelo e realidade. Os modelos matemáticos podem ser mais ou menos exatos, mas atribuir à matemática, digamos, qualquer responsabili-

81. Veja, por exemplo, Niss (1989: 28) que representa R como o "segmento de realidade sob consideração", M como uma coleção "de objetos matemáticos, relações, estruturas e assim por diante", e "f como um mapa que traduz certos itens de R em itens de M". Em Blum e Niss (1991: 39) um ponto semelhante é aventado. Aqui, contudo, R se refere a "algumas situações-problema reais" e f a uma relação que conecta objetos e relações a partir de situação-problema, R, com objetos e relações a partir de M. Em Niss (1989) o triplo é referido como (A, M, f), enquanto Blum e Niss (1991) referem-se a ele como (S, M, R).

82. Para uma apresentação recente, veja Verschaffel, Greer e Corte (2002: 258). Para discussões sobre modelagem matemática com respeito à educação matemática veja, por exemplo, Blum, Berry, Biehler, Huntley, Kaiser-Messmer e Profke (orgs.) (1989); Blum, Niss e Huntley (orgs.) (1991); e Lange, Huntley, Keitel e Niss (orgs.) (1993).

dade pela situação que foi representada seria semelhante a culpar um fotógrafo pela situação que foi retratada. A responsabilidade do fotógrafo tem a ver apenas com a qualidade da fotografia. Tornar técnicas formais disponíveis, e fazê-lo livremente, é um aspecto significante desse papel da matemática. Que a matemática fornece resultados livres é bem ilustrado por qualquer teorema clássico como o de Pitágoras. Qualquer um pode usar Pitágoras sempre que quiser em qualquer processo de modelagem. A teoria de representação da modelagem matemática parece assegurar a inocência da matemática aplicada, similar à inocência da matemática pura. Modelagem não significa envolvimento. Representar pode ser visto como uma operação de "mãos limpas". Significa uma neutralidade imparcial, embora "útil". De um ponto de vista, a teoria da representação fornece uma interpretação sensível da modelagem matemática. É impossível imaginar construções de carros, aviões, pontes, robôs sem usar representações matemáticas. Representar por meio de linguagens formais, como a da matemática, é amplamente efetuado. Apesar disso, eu considero problemática a metáfora toda da representação.[83]

18

A TEORIA DA REPRESENTAÇÃO. Servindo como soldado, durante a I Guerra Mundial, na frente oriental de batalha, Ludwig Wittgenstein trouxe com ele o manuscrito do *Tractatus* em sua mochila. Como parte de sua luta intelectual e emocional, ele fez um acréscimo importante ao manuscrito, incluindo elementos metafísicos no que, primeiramente, tinha sido um trabalho sobre filosofia da lógica. Um desses elementos foi a *teoria da representação da linguagem*. Wittgenstein incorporou-a no manuscrito durante 1916, quando ele foi transferido para a linha de frente e onde, posicionado em

83. Como referido no Capítulo 12, uma relação perfeita entre realidade e modelo foi estabelecida na educação matemática em termos de realidade virtual, criada por autores de livros-textos. Nesse mundo, a representação matemática é perfeita. A educação matemática pode cultivar uma ideologia da certeza na medida em que a realidade virtual não é questionada como sendo uma referência adequada para os conceitos matemáticos.

um posto de observação, ficou sob fogo. Quando a ofensiva da Rússia, conhecida como a ofensiva de Brusilov, foi lançada em junho de 1916, as tropas austríacas foram forçadas a fazer uma retirada rápida. Contudo, Wittgenstein lançou sua própria ofensiva filosófica e deu ao *Tractatus* sua forma final como o estudo dos fundamentos da lógica, contendo uma dimensão ética e considerações do que jaz além dos limites da linguagem. Pode ser também que nessa época ele reconhecesse a importância de concluir o *Tractatus* com a afirmação: "Sobre o que não podemos falar, devemos silenciar".[84]

A noção de representação e a própria noção de fotografia trouxeram-nos às complexidades metafísicas. As formulações de modelagem como fotografia, incluindo considerações relacionadas à formulação tríplice da modelagem, pareceu-me incluir transtornos metafísicos. Quando essa metafísica é compreendida, poderia ser possível ver que dificilmente a modelagem pode ser interpretada como uma atividade imparcial, mas que a matemática, quando aplicada, torna-se parte de processos sociotecnológicos. Contudo, deixe-nos dar um passo por vez.

A teoria da representação da linguagem pode ser expressa simplesmente assim: a linguagem "fotografa" a realidade, como um mapa "fotografa" certa seção geográfica. Do mesmo modo que um mapa topográfico pode representar uma situação na linha de frente, também a essência da linguagem é uma representação da realidade. Como um mapa confiável captura aspectos essenciais de um campo de batalha, assim também qualquer afirmação confiável representa aspectos da realidade. Obviamente há diferenças entre o mapa topográfico e a paisagem real na linha de frente, mas apesar disso, há semelhanças essenciais. Mapa e paisagem têm algo em comum. De um modo semelhante, embora a linguagem e a realidade sejam entidades diferentes, a representação é possível à medida que linguagem e realidade tenham algo em comum. No *Tractatus*, Wittgenstein indica que somente a linguagem, com aspectos especiais, poderia representar a realidade adequadamente. Tal linguagem poderia ser a linguagem

84. É assim que Pears e McGuinness traduzem a sentença alemã "Wovon man nicht sprechen kann, darüber muss man schweigen" na versão do *Tratactus* publicada em 1961 pela Routledge and Kegan Paul. Ogden a traduziu do seguinte modo: "Daquele que não se pode falar, deve-se calar" (ver Wittgenstein, 1992: 189).

formal enfatizada por Whitehead e Russell com grande detalhamento nos *Principia Mathematica*. Essa linguagem (e apenas linguagens de natureza semelhante?) tem o potencial para representar a realidade.[85] Contudo, o que pode ser dito sobre esse "algo" que a linguagem e a realidade têm em comum? Essa questão nos traz diretamente à metafísica do *Tractatus*, bem como a muita conversa sobre representação.

Imagine uma bela mulher com cabelos negros, sentada em frente a um artista. Ele quer fazer um desenho dela e com papel e lápis na mão começa imediatamente. Assim que fez um desenho que parece com a beleza, pessoas à sua volta olham para o desenho e para a mulher e sorriem. O desenho captou sua beleza! Mas um dos observadores, com um sorriso enigmático, aproxima-se do artista:

— Eu gosto muito de seu desenho. É um quadro maravilhoso. Mas, diga-me, como é que seu desenho retrata essa bela mulher?

— Bem, bem... o artista deixa seu lápis cair.

— Espere! Deixe-me explicar, o observador continua. Eu apenas quero saber: de que modo seu desenho parece com a mulher? Você poderia, por favor, em outra folha de papel, traçar as semelhanças entre seu desenho e a beleza?

— Você quer que eu faça um novo desenho?, o artista pergunta um pouco incerto.

— Não, não, eu quero que você faça um desenho das semelhanças entre seu desenho original e a mulher.

— Bem, não estou certo que eu tenha entendido, mas eu poderia, certamente, fazer um novo desenho e você poderia levá-lo por um bom preço.

O homem balançou sua cabeça.

Como fazer um desenho do modo como o quadro representa a realidade? Isso não parece possível para artistas. Nem mesmo parece fazer sentido. A semelhança entre a beleza e o desenho da beleza não pode ser expressa por um novo desenho. Ou por qualquer desenho. Do mesmo modo, e essa é a afirmação de Wittgenstein, não é possível expressar *em linguagem*

85. Deixe-me acrescentar que "realidade", de acordo com o *Tractactus*, consiste de fatos, e não de objetos.

a natureza da semelhança *entre* linguagem e realidade. A natureza da representação não é para ser tratada pela linguagem da representação. Essa observação, contudo, não impede Wittgenstein de supor que linguagem e realidade tenham uma qualidade partilhada, aquela da "semelhança formal". As particularidades desta "forma lógica" não são, contudo, passíveis de serem descritas pela própria linguagem. A existência de uma "semelhança formal" é uma suposição metafísica, sendo uma daquelas suposições a respeito das quais é impossível falar, deve-se permanecer em silêncio (Assim, o que pensar sobre o texto que eu acabei de escrever sobre "semelhança formal"?) Representação é uma metáfora altamente problemática.[86]

Se, de qualquer modo, deixarmos de lado as dificuldades metafísicas e aceitarmos a existência de uma "semelhança", então temos uma interpretação fácil do que a ciência pode estar fazendo. Elementos da teoria da representação, desenvolvidos em uma interpretação lógico-positivista da natureza da ciência. A linguagem da ciência, sendo uma linguagem da lógica, e, portanto, da matemática, partilha de uma semelhança natural com a natureza, que torna possível a esta linguagem "representar" a natureza. Fazer ciência significa simplesmente descrever a natureza e o modelo matemático se torna exemplar para fazer ciência. A metáfora da representação não morre com a pesada crítica do positivismo lógico. Antes, veio a funcionar como um elemento principal na interpretação "de mãos limpas" freqüentemente dada a todo empreendimento científico.

A teoria da representação não sobreviveu como uma idéia filosófica ativa, mas, apesar disso, sobrevive como uma metáfora metafísica, operando na discussão da modelagem matemática. Naturalmente, a discussão geral em educação matemática sobre modelagem não se refere a teoria da representação, mas à metafísica da teoria da representação ainda está extensamente em operação: modelagem significa representar aspectos da realidade na linguagem da matemática. Na filosofia da linguagem a teoria da representação agora parece obsoleta; portanto, parece surpreendente que ela

86. Podemos observar uma diferença entre a interpretação da representação de Wittgenstein e a de Curry. Enquanto Wittgenstein, em princípio, nada tem a dizer explicitamente sobre isso, Curry esclarece que a relação entre um modelo matemático e a realidade é uma questão puramente empírica.

ainda opere como uma parte da metafísica do senso comum da modelagem matemática. Considero que essa metafísica ajuda a esconder o que está acontecendo em um processo de modelagem. Ela estabelece a matemática aplicada como separada de questões sociais. Considero problemático quando modelagem e aplicações são descritas em termos de representações. Em vez disso, a modelagem matemática poderia significar envolvimento, ação, mudança. Adotar essa posição exige maiores considerações entre conhecimento (matemático) e poder.

19

MATEMÁTICA EM TODO LUGAR. A noção de matemática tem se movido em muitas direções. Matemática pode se referir à matemática pura, à aplicada, à matemática da engenharia, às técnicas matemáticas imersas na cultura, à matemática das ruas, aos cálculos de todo tipo. Essa observação poderia ser o primeiro passo para uma representação da matemática em ação, tentando explicar como matemática e poder estão juntos.[87]

Em seu artigo "The Methodology of Mathematics", de 2001, Ronald Brown e Timothy Porter enfatizam que sem a criptografia embasada matematicamente, não teria sido possível o nível corrente das transações financeiras eletrônicas mundiais que envolvem grandes somas. Eles dizem que "a matemática da teoria das categorias... está sendo usada para trazer novos *insights* às álgebras e lógicas futuras dando sustentação ao delineamento das próximas gerações de programas e de *software*" (2001: 13). E eles continuam: "A enorme aplicação da matemática à engenharia, em estatística, em física, são conhecimentos comuns. As teorias do *big bang*, das partículas fundamentais, não seriam possíveis sem a matemática. Também é imaginado que o papel da matemática está sendo relevante no uso de super-

87. Previamente, eu falei sobre o poder formatador da matemática (veja, por exemplo, Skovsmose, 1994). Essa tem sido uma maneira de encaminhar a relação entre conhecimento (matemático) e poder. Mais do que qualquer um, Foucault mostrou a íntima conexão entre conhecimento e poder, mas ele não tratou explicitamente do conhecimento matemático (veja, contudo, as referências à matemática no capítulo 10, "The Human Sciences" em Foucault, 1994).

computadores. Não é tão compreendido, geralmente, que esses supercomputadores são os servidores da matemática e das formulações conceituais: a eletrônica é maravilhosa por fazer cálculos tão rápidos e precisos" (2001: 13).

Muitos outros fizeram a mesma observação: a matemática está em todo lugar — se não em cena, atrás da cena. Assim, em *Mathematics, a Living Discipline within Science and Technology*, Christiane Rousseau nos dá um guia indicando as aplicações da matemática. Ela menciona aplicações na área da saúde onde "matemáticos e cardiologistas trabalham juntos para melhor compreenderem o mecanismo do coração"; aplicações em biologia molecular, onde "a teoria dos nós é usada para explicar as ações das enzimas"; otimização da forma, incluindo a forma da asa do avião, a forma de cascos de botes, a forma da coluna mais forte possível;[88] pesquisa operacional, incluindo a otimização de uma cadeia de transportes e a otimização da distribuição de freqüências de telefones celulares; reconhecimento de formas, incluindo leitura de códigos postais, leitura de cheques em um caixa automático de banco, reconhecimento de voz, de impressão digital; criptografia, onde a chave criptográfica comum demonstra novas aplicações dos resultados clássicos da teoria dos números; construção de sistema posicional global, fornecendo posição na terra; compressão de imagem, onde a teoria dos fractais é aplicada; códigos que corrigem erros e que auxiliam a minimizar o número de erros no processo de decodificar "multiplicando" a informação original; o movimento de robôs, incluindo a construção de braços de robô, onde o cálculo da matriz conduziu ao *insight* de que são necessários 6 graus de liberdade (6 juntas) para obter um braço que pode ser operado livremente.

A matemática está em toda parte, assim como os computadores. Podemos ver o desenvolvimento dos computadores como um desenvolvimento tecnológico. Contudo, esse desenvolvimento é diferente, digamos, do desenvolvimento da engenharia do vapor. O desenvolvimento da ener-

88. Rousseau (2002) nos lembra de um problema clássico colocado por Lagrange: "encontre a forma da coluna-eixo mais forte com peso e volume fixos, sob pressão vinda de cima" Lagrange "demonstrou" que essa forma deve ser o cilindro, mas ele cometeu um erro e apenas em 1922 foi revelado que a forma da coluna mais forte parece estar longe daquela de um cilindro.

gia tecnológica foi relacionado à física, mas não de uma maneira íntima. De fato, é possível argumentar que a energia tecnológica foi primeiramente desenvolvida com referência não à ciência, mas às tecnologias prévias, e que essa tecnologia veio atrair a física de maneira enfática apenas quando os princípios básicos da energia tecnológica foram identificados. O desenvolvimento da tecnologia do computador é diferente. Essa tecnologia pode ser vista como uma materialização de *insights* e técnicas. Matemática e computação são atividades inter-relacionadas. "Haver matemática em toda parte" e "haver computadores em toda parte" referem-se ao mesmo fato, mas de perspectivas diferentes.

Examinemos novamente a suposição "sem a criptografia embasada matematicamente, não teria sido possível o nível corrente das transações financeiras eletrônicas mundiais, que envolvem grandes somas". Aqui temos que lidar com alarmantes quantidades de aplicações matemáticas, mas não é fácil interpretar essas aplicações em termos de "modelagem". Não é fácil ver criptografia matemática como qualquer "representação". Parece ser mais correto pensar a matemática como fazendo algo, à medida que um novo espaço de possibilidades comerciais é criado a partir da criptografia matemática.

Uma teoria da representação da modelagem matemática não chama nossa atenção para aquelas implicações que poderiam ser compreendidas como parte do processo de modelagem. A teoria da representação parece adequada apenas em casos em que estamos operando em um mundo em que as conseqüências daquilo que estamos fazendo não são relevantes. Qualquer metafísica, como a da teoria da representação, ajuda a dar uma perspectiva em uma situação. Apóia o levantamento de certas questões, mas, ao mesmo tempo, suprime outras questões. A teoria da representação enfoca a exatidão e a verificação do modelo, não nos contextos e nas conseqüências do processo de modelar. Isso está fora do campo da teoria da representação. Desse modo, a teoria da representação estabelece uma obstrução organizada. Ela reduz a discussão da modelagem matemática apenas com referência à qualidade da representação. Como uma conseqüência, eu considero importante apresentar uma perspectiva diferente da modelagem matemática. A questão importante, para mim, é: o que a matemática em ação inclui?

20

MATEMÁTICA EM AÇÃO. Por meio de alguns exemplos, espero ilustrar a importância de considerar como a matemática pode operar enquanto parte do próprio planejamento tecnológico.[89] Assim, desejo apresentar uma perspectiva de modelagem matemática, diferente daquela de representação.

Meu primeiro exemplo de *matemática em ação*[90] se refere a um modelo apresentado por Dick Clements em *Why Airlines Sometimes Overbook Flights*.[91] As companhias aéreas fazem reservas acima de sua possibilidade? Por quê? Decerto, para maximizar os benefícios, ou, para colocar de modo mais claro, para assegurar que os preços das passagens sejam mantidos em um mínimo. É essencial tentar evitar que os vôos operem com lugares vazios. Os custos associados com vôos de um avião lotado e vôos com lugares vazios são aproximadamente os mesmos: "A companhia aérea deve pagar seus pilotos, navegadores, engenheiros e a equipe da cabine quer o avião esteja ou não cheio. O combustível extra, consumido por um avião cheio, comparado com aquele consumido por um semivazio, é uma pequena porcentagem da quantidade bruta do combustível... A decolagem e a aterrissagem e as taxas cobradas pelos aeroportos independem do número de passageiros conduzidos" (Clements, 1990: 325). Para toda decolagem, é provável que algum passageiro que havia reservado passagem não compareça (categoria "não compareceu"): "As condições padrões de transporte de

89. Eu incluo uma variedade de aspectos no âmbito da noção de tecnologia: os artefatos da tecnologia (pode ser um carro, um computador ou outro artefato), bem como as estratégias para a ação (um plano de produção ou qualquer outro produto de "desenvolvimento de sistemas"). O gerenciamento científico, como apresentado por Taylor (1947) é um exemplo clássico, embora o sistema de desenvolvimento baseado no computador tenha produzido todos os tipos de exemplos.

90. A apresentação que se segue da matemática em ação está baseada em Skovsmose (2004). Certamente, meu enfoque não exclui que o social pode ser encontrado na matemática; veja, por exemplo, Bloor (1976); Keitel, Kotzmann e Skovsmose (1993); e também Restivo, Bendegem e Fisher (orgs.) (1993).

91. Clements não afirma que o modelo que ele apresenta é idêntico a qualquer modelo realmente usado (tais modelos são "comerciais em confiança"), mas ele considera que é semelhante a tais modelos. A estratégia de fazer reservas pode ter se desenvolvido consideravelmente desde que Clements construiu seu modelo; apesar disso, esse modelo ilustra muitos aspectos básicos da matemática em ação. O modelo de Clements foi mais discutido por Hansen, Iversen e Troels-Smith (1996).

passageiros permitem que passageiros portadores de "passagens cheias" façam isso sem penalidade. Eles podem comparecer depois no aeroporto e seus bilhetes serão validados para outro vôo" (1990: 326). Como conseqüência, os vôos são lotados com número de reservas superiores à sua capacidade. Certamente, deve haver um limite superior para isso, pois as companhias compensam aqueles passageiros que podem ser recusados, aqueles "cujos lugares reservados colidem", se aparecer mais do que o número esperado de passageiros. Além disso, deve ser considerado que a probabilidade de um passageiro ser um "não compareceu" depende, por exemplo, do destino, da hora do dia, do dia da semana, e do tipo de seu bilhete.

Tudo isso pode ser incorporado em um modelo matemático, contendo parâmetros tais como custos de prover um vôo, valor pago pelo passageiro em cada uma das modalidades de valor de bilhetes, capacidade da companhia, número de passageiros alocados em um vôo, custos de recusar um passageiro para quem foi feita reserva, probabilidade de um passageiro com reserva ser um "não compareceu", o superávit gerado por um vôo etc.[92] Com referência ao modelo, é possível planejar a reserva de lugares de tal modo que o retorno seja maximizado. Informação essencial, decerto, é a probabilidade, p, que um passageiro com reserva seja um "não compareceu". Se essa probabilidade for igual a 0, então é possível prever uma estratégia de superlotação. O valor real de p para partidas, e desse modo o grau de superlotação, pode ser graduado de acordo com um conjunto de parâmetros relevantes. Por exemplo, o grau de superlotação do último vôo de Copenhague a Londres deveria ser mantido mais baixo do que o de um vôo da tarde, pois a compensação para um passageiro cuja reserva de lugar colida com a de outro, no primeiro caso, incluiria custos de hotel.

Esse exemplo ilustra o fato de que a matemática serve como uma base para planejar e tomar decisões. O princípio tradicional: "Não venda mais bilhetes do que lugares existentes" foi substituído por um mais complexo: "superlote, mas faça isso de tal modo que o retorno seja maximizado, considerando a importância em dinheiro a ser paga como compensação, o destino, a hora de partida, dia da semana, bem como os efeitos decorrentes do fato de um passageiro, que tenha reserva válida, ter seu lugar colidido com o outro passageiro". Esse novo princípio não pode ser criado ou colocado

92. Para mais detalhes, veja Clements (1990: 325).

em uso sem raciocínio matemático. Sua complexidade pressupõe que as aplicações de técnicas matemáticas sejam "condensadas" em um programa de reservas. O princípio ilustra o que, em geral, pode ser chamado de *base-matemática de planejamento-ação.*

Um "modelo de reserva" matemático não descreve apenas certa situação, no caso, padrões de reserva, cancelamentos e "não compareceu". A matemática não fornece apenas uma "representação" da realidade. O modelo de reservas estabelece novos tipos de filas. E poderia criar uma situação em que algumas pessoas de repente precisem fazer novos planos de viagem. A matemática se torna parte de uma técnica, aqui representada pelo gerenciamento de reservas de vôos. Mas esse é apenas um exemplo particular que ilustra o fato de que matemática de todos os tipos e complexidades opera em uma variedade ampla de sistemas de gerenciamento moderno. Imagine os processos que podem ser envolvidos no gerenciamento de cadeias de suprimento para uma companhia. Como mencionado previamente (veja capítulo 7), eles (os processos) poderiam se movimentar livremente, de acordo com prioridades da companhia, isto é, de acordo com os princípios de custo-benefício determinados pelos investidores. Mas como tomar decisões alterando ou não alerando uma cadeia de suprimento? A matemática está envolvida. Não é possível operar com a informação, que serviria como base para tomada de decisões, sem o suporte da matemática. A matemática faz parte de uma tomada real de decisões.

21

MAIS MATEMÁTICA EM AÇÃO. A matemática, certamente, está envolvida em grande escala no gerenciamento da economia. Isso pode ser ilustrado pelo modelo macroeconômico dinamarquês ADAM (Annual Danish Aggregated Model), que é usado pelo governo dinamarquês, assim como por outras instituições, privadas e públicas.[93] Um dos principais objetivos

93. ADAM é apresentado em Dam (1986) e Dam (org.) (1996). Para um exame crítico de ADAM, veja Dræby, Hansen e Jensen (1995).

do ADAM é promover "raciocínio experimental" em política econômica para dar uma base para a tomada de decisão política. Um modo de fazer isso é tornar o prognóstico econômico disponível. Outra maneira, possivelmente uma aplicação ainda mais importante do modelo, é oferecer diferentes cenários.

O raciocínio experimental tenta encaminhar a questão: se certo conjunto de decisões é tomado e as circunstâncias econômicas se desenvolvem de um modo particular, quais seriam as conseqüências? Implicações de um cenário poderiam ser investigadas por uma comparação entre aplicações do modelo a diferentes conjuntos de valores dos parâmetros em questão. Desse modo, torna-se possível observar as implicações de uma ação política antes de efetuar a ação. Decerto, tal raciocínio é básico em política. Contudo, o discurso político muda, à medida que o raciocínio experimental, que se refere ao modelo, adquire uma nova autoridade. O raciocínio experimental pode auxiliar a descobrir que iniciativas econômicas são "necessárias" para atingir alguns alvos econômicos, digamos, em um limite de tempo definido. (Certamente, "necessário" tem que ser colocado entre aspas, pois necessidade se refere a um espaço de possibilidades produzidas pelo modelo.)

Como enfatizado pelas construções dos modelos, a qualidade dos cenários fornecidos pelo modelo depende da acuidade das estimativas das variáveis fornecidas para os cálculos. A isso deve ser acrescentado que a qualidade dos cenários apresentados também depende da qualidade do próprio modelo. Então, de que consiste um modelo como o ADAM? De uma porção de equações. Essas equações podem ser resumidas de diferentes maneiras. Uma possibilidade é agrupá-las em sete conjuntos que têm a ver com demandas, suprimento de produtos, trabalho do mercado, preços, transferências e taxas, balanço de pagamento e renda. De fato, ADAM pode ser considerado como um conjunto de submodelos que encaminham certos aspectos da economia dinamarquesa. No ADAM, os conjuntos de equações são construídos em torno de diferentes tipos de variáveis, exógenas e endógenas. O valor de uma variável exógena é determinado de fora do modelo; a população da Dinamarca é um exemplo de tal variável. Para estimar a razão de emprego e desemprego, por exemplo, é essencial ter os valores dessas variáveis exógenas. As variáveis endógenas são aquelas que são determinadas pelo próprio modelo, e muitas variáveis, que parecem exógenas para alguma parte do complexo ADAM, são determinadas por outras partes do modelo, assim, quando ADAM é considerado em sua totalidade, elas se tornam endógenas.

Quando tal sistema de ações é construído e aceito, razões econômicas experimentais podem ser levadas a efeito. O problema é, decerto, como apresentar tais razões. Obviamente, a estrutura detalhada do modelo não pode ser apresentada, nem apreendida, nas discussões políticas reais. Uma possibilidade é deixar o raciocínio experimental tomar a forma particular de uma análise multiplicadora.[94] Assumamos que a equação $y = f(x_1, \ldots x_n)$ pertença a um modelo. Se a variável x_1 for multiplicada por certo fator c, o resultado seria $y_c = f(x_1', \ldots, x_n)$. Pelo cálculo $d = y_c/y$, pode ser afirmado que quando o *input* x_1 for multiplicado por c, o *output* y será multiplicado por d. Questões que solicitam a análise multiplicadora são sempre levantadas nas discussões políticas. Por exemplo, se o governo tenta levar a efeito uma política de expansão das finanças, e expandir a demanda pública, que efeitos teria essa política sobre o grau de desemprego? Em particular, se o governo aumenta sua demanda pública em 5%, quanto decresceria o desemprego? Uma análise multiplicadora daria uma estimativa.

ADAM, certamente, não está apenas fornecendo uma descrição de alguma parte da realidade socioeconômica. Impõe, também, certas suposições teóricas sobre essa realidade. Colocadas juntas, ADAM dispõe de aspectos que são caracteristicamente "keynianos" (Dam, 1986: 31). Assim, a escolha das equações básicas, que nutrem o modelo com "alma", não reflete apenas realidades econômicas; também prescreve uma percepção particular dos negócios econômicos. ADAM fornece um novo exemplo de projeto de ação baseado na matemática. Sendo um recurso para a ação, o modelo se torna parte da realidade econômica, chegando mesmo a dominar essa realidade, na extensão em que ligações econômicas pressupostas estabelecem ligações reais. O raciocínio econômico experimental torna-se uma tomada de decisão política. ADAM foi criado por matemáticos, mas alcançou vida própria. E, como bem sabemos, ADAM não permanece só.

Famílias de modelos semelhantes ao ADAM estão operando em ministérios e em empresas pelo mundo todo. Estão interconectadas trocando

94. Também podendo ser traduzido como "análise de fatores múltiplos" (nota da tradutora).

informações, e o que poderia parecer ser uma variável exógena para um modelo, pode vir a ser uma variável endógena, quando consideramos uma família de modelos. Muito mais matemática do que matemática baseada em criptografia é colocada em operação nas transações financeiras e tomada de decisões econômicas no amplo mundo ligado por meios eletrônicos.

Os seres humanos se tornam parte de uma realidade estruturada por princípios econômicos formulados em termos matemáticos. Observamos o mesmo fenômeno associado com o modelo de reserva de lugares: o modelo matemático se torna parte da realidade social. No *Social Theory and Modern Sociology*, Giddens discute os problemas macroeconômicos em relação com a teorização social. Uma das questões que ele levanta é que tais modelos incluem suposições, por exemplo, em termos de uma "teoria de expectativa racional", que pode comprometer o valor descritivo de tais modelos. Estou certo de que Giddens está correto: modelos de macroeconomia não podem ser justificados por suas relevâncias descritivas para a sociologia. Mas esse não é o ponto. Quer os modelos macroeconômicos estejam ou não aptos a descreverem, de fato eles são *usados*, e esse *uso* é de importância crítica para compreender política e tomada de decisões econômicas. Embora os modelos possam ter pouco valor descritivo, eles podem ter um forte poder no planejamento de ações.

A matemática não influencia apenas a parte econômica de nossa realidade. Em 1995, o Conselho Dinamarquês de Tecnologia (Teknologirådet) publicou o relatório *Magt og Modeller* (*Poder e Modelos*), discutindo o crescente uso de modelos baseados em computadores nas tomadas de decisão política. O relatório se refere a 60 modelos, cobrindo áreas como a econômica, a ambiental, a do tráfego, a da pesca, a da defesa, a populacional. Os modelos são desenvolvidos e usados por instituições públicas e privadas na Dinamarca.[95]

95. Além do ADAM, os modelos econômicos referidos no *Magt og Modeller* incluem: o SMEC (Simulation Model of the Economic Council), que opera de um modo similar ao ADAM, mas é usado antes de tudo pelo Conselho Econômico; GEMIAE (General Equilibrium Model of the Institute of Agricultural Economics), que enfatiza aspectos econômicos para a agricultura; GESMEC (General Equilibrium Simulation Model of the Economic Council); HEIMDAL (Historically Estimated International Model of the Danish Labour Movement), que enfatiza as relações nórdicas; MONA (Model Nationalbank), que é usado pelo Danmarks Nationalbank como uma ferramenta de previsão e análise; e MULTIMOD (Multi-region Economic Model). Os modelos ambientais referidos no

Os autores do relatório *Magt og Modeller* enfatizam que tomadas de decisões políticas, concernentes a uma ampla variedade de questões sociais, estão intimamente ligadas à aplicação desses modelos. Eles também enfatizam que esse desenvolvimento pode desgastar as condições para uma vida democrática: Quem constrói os modelos? Que aspectos da realidade estão neles incluídos? Quem tem acesso aos modelos? Os modelos são "confiáveis"? Quem está apto a controlá-los? Em que sentido é possível falsificar um modelo? Se tais questões não forem adequadamente esclarecidas, os valores tradicionais da democracia podem ser corroídos. Como uma ilustração desse problema, eu resumo os comentários do relatório relacionado às questões do tráfego e ambientais. Nesse caso, os modelos são freqüentemente usados como suporte de decisões, que não podem ser mudadas, como é o caso da construção de uma ponte entre as duas maiores ilhas da Dinamarca. As decisões concernentes ao tráfego são quase exclusivamente baseadas em modelos desenvolvidos em companhias privadas. Também não é usual desenvolver mais do que um modelo para esclarecer certa questão. Finalmente, ocorre que modelos são usados para legitimar *de facto* as decisões já tomadas. Poderíamos, mesmo, falar de base-matemática legitimando projetos.[96]

22

TRÊS ASPECTOS DA MATEMÁTICA EM AÇÃO. Ao falar em matemática em ação, estou me concentrando em ver como as concepções matemáticas são projetadas na realidade. Quando usamos a matemática como uma base para projeto tecnológico criamos uma ferramenta tecnológica que tem, de

Magt og Modeller incluem: ARMOS (Areal Multiphase Organic Simulator For Free Phase Hydrocarbon Migration and Recovery); HST3D, que provê simulação de temperatura e transporte de solutos em sistema tridimensional de fluxo de água. Entre os modelos relacionados à defesa está o SUBSIM (Small Unit Battle Simulation Model).

96. Para uma discussão de como a matemática pode influenciar diferentes esferas da prática veja, por exemplo, Appelbaum (1995); Booss-Bavnbek (1991, 1995); Dorling e Simpson (orgs.) (1999) e Porter (1995).

algum modo, sido conceitualizada por meio da matemática. Em algum sentido, foi antecipado no mundo da matemática e depois foi trazido à realidade por uma construção real.

Um processo de elaborar projetos inclui a identificação e a análise de situações hipotéticas, e a matemática ajuda fornecendo material para construir tais situações. Por meio da matemática podemos representar algo ainda não compreendido e, portanto, identificar alternativas tecnológicas para uma dada situação. A matemática dá uma forma de liberdade tecnológica, abrindo um espaço para situações hipotéticas. Nesse sentido, a matemática se torna um recurso para a *imaginação tecnológica* e, portanto, para o planejamento de processos tecnológicos que incluem projeto-ação com base matemática. Contudo, como veremos, não é possível transpor as qualidades atraentes associadas com a imaginação sociológica à imaginação tecnológica.[97]

O espaço aberto pela imaginação tecnológica poderia muito bem conter situações hipotéticas que não são acessíveis ao senso comum. Um quadro matemático nos dá novas alternativas. Como mencionado, quando um modelo de reserva de lugares para uma companhia aérea é estabelecido, torna-se possível construir princípios avançados para uma superlotação, em termos de reservas. Além disso, um "esquema de taxas especiais" pode ser criado quando são oferecidos aos passageiros bilhetes a um preço reduzido, válido apenas para um vôo especificado. Contudo, "se os passageiros não chegarem a tempo para aquele vôo, o bilhete é anulado e o passageiro perderá seu dinheiro. Obviamente, alguns passageiros (principalmente viajantes a negócios que necessitam de alguma flexibilidade em seu planejamento e que não pagam por seus próprios bilhetes) ainda serão alertados para pagarem a tarifa cheia, visando a manter aquela flexibilidade, enquanto outros (principalmente os que viajam de férias) aceitarão a restrição em troca da tarifa reduzida. A segunda categoria de passageiros não perderá seu vôo facilmente, assim podemos assumir que a probabilidade de seus "não compareceu" é virtualmente zero. Esses passageiros, então, formam uma base sólida do tipo aqueles com quem se pode contar para comparecer ao vôo" (Clements, 1990: 335-336). Assim, o gerenciamento do preço

97. Posteriormente, no Capítulo 27, iremos comparar a noção de imaginação tecnológica com o conceito de imaginação sociológica.

com base na matemática, poderia criar um agrupamento de passageiros que torna fácil predizer as probabilidades de "não compareceu".

Um modelo como ADAM torna possível estabelecer "experimentos mentais" políticos; isso significa conceitualizar detalhes de uma situação que não pode possivelmente ser analisada pelo senso comum. Contudo, o espaço para situações hipotéticas deve ser muito limitado. Certamente, ADAM não suporta "experimentos mentais" políticos que contradigam as prioridades políticas instaladas no ADAM em termos de suas equações básicas. Quando uma imaginação tecnológica repousa sobre a matemática, ela fornece um espaço muito particular de situações hipotéticas. Interesses políticos e econômicos podem ser expressos no conjunto de alternativas tecnológicas, que são estabelecidas como matematicamente bem definidas. Como já foi mencionado com referência aos modelos para planejamento de tráfego, o conjunto de alternativas estabelecido pelos matemáticos pode ser tão limitado que a modelagem serve como uma legitimação de uma decisão *de facto*. Fornecendo uma e apenas uma alternativa, esta parece ser uma necessidade no espaço de situações hipotéticas dadas pelo modelo. Essa situação ajuda a estabelecer credibilidade para afirmações políticas de que certa decisão política é uma decisão "necessária".

Assim, o primeiro aspecto da matemática em ação concerne à imaginação tecnológica: *por meio da matemática, é possível estabelecer um espaço de situações hipotéticas na forma de alternativas (tecnológicas) (para uma situação presente)*. Contudo, esse espaço pode conter sérias limitações. Pode ser único no sentido de que não estabelecido pelo senso comum. A matemática pode ajudar a identificar novos enfoques radicais (por exemplo, na criptografia). Ao mesmo tempo, pode servir para excluir outras abordagens. Estabelecer a cena para possíveis desenvolvimentos tecnológicos por meio da construção de um conjunto de situações hipotéticas é um ato poderoso.

A matemática fornece a possibilidade para *raciocínio hipotético*, pelo que eu me refiro à análise de conseqüências de um cenário imaginário. Por meio da matemática parecemos aptos a investigar detalhes particulares de um projeto ainda não realizado. Assim, a matemática constitui um instrumento importante para levar adiante o experimento mental detalhado. Por causa do ADAM, é possível desenvolver o raciocínio hipotético relacionado à política econômica. Esse raciocínio é contra-fatual, à medida que encaminha implicações da forma: "p implica q, embora p não seja o caso". Uma representação de p é dada por ADAM em termos de equações que incluem valores de parâmetros relevantes. O raciocínio hipotético pode, então, encaminhar uma situação particular "compreendida" por ADAM. Sem raciocínio hipotético matematicamente fundado, as discussões políticas tomariam uma forma diferente. Perderiam referências para análise multiplicadora. O raciocínio hipotético representa um elemento essencial na análise com base matemática de implicações *particulares* em ações *particulares*. Imagine, também, o raciocínio hipotético que permanece por trás do lançamento de um satélite. Um lançamento hipotético foi efetuado muitas vezes antes que se fizesse qualquer lançamento real.

A força do raciocínio hipotético é demonstrada pelo nível de detalhes em que a situação hipotética é especificada. Entretanto, o raciocínio hipotético, sustentado pela matemática, também cria uma armadilha, porque estamos investigando detalhes representados apenas dentro de uma construção matemática específica de uma dada alternativa. Além disso, raciocínio hipotético real é limitado pelo fato de que o próprio raciocínio é fundado na matemática. Como ilustrado pelo ADAM, a fraqueza do raciocínio hipotético está no fato de que as decisões tomadas com base nesse raciocínio irão operar em uma situação real de vida, não detectada pelo ADAM. Assim, quando q é tido como atraente e p é realizado, veremos que o raciocínio hipotético que sustenta o ADAM não opera de modo direto em um contexto de vida real. A situação hipotética p é uma situação imaginária criada apenas pelo modelo, e ela não precisa ter muito em comum com qualquer situação real. O problema do raciocínio hipotético é causado pelo "vazio" entre o modelo virtual construído sobre a realidade e a "complexidade da vida".

A segunda especificação da matemática em ação diz respeito ao raciocínio hipotético: *por meio da matemática é possível investigar detalhes particulares de uma situação hipotética, embora a matemática também cause severas limitações para tal raciocínio hipotético*. Qualquer projeto tecnológico tem implicações não identificadas pelo raciocínio hipotético. Esse é um problema básico relacionado a qualquer tipo de investigação de contrafatos baseada matematicamente. As implicações da situação compreendida (que certamente é diferente de p) poderiam ser muito diferentes de q, as implicações calculadas de p. Qualquer raciocínio hipotético pode perder credibilidade quando cai no vazio, que poderia sempre aparecer quando a matemática entra em operação. (É apenas na matemática bem protegida da sala de aula que essa lacuna não aparece, pois a realidade virtual dos exercícios define plenamente os problemas a serem resolvidos.)

Um aspecto particular de avançar com investigações de situações hipotéticas concerne à escolha entre alternativas. Uma opção é deixar o raciocínio hipotético escolher. Essa escolha é baseada na suposição de que, de algum modo, podemos medir "dor" e "prazer" ("custo" e "benefício") relacionados à realização de cada uma das alternativas em questão. Essa suposição utilitarista torna possível transformar uma discussão política em um discurso de gerenciamento. Essa transformação pode ser ilustrada pelo uso do ADAM para fornecer justificativas para ações políticas. Se, digamos, for uma meta política em cinco anos diminuir em certa porcentagem o desemprego, então uma análise multiplicadora poderia indicar ações políticas necessárias. A "necessidade" de tais ações refere-se ao modelo, é óbvio, mas quando essa referência ao modelo é esquecida, e parece que ela é esquecida assim que as metas políticas são discutidas em público, as ações políticas são referidas como simplesmente "necessárias". Então há apenas um pequeno passo a ser dado para introduzir uma "necessidade tecnológica" em política: temos que fazer assim, porque essa é a única possibilidade factível! Quando a "necessidade tecnológica" é efetuada desse modo, a realidade se torna estruturada de acordo com a perspectiva do ADAM. A lacuna entre o modelo e a realidade tende a diminuir. A distinção entre "realidade" e "realidade virtual" do modelo se torna difusa, mas agora porque a realidade se ajustou ao modelo.

Quando uma alternativa é escolhida e *realizada*, nosso ambiente muda. Qual é a natureza da nova situação? Isso pode ser ilustrado pelo ADAM e também por muitos modelos microeconômicos. Como já enfatizado, o modelo que estrutura a reserva de lugares certamente não é uma simples descrição do que ocorre quando os bilhetes são reservados e vendidos. Quando introduzido, o modelo se torna parte da realidade dos passageiros. E essa história pode continuar: as companhias de seguro também oferecem seguro (em caso de doença) para passageiros em viagem com diferentes

tipos de passagens. Elas, portanto, necessitam de um modelo que diga da probabilidade de que um passageiro com reserva venha, de fato, ser um "não compareceu". Nesse sentido, modelos criam modelos e uma camada de matemática sobre outra se finca na realidade.[98]

Thomas Tymoczko resumiu essa questão do seguinte modo: "Negócios não se aplicam apenas às várias teorias matemáticas já existentes para facilitar uma atividade que é, em princípio, independente de tal aplicação matemática (embora possa fazer isso). Os negócios não poderiam existir em sua forma histórica, sem alguma matemática.

Certamente, não podemos imaginar a luta da economia moderna sem matemática, e então, repentinamente, essa economia se torna mais eficiente por causa da introdução da matemática!" (Tymoczko, 1994: 330). Que a matemática se torna parte da realidade é um fenômeno geral. Tymoczko também menciona a relação entre matemática e guerra. Ele argumenta que guerra e matemática estão inter-relacionadas de modo íntimo. Podemos falar sobre a guerra moderna como constituída por meio da matemática. Não no sentido de que a matemática é a causa da guerra; mas não podemos imaginar a guerra moderna ocorrendo sem ter a matemática como parte integrada.[99] A mesma afirmação pode ser feita se, em vez de "guerra" ou "negócios" falarmos sobre "viagem", "gerenciamento", "comunicação", "arquitetura", "seguro", "mercado" etc. Em sua forma presente tais tipos de fenômenos sociais são modulados se não forem constituídos pela matemática.

Isso nos leva a um terceiro aspecto da matemática em ação. Este aspecto concerne à compreensão: *a matemática embasa a modulação e constituição de uma ampla variedade de fenômenos sociais e, desse modo, ela se torna parte da realidade*. Vivemos em um ambiente que integra uma realidade virtual fundamentada no modelo a uma realidade já construída em uma mistura formidável.[100] Assim, muita tecnologia da informação se materializa em "pacotes".

98. De modo semelhante, muitos outros serviços, públicos e privados, são baseados em modelos ligados a modelos. Por exemplo, as muitas formas novas de serviços e ofertas oferecidas por telecompanhias não podem ser estabelecidas sem um cuidadoso projeto baseado em matemática.

99. Veja também Booss-Bavnbek (2002); e Højrup e Booss-Bavnbek (1994).

100. A noção de matemática "implícita" ou "congelada", que se refere à matemática como parte da vida social e cultural, foi discutida por Keitel (1989, 1993).

Tais pacotes podem ser instalados e operados conjuntamente com outros pacotes, e eles contêm a matemática como um ingrediente definidor.

Os três aspectos da matemática em ação são sugestões para modos de ver as conexões entre matemática e poder. Postos juntos, os três aspectos transmitem a seguinte mensagem: (a) Por meio da matemática é possível estabelecer um espaço de situações hipotéticas na forma de alternativas (tecnológicas) possíveis para uma situação presente. Entretanto, esse espaço pode ter sérias limitações. (b) Por meio da matemática, na forma de raciocínio hipotético, é possível investigar detalhes particulares de uma situação hipotética, mas esse raciocínio também pode incluir limitações e, portanto, incertezas para justificar as escolhas tecnológicas. (c) Como parte da compreensão das tecnologias, a própria matemática se torna parte da realidade e inseparável de outros aspectos da sociedade. O racional se torna real, ainda que nada indique que o real se torne racional.

Roma não foi construída em um dia. Tijolos e argamassa eram essenciais para sua construção. Todos concordam. Castells introduziu a noção da sociedade informacional, constituída por uma rede. E quão rápido essa rede ocorreu! Foi realizada em um período mais curto do que o da fundação do Panteão em Roma. Quais são os elementos da construção da rede da sociedade de hoje? Certamente, não tijolos e argamassa. Talvez possamos pensar nas unidades de construção como pacotes.

23

MATEMÁTICA E PODER. É interessante observar que, ao longo da tradição empírica na filosofia inglesa, a linguagem foi considerada uma ferramenta mais ou menos transparente, que poderia ser usada para encaminhar problemas filosóficos.[101] Foi reconhecido que possivelmente essa ferramenta não seria manipulada por todos, e Bacon estava consciente dos "ídolos" do mercado causados pela linguagem. Contudo, para os filósofos,

101. Russell afirma que até 1917 ele "pensava a linguagem como transparente — isto é, como um meio que poderia ser empregado sem prestar atenção a ele" (Russell, 1993: 11).

a linguagem era uma ferramenta própria para encaminhar questões epistêmicas básicas sobre percepção, aparência, realidade e conhecimento. Foi sentido que a linguagem estava, por assim dizer, à disposição da filosofia. E, para a tradição empírica o *Tractatus* e o positivismo lógico acrescentaram a suposição de que a linguagem da ciência tinha que ser uma linguagem formalizada particular para fazer esse trabalho de estar à disposição da atividade e da teorização científica.

Em *Investigações Filosóficas*, Wittgenstein abandonou a abordagem do *Tractatus*. Ele sugeriu uma visão da linguagem completamente diferente, e introduziu a noção de um jogo da linguagem.[102] Fazendo isso, ele enfatizou que não faz sentido pensar *uma* linguagem como sendo *a* linguagem. Há muitos jogos diferentes de linguagem, e nem mesmo faz sentido procurar uma característica unificadora de todos esses jogos. Além disso, torna-se claro que considerar o papel da linguagem (ou das linguagens) como representação é uma simplificação grosseira sobre qual pode ser considerado o trabalho da linguagem.[103] A noção do jogo de linguagem torna possível ver que algo é *feito* por meio da linguagem. Essa idéia é explicitada na teoria do ato da fala, na qual linguagem e ação se tornam intimamente conectadas. Linguagem significa ação (embora nem todas as ações signifiquem linguagem). Assim, dizer algo significa fazer algo.[104] A idéia de que a linguagem significa ação espalhou-se por diferentes tipos de *teorias do discurso*, que enfatizam que o que é feito pela linguagem é muito mais fundamental do que o que é indicado por exemplos, por meio dos quais a teoria do ato da fala foi tradicionalmente explicitada. Para John L. Austin foi importante esclarecer que a linguagem poderia fazer mais do que descrever.

102. Há uma pequena história que sugere como Wittgenstein chegou a essa noção de jogo da linguagem: "um dia quando estava passando em um campo onde estava havendo um jogo de futebol, o primeiro pensamento que lhe veio foi o de que em linguagem jogamos jogos com palavras" (Malcolm, 1967: 65).

103. De acordo com as anotações de Malcolm, não pretendendo fornecer um relato literal das afirmações de Wittgenstein (a partir de 1946), Wittgenstein fez a seguinte crítica às idéias que freqüentemente são incluídas na teoria da representação da linguagem: "Temos a idéia de um modelo *ideal* ou de uma descrição ideal do que se vê em qualquer momento. Mas tal descrição não existe. Há inúmeros tipos de coisas, que podemos chamar "descrições" do que vemos. Elas são todas grosseiras. E "grosseira" *não* significa aqui "aproximação". Temos a idéia errônea de que há certa descrição exata do que se vê em qualquer momento dado" (Malcolm, 1967: 59).

104. Ver Austin (1962, 1979); e Searle (1969).

Contudo, o drama do envolvimento da linguagem não foi esclarecido em sua abordagem analítica. Apenas quando foi apontado que os discursos representam e constituem visões de mundo que a plenitude das teorias do ato da fala foi revelada: linguagens podem abrir ou fechar espaços para ações políticas, sociais e econômicas. Levado ao extremo: um discurso pode produzir nosso mundo.[105]

Esse desenvolvimento todo na filosofia da linguagem — marcado pela teoria da representação, pelos jogos de linguagem, pela teoria do ato da fala e pela teoria do discurso — eu considero inspirador para compreender a matemática em ação. Se pensarmos a matemática como uma linguagem, então a teoria do ato da fala nos convida a refletir sobre o que poderia ser *feito* por essa linguagem particular.[106] E, além disso, que visões de mundo podem ser discursivamente construídas por meio da matemática?[107] O que é o mundo, de acordo com a matemática? Minha resposta preliminar à tal questão é condensada em três aspectos da matemática em ação. (Decerto, muitos outros aspectos poderiam ser identificados). Para mim as observações sobre matemática em ação também indicam que a matemática é mais do que uma linguagem. Eu considero a teoria do discurso promissora para uma elucidação melhor do que ocorre quando a matemática é trazida à ação. Tal elucidação nos colocaria mais próximos da dinâmica conhecimento-poder, estabelecida por meio da matemática em ação.

Deixe-me tentar ser mais explícito sobre matemática e poder. Morten Blomhøj (2003) comentou a respeito de um exemplo do uso da matemática no plano do tráfego. Como já observado em *Magt og Modeller*, esse é um uso comum da modelagem matemática. No modelo o tráfego flui em uma cidade, a cidade é dividida em um conjunto de áreas menores, e os "portões" entre as diferentes áreas podem ser identificados e numerados. O fluxo do

105. Contribuições importantes para a teoria do discurso foram fornecidas por Laclau, Mouffe e Žižek. Para uma visão geral veja Torfing (1999).

106. No capítulo 40 retornaremos a isso, observando que a "matemática" também é plural. Como há muitos jogos de linguagem, também há muitos jogos de linguagem matemática diferentes.

107. Como previamente mencionado, Wittgenstein afirma que apenas podemos pensar sobre descrições grosseiras (a idéia de descrições ideais não faz sentido). Contudo, as entidades, rotinas, técnicas etc., construídas por meio da matemática em ação podem ser pensadas como *construções grosseiras*. Isso significa que elas contribuem para a continuidade de um processo em que são continuamente moduladas e reconstruídas. Voltarei a isso no capítulo 28.

tráfego de um portão a outro pode ser descrito em termos de certas fórmulas. Certo trecho da rodovia é referido pela letra i, e o tempo de transporte medido por minutos, Ti, pode ser calculado do seguinte modo:

$$Ti = 60Li/vi?\ ci\ Li$$

Li representa o comprimento do *i*-trecho medido em quilômetros, v_i é a velocidade média naquele trecho da rodovia medido em quilômetros por hora (o resultado é multiplicado por 60 para obter o tempo do transporte em minutos). O fator c_i significa que algum tempo extra é esperado devido à natureza do trecho particular da rodovia (essa constante c_i depende da qualidade da rodovia; no caso referido por Blomhøj, o valor de c_i é 0,3). No final, a fórmula fornecerá o tempo de transporte para o *i*-trecho da rodovia em minutos. Decerto, a questão não é apenas descrever o fluxo real, mas fazer experimentos, considerando o que ocorreria ao fluxo do tráfego quando um novo "portão" fosse aberto, ou quando o fator c_i é mudado, digamos, acrescentando uma nova linha no trecho da rodovia em questão. Modelos no projeto de tráfego constituem situações hipotéticas, tornando possível levar a efeito experimentos, antes de qualquer construção específica.

Blomhøj descreve como em Roskilde, uma cidade próxima à Copenhague que o modelo de tráfego usado no processo de elaborar o projeto resultou na sugestão de que um novo trecho de rodovia deveria ser construído. Além do mais, por meio do modelo foi estimado que uma nova rodovia teria um fluxo de 10.000 carros por dia. Porém, um grupo de ativistas ambientais de Roskilde opôs-se à construção desse novo trecho, argumentando que, de acordo com a legislação, qualquer nova rodovia, com um fluxo estimado em mais de 10.000 carros por dia, tinha que ser aprovada por um conselho especial do ambiente. Isso não foi considerado pelo conselho da cidade, que permaneceu favorável à construção da nova rodovia. Como conseqüência, uma nova estimativa, baseada no modelo matemático, foi apresentada, agora estimando que o tráfego teria um fluxo de 9.000 carros por dia. Esse resultado foi fácil de ser obtido, simplesmente reestimando os parâmetros incluídos no modelo. Como conseqüência, a proposta da construção de uma nova rodovia não precisou ser aprovada pelo conselho do ambiente.

Em tal caso, esclarecer como a matemática é colocada em ação exige que consideremos o modelo como parte de um processo de tomada de decisão. Como mencionado previamente, com respeito ao tráfego e às questões ambientais, *Magt og Modeller* concluiu que modelos são freqüentemente usados para dar suporte às decisões que não podem ser mudadas. Assim que a decisão é tomada e, digamos, a construção de uma nova rodovia é iniciada, uma agenda completamente nova é estabelecida. Modelos podem ser usados para legitimarem decisões *de facto*, embora, no caso em questão, o modelo precisou ser trabalhado um pouco mais para facilitar a decisão (já tomada).

Tomada de decisão, em geral, é uma cena onde matemática e poder interagem, e um aspecto importante dessa interação é a eliminação do que poderia ser chamado fator humano. Um ser humano pode se sentir pesaroso ou irritado e isso pode influenciar sua decisão. Mas quando, digamos, um modelo de reservas de lugares está em operação, o fator humano é eliminado dos procedimentos de *check-in*. E muitos outros modelos e esquemas ajudam a assegurar que nenhuma decisão seja tomada contra tais modelos e esquemas, e que os procedimentos não sejam dependentes do humor de quem dá assistência. O contato entre o pessoal da empresa e o passageiro pode ser mantido em um nível mínimo. Durante o *check-in*, a conversação segue um padrão simples, e quando o *check-in* está completo, há poucos contatos humanos necessários antes que o passageiro entre no avião. A bagagem tem que ser inspecionada por raio-X e o passaporte tem que ser mostrado. A *desumanização* é marcante. O modelo para reserva de passagens forneceu uniformidade. A rotina é colocada em operação, em grande escala. Essa é apenas uma das razões básicas para o sucesso de um modelo de reservas e esquemas similares de gerenciamento. Imagine que caos seria se, ao viajar, não houvesse um simples procedimento para manejar a grande escala de procedimentos de reservas. Certamente, a tarefa grandiosa de viajar foi normalizada e organizada em série por meio de imenso conglomerado de modelos matemáticos, o modelo de reservas sendo apenas um deles. A matemática colocada em ação reconstrói todo o negócio de viagem. E esse é apenas um exemplo de uma mudança muito maior que está pondo em execução, desumanização e rotina: muitos negócios agora podem ser efetuados com um *mouse* e um cartão de crédito à mão. Uma nova variedade de procedimentos de compra e venda é implementada por

meio de todos aqueles "pacotes" que os procedimentos matemáticos materializam.

Outro aspecto de ações embasadas matematicamente é a *autorização*. É possível recorrer a alguns cálculos (que, obviamente, não podem ser diferentes), para realizar certos objetivos, ou para justificar algumas decisões. Quando certo passageiro tem seu lugar ocupado por outro passageiro, nada pode ser feito sobre isso. A pessoa que está no balcão de atendimento apenas pode expressar sentimentos particulares sobre o ocorrido e solidariedade ao passageiro em questão, mas ele ou ela não tem responsabilidade moral pela superposição de reservas de um mesmo assento. Foram colocados em seu lugar *filtros de responsabilidade moral*. A responsabilidade das ações baseadas no modelo é distribuída entre diferentes atores, e isso poderia significar que a pessoa que está tratando com um cliente tem apenas uma responsabilidade limitada e bem definida para o que é efetuado. Isso é mais bem ilustrado pelo modelo de tráfego. O construtor do modelo parece esclarecer algumas conexões, mas poderia afirmar nada ter a ver com as decisões políticas tomadas com referência ao modelo. As pessoas que constroem e que gerenciam o modelo não podem ser responsáveis pelas decisões políticas baseadas no modelo, e os que tomam decisões políticas podem se reportar aos especialistas e ao que os números estão lhes dizendo. Em muitos casos, as operações do modelo *podem ser mantidas a uma distância conveniente* das implicações das ações baseadas no modelo. As implicações das ações baseadas no modelo desaparecem sob o *ponto ocultador da visibilidade moral*. Esse também é um aspecto do modo pelo qual a matemática auxilia a estabelecer a cena para a tomada de decisão.

Por meio das noções de desumanização, de rotina, de autoridade, de filtro de responsabilidade moral, de manutenção da distância e do ponto ocultador de visibilidade moral, eu tentei mostrar alguns aspectos da mistura matemática-poder.[108]

A afirmação do progresso enfatiza a íntima conexão entre progresso científico e progresso social, político e cultural gerais. A visão e a metodologia científicas se tornam a engenharia para esse progresso. Em particular, de acordo com Dewey, o método experimental pode assegurar um novo

108. No Capítulo 36 voltarei a essas noções.

suporte pedagógico para o desenvolvimento democrático. Se a matemática ocupa uma posição de "mãos limpas" fora do escopo da suposição do progresso, então ela pode permanecer como uma observadora do desenvolvimento todo. Mas considerar matemática em ação coloca-a no centro daqueles processos onde as mudanças sociais e o raciocínio científico se misturam. Contudo, uma incerteza emerge. A suposição do progresso assume que o progresso científico e o progresso social são partes do mesmo fluxo. Porém, dúvidas podem ser levantadas sobre a própria noção de progresso.[109]

24

SEM PALAVRAS. De acordo com a enumeração de Wittgenstein, o *Tractatus* é construído em torno de sete afirmações principais, dentre as quais as seis primeiras recebem um número considerável de comentários, mas o sétimo e último comentário é deixado à parte: "sobre o que não podemos falar, é melhor silenciar".

Esse parece ser um bom conselho, que poderíamos, ou não, seguir. Mas pode ser mais do que um conselho. Pode ser uma afirmação, indicando quais são os limites que a linguagem não pode transgredir sem se tornar um falatório sem sentido. No *Tractatus*, Wittengestein descreve os "limites de nossa linguagem" como os "limites de nosso mundo". Fora dos limites da linguagem (a linguagem da ciência) nada encontramos de importância epistêmica e científica. (Mas certamente, encontramos algo de significado pessoal e emocional. Como previamente mencionado, esses elementos foram incorporados no manuscrito do *Tractatus* quando seu autor estava no *front*). Esses limites designam aquilo do que se pode falar. Poderiam significar que as sete afirmações do *Tractatus* são conseqüências de toda a interpretação da linguagem, incluindo a teoria da representação. Assim, em vez de o conselho de Wittgenstein ser uma expressão de opinião pessoal, pode ser uma expressão de uma condição "existencial" de vida. Contudo, também é possível ler a afirmação como uma observação auto-irônica, como

109. Na Parte 3, retornaremos a essa incerteza.

parece que o próprio *Tractatus*, incluindo todas as suas afirmações, exemplifica exatamente o que está além do limite da linguagem (científica), e designa o que deve ser mantido em silêncio. Chegando a essa observação, Wittgenstein parece não estar fazendo nada mais do que aconselhar seus seguidores a não repetirem seu próprio erro.

Deve haver diferentes razões para se falar sobre algo e para não se estar apto a falar sobre algo. Certos tópicos podem ser excluídos por causa das limitações gramaticais ou por causa da tradição.[110] Os limites da linguagem podem ser prescritivos, também com boas razões. Uma aspiração do positivismo lógico, como proposto por Rudolf Carnap, era tornar explícita uma gramática da linguagem científica que indicaria os limites da ciência. Ele acreditava que o que não é possível expressar como uma sentença gramaticalmente correta nessa linguagem não é relevante de um ponto de vista científico.[111] De acordo com o princípio da verificação, uma afirmação tem um significado se, e somente se, puder ser verificado.[112] Originalmente, esse princípio estava relacionado ao *Tractatus*, e algumas vezes foi referido como o princípio da verificação de Wittgenstein. Embora Wittgenstein não aceitasse esse princípio, ele se tornou uma marca do positivismo lógico. Carnap percebeu a possibilidade de construir uma linguagem formal, que poderia manter uma harmonia com o princípio da verificação no sentido de que apenas afirmações com significado científico poderiam ser formuladas nessa linguagem. O resto era silêncio. O positivismo lógico acusou a linguagem natural de falatório. Mas se nós nos ativéssemos à

110. Expressar uma crítica de Mao, durante a Revolução Cultural, era impensável, de acordo com Jung Chang, o autor de *Wild Swans*. Embora não fosse impossível de um ponto de vista gramatical, era impossível por causa das restrições políticas e culturais sobre a linguagem. No *1984*, George Orwell descreve Newspeak como uma linguagem que, também de um ponto de vista gramatical, exclui o pensamento herético. Desse modo, a gramática de uma linguagem se torna uma segurança contra crimes de pensamento. O que era condenado como politicamente "impensável" também se tornou gramaticalmente "impensável". Newspeak demarca pelas mesmas possibilidades gramaticais o que "devemos", bem como o que "podemos" falar. O silêncio de Newspeak (o que foi excluído de Newspeak) veio a cobrir todas as formas de crítica das atividades do partido no poder e do Big Brother.

111. Ver Carnap (1959). Ver também Carnap (1937); e Ayer (org.) (1959). Ver ainda Stadler (2001) para uma cuidadosa exposição para a história do Círculo de Viena e sua influência sobre o positivismo lógico.

112. Para uma discussão do princípio de verificação, ver Hempel (1959).

linguagem científica, então poderíamos evitar qualquer "crime de pensamento". Em particular, não incluiríamos suposições metafísicas, nem considerações éticas.

Carnap chamou a si a tarefa de investigar exemplos particulares de fala metafísica, e em *The Elimination of Metaphysics Through Logical Analysis Language* ele se deleita mostrando como formulações elaboradas por Martin Heidegger, falando sobre "existência", caíam no "sem sentido", quando as afirmações eram traduzidas para um simbolismo formal, incluindo o símbolo "∃" do quantificador existencial. O principal elemento em seu esforço contra a metafísica é claramente expresso por XE "Ayer, A."Alfred J. Ayer em *Language, Truth and Logic*, que completou rapidamente após ter participado de encontros do Círculo de Viena. Esse livro apresenta uma introdução entusiástica ao positivismo lógico, incluindo a idéia de que afirmações éticas não têm nenhuma significância epistemológica. É impossível encontrar qualquer justificativa no campo da ciência. Essa idéia foi claramente expressa por Hume, que afirmava a impossibilidade de fazer qualquer inferência a partir de uma afirmação com elementos somente "é" e "não é", para uma afirmação com elementos "deve" e "não deve". Afirmação normativa não advém de afirmações descritivas, e a ciência inclui somente afirmações descritivas. Assim a própria ciência deve ser separada de considerações éticas. De acordo com Ayer, afirmações éticas têm as mesmas qualidades epistêmicas que as de um som como "bah". A interpretação de Ayer foi rotulada como uma teoria "bah-hurra" da ética (bem como da estética). Afirmações éticas são somente expressões pessoais de simpatia e antipatia, que deveriam ser mantidas distantes de considerações científicas, de modo que a ciência possa preservar sua integridade. Aqui a ciência foi compreendida como empírica, e a ciência natural foi tomada como um caso paradigmático. Uma vez que a matemática, seguindo uma interpretação logística ou formalista, é uma disciplina sem qualquer *input* empírico, assume uma posição especial. Certamente não há um caminho das afirmações formais para as afirmações normativas. Desse modo, a matemática também é separada de considerações éticas.

O projeto de Carnap não se tornou um sucesso do modo como ele próprio havia almejado, mas, de qualquer forma, tornou-se extremamente bem-sucedido. Nenhuma linguagem formal e sistemática da ciência havia

sido construída, porém, as linguagens científicas reais da matemática, física, química, biologia etc., excluem, de fato, considerações éticas, como também as exclui a maioria das práticas da pesquisa científica. Essa exclusão se torna parte de uma autocompreensão da ciência mais ampla, bem além do campo de ação do positivismo lógico. Como ilustração, deve-se folhear livros-textos universitários e adentrar por leituras avançadas em matemática e ciência para tentar identificar considerações éticas. A autocompreensão também vai além de disciplinas científicas, e tornou-se uma auto-compreensão de domínio técnico, embora a separação da ética e tecnologia seja traçada por uma linha levemente diferente de argumentação. De maneira simplificada, essa distinção foi baseada na diferença entre meios e objetivos. O argumento continua: enquanto a tarefa de fóruns políticos e democráticos é estabelecer objetivos para empreendimentos particulares, como encontrar os melhores meios possíveis para obter esses objetivos tornou-se uma questão técnica, que poderia ser manipulada por técnicos. Isso traz um tipo de neutralidade ética para todo o empreendimento tecnológico, como no caso da responsabilidade ética, ligada a uma formulação de objetivos, ser colocada fora da identificação tecnológica dos meios.

Uma linguagem (um discurso) opera como uma rede de pesca. Determina o que pode e o que não pode ser apanhado. Determina o falar e o silenciar. Para compreender a natureza de certa linguagem, é importante compreender a extensão do *silêncio naquela linguagem*. A dimensão ética da linguagem (científica) é silenciada pelo positivismo lógico e alocada como uma preocupação extracientífica. Currículos recentes em cursos universitários de ciência e tecnologia recapitularam esse silêncio. Considerações sobre desumanização, rotina, autorização etc., não são tópicos de cursos de matemática aplicada, embora todos sejamos "pegos" nas características dos aspectos de ações baseadas em matemática. O discurso do "verdadeiro e falso" é separado do discurso do "bom e mau".

A eliminação de valores da ciência pode ser vista como uma parte da perspectiva positivista, mas essa eliminação encontrou uma relevância particular no início dos anos de 1930 quando o princípio da verificação foi formulado. Limpar a ciência por meio do princípio da verificação foi um ataque direto à ideologia nazista, que operava com noções como "física ariana". O positivismo lógico deixou claro que essas noções não tinham qualquer base científica. A ciência é neutra, e qualquer tentativa efetuada pelos nazistas para colonizar partes da ciência, ou excluir outras partes com referência ao seu judaísmo, é pura tolice. Durante os anos de 1930, o positivismo lógico se confrontou com a invasão direta, inspirada pelo nazismo, à comunidade científica. Contudo, partindo do servir como proteção à ciência da invasão da ideologia nazista, a doutrina da neutralidade ética da ciência, mais tarde, veio a servir muitas outras funções. Tornou-se uma cegueira filosoficamente justificada para as implicações sociais da ciência.

Parte 3

Aporia

qualquer base científica. A ciência é neutra, e qualquer tentativa efetuada pelos nazistas para colonizar partes da ciência, ou excluir outras partes com referência ao seu judaísmo, é pura tolice. Durante os anos de 1930, o positivismo lógico se confrontou com a invasão direta, inspirada pelo nazismo, à comunidade científica. Contudo, partindo do servir como proteção à ciência da invasão da ideologia nazista, a doutrina da neutralidade ética da ciência, mais tarde, veio a servir muitas outras funções. Tornou-se uma cegueira filosoficamente justificada para as implicações sociais da ciência.

Parte 3

Aporia

25

O PARADOXO DA RAZÃO. Durante os bons velhos tempos na filosofia da matemática, a procura por certezas focalizou os fundamentos da matemática. Quais são as fontes do conhecimento matemático? Qual é a natureza dos objetos e das verdades matemáticas? Essa preocupação com fundamentos e certezas facilmente leva a exigir que um entendimento adequado da matemática possa ser obtido pelo exame da arquitetura lógica a partir de dentro do seu edifício. E, dessa perspectiva, o conhecimento da matemática pode parecer transparente. Isso pode facilitar uma perspectiva "de mãos limpas". Entretanto, quando olhamos a matemática em ação, a matemática não parece uma atividade isolada. Parece operar no meio de um processo político-social. Isso nos leva a reconsiderar a noção do progresso como incorporado na suposição do progresso.

Em "Cultural Framing of Mathematics Teaching and Learning", Ubiratan D'Ambrosio faz o seguinte comentário: "Nos últimos cem anos, vimos enormes avanços no nosso conhecimento da natureza e no desenvolvimento de novas tecnologias. E, todavia, esse mesmo século nos mostrou um comportamento humano desprezível. Meios sem precedentes de destruição em massa, de insegurança, novas doenças terríveis, fome injustificável, abuso de droga, e decadência moral igualada somente pela destruição ambiental. Muitos desses paradoxos têm a ver com a ausência de reflexões e considerações dos valores acadêmicos, particularmente nas disciplinas cientificas, tanto na pesquisa, como na educação. Muitos dos meios de alcançar essas maravilhas e também esses horrores da ciência e da tecnologia têm a haver com os avanços da matemática" (D'Ambrosio, 1994: 443).

D'Ambrosio mostra firmemente que a matemática está posicionada no núcleo do desenvolvimento social. Isso foi sustentado antes. Então, devemos nos lembrar da afirmação feita por Stone no seminário de Royaumont em 1959, quando ele descreveu a matemática e a educação matemática como mensageiras das superestruturas tecnológicas a serem, então, construídas. Entretanto, D'Ambrosio não demonstra o otimismo incluído na afirmação de Stone, nem sustenta a suposição da ideologia do progresso: que o desenvolvimento cientifico, social, cultural e o progresso político estão intrinsecamente relacionados. O ponto essencial é que D'Ambrosio considera a ciência, e também a matemática, operando como agente duplo e servindo tanto ao "bem", quanto ao "mal".[113]

A colocação de D'Ambrosio aponta para o paradoxo, que eu escolhi chamar como o *paradoxo da razão*. Por um lado, nosso conhecimento da natureza e o desenvolvimento de novas poderosas tecnologias baseadas no conhecimento ultrapassaram qualquer expectativa possível, e, por outro, testemunhamos um "comportamento humano indigno" diretamente originado nesse conhecimento da natureza e nesse conhecimento com base em tecnologias. O progresso científico não traz simplesmente "maravilhas". É, também, acompanhado por "horrores". Esse paradoxo parece incompreensível, se considerarmos a perspectiva do Iluminismo. O paradoxo da razão anula a hipótese do progresso. E, de acordo com D'Ambrosio, a matemática está no meio deste paradoxo. As ações sociotecnológicas fundamentadas pela matemática são paradoxais por natureza, no sentido de que mesmo quando podem ser fundamentadas nas competências matemáticas, suas qualidades "progressivas" são questionáveis. Nenhuma qualidade intrínseca da matemática assegura que a matemática em ação leve a "maravilhas". Embora a matemática tenha sido cultivada e organizada em estruturas formais, e embora a matemática neste caminho pareça pura, a matemática em ação pode incluir deduções de todos os diferentes tipos. Podemos observar horrores e maravilhas em uma mescla imprevisível.[114] De fato, a situação

113. Embora Hardy mantenha uma perspectiva "de mãos limpas" a respeito da matemática, ele observa que a ciência natural "trabalha para o mal tanto quanto para o bem", afirmação essa que concorda com a de D'Ambrosio sobre "horrores e maravilhas".

114. O paradoxo da razão, em referência à ciência e tecnologia em geral, tem sido expresso por diversos autores. Eu posso referir-me a von Wright (1991, 1994); e Kemp (1991). Kaplinsky refere-se ao que ele chama "paradoxo da tecnologia": a verdadeira tecnologia que tem o potencial para liberar seres humanos é um fato que tem como conseqüência tornar a vida consideravelmente mais incômoda para a massa da população" (Kaplinsky, 1984: 170; aqui citado por Grint e Woolgar, 1997: 8-9). Ver também Shelley (1995), que pergunta se a matemática está além do bem e do mal.

pode ser muito mais confusa e incerta: talvez faltem alguns padrões razoáveis para poder emitir julgamentos sobre "horrores" e "maravilhas".

Podemos relacionar o paradoxo da razão com o paradoxo da lógica identificado por Russell. Russell instituiu que esse paradoxo revela fraturas profundas nas fundações lógicas do conhecimento matemático. O paradoxo indica que a relação entre conhecimento matemático e questões lógicas é mais complicado que o percebido. Russell deseja mostrar que poderia erguer um edifício de conhecimento genuíno, isto é, conhecimento que pode ser seguramente fortalecido contra qualquer assalto do ceticismo. A racionalidade lógica tem sido considerada o instrumento mais seguro na construção do conhecimento e certeza e, então, subitamente, torna-se aparente que tal racionalidade parece frágil, mesmo em sua terra natal, a matemática. O paradoxo trouxe-nos para a posição de onde nós podemos ver que o conhecimento matemático não está erigido em fundações firmes; uma precipitada pilotagem é necessária, e Russell teve que construir uma Teoria dos Tipos, que se assemelha a expedientes *ad hoc* e não a uma abordagem lógica.

O paradoxo da razão traz uma nova dimensão para essa observação acerca da fragilidade da razão. Se a razão humana, representada pela ciência e matemática, e o desenvolvimento do conhecimento fossem de uma natureza indiscutível, e, como percebido pelo Iluminismo, fossem a fonte essencial para o progresso social, político e cultural, como poderíamos associar o impacto da razão com maravilhas e horrores? O que significa o progresso não estar associado claramente ao desenvolvimento da razão, em termos de ciência e matemática? Nós temos que considerar o que significaria renunciar a alguns dos princípios, que relacionamos ao Iluminismo.

Em *The Dialectic of Enlightment*, Horkheimer e Adorno falam sobre a possibilidade de autodestruição do Iluminismo. O livro foi escrito durante a Segunda Guerra Mundial, enquanto Horkheimer e Adorno estavam nos Estados Unidos. Ele foi publicado primeiramente em 1947. Horkheimer e Adorno ressaltam a possibilidade de o Iluminismo e o progresso científico não se transformarem em progresso em geral, por meio de algum automatismo. Enfatizam que se Iluminismo não pode acomodar reflexões, então, "ele sela o seu próprio destino" (Horkheimer & Adorno, 2002: xiii), e que o Iluminismo deve "considerar a si mesmo, se os homens não devem ser completamente traídos" (2002: xiii). Essa observação sobre a autoconsideração recorda-nos da afirmação de D'Ambrosio acerca da necessidade de reflexão. De acordo com Horkheimer e Adorno a questão, entretanto, não é abandonar o Iluminismo, à medida que consideram que "a liberdade social é inseparável do pensamento esclarecido" (2002: xiii). O Iluminismo é necessário, mas não suficiente para "liberdade" e "emancipação".[115]

Na Parte 2 eu discuto matemática em ação, que nos leva além dos limites da suposição do progresso. O paradoxo da razão amplia a margem de discussão sobre matemática, ciência e tecnologia e a operação da razão em geral. Esse é o foco aqui na Parte 3, onde, entre outros assuntos, eu discuto a razão instrumental e o aparato da razão.

26

TECNOLOGIA. Farei algumas observações sobre meu uso do termo "tecnologia". Eu falo sobre tecnologia[116] de maneira mais ampla, incluindo não somente sua "maquinaria", mas também sua organização, o conhecimento dos procedimentos de produção e aqueles para o projeto e tomada de decisão. Assim, compreendo como uma tecnologia tanto o projeto do modelo de reservas de companhias aéreas, como os procedimentos de manejo macroeconômico facilitado pelo modelo ADAM. Eu uso "tecnologia" como um rótulo amplo de técnicas econômicas, políticas, culturais, administrativas, militares, organizacionais e de diversas outras estruturas. Quando eu quero enfatizar a visão ampla de tecnologia, eu falo de estruturas ou ações sociotecnológicas.

Um assunto clássico na filosofia da tecnologia é a possível demarcação entre o elemento humano e o mecânico. A enumeração de sentidos da palavra tecnologia no *Longman Dictionary of Contemporary English* (nova edição, 1987) refere-se a um ramo do conhecimento que lida com métodos

115. Em muitos estudos desenvolvidos mais adiante, tais incertezas são relacionadas ao projeto do Iluminismo. Em particular, eu gostaria de referir aos estudos de Foucault (1989, 1994).

116. Para uma discussão da noção de tecnologia, ver, por exemplo, Ihde (1993).

científicos e industriais e seu uso prático na indústria, assim como aos métodos e maquinaria fundados neste conhecimento. Esta distinção é, contudo, considerada problemática por muitos. Em seu estudo, *The Machine at Work*, Keith Grint e Steve Woolgar concluem uma visão geral das diferentes noções de tecnologia, com a seguinte observação: "Uma tentativa comum a todas estas definições de tecnologia é distinguir entre elementos humanos e não-humanos. Os 'não-humanos' tendem a ser associados com conteúdos materiais, intrínsecos e técnicos, enquanto os 'humanos' tendem a conotar o (mero) contexto circunstancial (fatores sociais)" (Grint & Woolgar, 1997: 9). Grint e Woolgar consideram importante ultrapassar essa dualidade, de natureza quase cartesiana, no que concerne à concepção de tecnologia e acrescentam: "Contudo, a despeito da tendência implícita de muitos autores em estabelecer sua discussão sobre tecnologia baseados nessa dicotomia, é difícil estabelecer os limites entre o humano e o não-humano, simplesmente porque o humano não age sem alguma forma de construção (roupas, ferramentas, máquinas etc.) 'artificial' (*i.e.* humanamente construída), e o não-humano dessa forma 'artificial' não age na ausência dos humanos" (1997: 10). Eu acompanho Grint e Woolgar em sua preocupação relativa a eliminação dessa dualidade como uma preconcepção analítica. Como sugerido também pela teoria da rede de atores, uma distinção entre "homem" e "máquina" não deve ser mantida por meio do conceito de tecnologia. Antes, a tecnologia poderia ser vista como uma rede homem-máquina de atores. De fato, considero que a apresentação da matemática em ação aponta para o que poderia significar a superação dessa distinção.

O otimismo tecnológico é bem conhecido. Essa idéia anteriormente disseminada exalta a tecnologia e seu desenvolvimento futuro, como uma garantia para o desenvolvimento sociopolítico em geral. Tal otimismo inclui a idéia de que "o tempo está do nosso lado", e de que nós, com o auxílio da tecnologia, podemos *produzir* melhorias.[117] O otimismo tecnológico se enquadra satisfatoriamente com a suposição de progresso, e é uma conseqüência da exaltação da razão e da racionalidade pelo Iluminismo. Se a razão pudesse ser cristalizada e materializada, nós poderíamos ter esperança de sermos capazes de acelerar o progresso. A cristalização da razão

117. Ver, por exemplo, Bauman (1999) para críticas sobre esta idéia.

tem sido relacionada com tentativas de expressar os princípios da descoberta científica em formas algorítmicas. Nós podemos pensar no sonho de Leibniz em estabelecer uma linguagem universal que assegurasse uma racionalidade de base calculada. Quando tais leis básicas da lógica são identificadas e formalmente expressas, podemos ter esperança no advento de uma programação do descobrimento científico. A tentativa de construir máquinas computadorizadas representa o sonho do bem-estar epistêmico. O otimismo tecnológico está ligado à idéia de que a tecnologia, de alguma maneira, pode cristalizar e materializar a razão. Então, a tecnologia torna-se, simplesmente, a maquinaria para o progresso. Não surpreendentemente, muita expectativa tem sido associada com computadores baseados em inteligência artificial.[118]

O determinismo tecnológico se refere à idéia de que o desenvolvimento tecnológico é guiado por algum tipo de necessidade. Como conseqüência, não cabe aos seres humanos decidirem sobre o desenvolvimento tecnológico que é um produto de algumas "leis do desenvolvimento" mais similares às leis naturais que estão fora do controle humano. Uma posição determinista é apresentada por Thorstein Veblen (1904), que proclama que a tecnologia não está *fora* do controle, mas *sob* controle (ver Grint & Woolgar, 1997). Tal determinismo poderia ser otimista, por exemplo, como apresentado na forma clássica por Auguste Comte, que delineou os estágios básicos do progresso humano, a serem definidos por meio de sua concepção de positivismo.[119] Os autores dessa convicção acreditam que os melhoramentos tecnológicos, sugestões, construções e propostas vão, em uma disputa do tipo darwiniano, resultar na sobrevivência do mais ajustado. Isso garantiria que o desenvolvimento tecnológico significasse progresso. O determinismo tecnológico, contudo, poderia também ser pessimista, ao afirmar que o desenvolvimento tecnológico, guiado por suas próprias leis, resultaria em "Frankensteins". Na discussão atual, pode ser difícil identificar uma posição determinista estrita, mas também não é difícil encontrar posições alegando que as tecnologias (junto com outros fatores, tais como interesses econômicos e poderes políticos) determinam uma variedade de fenômenos sociopolíticos.[120]

118. Que a tecnologia pode representar a cristalização da razão é expresso claramente na afirmação básica a que Haugeland (1985) se refere como GOFAI (Good Old Fashion Artificial Intelligence — A Boa Inteligência Artificial Antiga). É baseada na idéia de que a razão pode ser traduzida na computação.

119. Taylor (1947) representa um otimismo sem ambigüidade sobre as possibilidades do manejo científico.

Posições essencialistas com respeito à tecnologia afirmam que, devido à verdadeira natureza da tecnologia, podemos esperar (e mesmo prever) certo padrão de desenvolvimento social baseado nela. Todas as formas de essencialismo têm sido fortemente criticadas por Grint e Woolgar (1997). Eles apresentam uma posição estritamente antiessencialista por afirmar que as tecnologias podem ser discutidas sem fazer referência a qualquer "tecnicidade". O maquinário tecnológico real (por exemplo, o computador) não tem nenhuma função particular predeterminada devido ao seu *layout* técnico. Eles acham que as tecnologias podem ser consideradas textos e interpretadas e operadas de maneiras diferentes. Assim como os textos não determinam sua própria interpretação, também a tecnologia não predetermina suas funções.[121]

O antiessencialismo que eu proponho se refere às funções e operações da tecnologia. Tecnologias podem resultar em maravilhas assim como em horrores, do mesmo modo que faz a matemática em ação. Nesse sentido eu vejo a matemática em ação como sendo sem essência. Ela não pode ser julgada *a priori*. Eu quero generalizar esse antiessencialismo com respeito à matemática em ação para me referir ao que poderia ser chamado de tecnologia em ação (eu retorno a esse ponto quando mais tarde fizer comentários sobre "o aparato da razão"). Meu antiessencialismo oscila entre um otimismo e um pessimismo. Para mim nada na tecnologia serve como garantia para o otimismo tecnológico. Nem há uma razão intrínseca para pessimismo. O desenvolvimento tecnológico é simplesmente um negócio arriscado. Parece que, muito embora todo e qualquer empreendimento tecnológico possa ser realizado com uma clara visão de alguns objetivos particulares, a totalidade dos empreendimentos pode demonstrar uma desastrosa invisibilidade.

120. *1984* de Orwell ilustra a interpretação pessimista de como a tecnologia e a política juntas exerceriam um poder sobrepujante.

121. Ver também Lins (2002), que tem apresentado uma visão antiessencialista da tecnologia na educação matemática.

Comentarei brevemente a noção de *reflexividade*, que pode ser interpretada como uma maneira de entender como a tecnologia pode atuar "cegamente". De acordo com Ulrich Beck, nós encaramos "a possibilidade de (auto)destruição criativa por toda uma época: aquela da sociedade industrial. O "sujeito" dessa destruição criativa não é a revolução, nem a crise, mas a vitória da modernização ocidental" (Beck *et al.*, 1994: 2). De fato, não parece possível identificar mais especificamente qualquer sujeito atuante para essa criatividade. E Beck continua: "Esse novo estágio, em que o progresso pode se transformar em autodestruição, em que um tipo de modernização enfraquece e muda um outro, é o que eu chamo de estágio da modernização reflexiva" (1994: 2). A modernização reflexiva inclui uma mudança não-planejada na sociedade industrial. Se nós quisermos entender a dinâmica do desenvolvimento social, então não devemos procurar por um entendimento dentro das instituições que representam esse desenvolvimento. Determinar a direção da modernização reflexiva não está em poder de qualquer governo. Os mecanismos da reflexividade se desviam das instituições democráticas e operam como parte do subconsciente social: "a idéia de que a transição de uma época social para outra ocorreria ocasional e apoliticamente, desviando-se de todos os fóruns de decisão política, das linhas de conflito e das controvérsias partidárias, contradiz o auto-entendimento democrático dessa sociedade, assim como as convicções fundamentais de sua sociologia" (1994: 3). Beck aponta que a sociologia não tem sido capaz de atingir a dinâmica básica da reflexividade. Ele introduz a noção de sociedade de risco, que "designa uma fase desenvolvimentista da sociedade moderna em que riscos sociais, políticos, econômicos e individuais tendem de modo crescente a escapar do monitoramento e proteção das instituições na sociedade industrial" (1994: 5).[122] A produção de risco

122. Ver também Beck (1992, 1995a, 1995b, 1999); e Franklyn (org.) (1998). De acordo com Beck: "O conceito de risco está diretamente ligado ao conceito de modernização reflexiva. Risco pode ser definido como uma maneira sistemática de lidar com os acasos e inseguranças induzidos e introduzidos pela própria modernização. Riscos, em oposição a perigos anteriores, são conseqüências relacionadas à força ameaçadora da modernização e sua globalização da dúvida" Beck (1992: 21). Parece que Beck algumas vezes usa "riscos" se referindo aos fenômenos tecnicamente produzidos: "Riscos tais como aqueles produzidos atualmente diferem essencialmente de riqueza. Por risco eu quero falar sobre toda radioatividade, que supera completamente toda capacidade de percepção humana, mas também toxinas e poluição no ar, água e gêneros alimentícios, junto com o

marca um aspecto da reflexividade. A sociedade de risco é simbolizada por muitos eventos, tais como o desastre de Chernobyl, crises financeiras, poluição da comida, desastres ecológicos (resultantes da invenção humana ou não) etc.

Esses comentários sobre reflexividade e riscos lembram-nos que o antiessencialismo não significa que nós possamos assumir estar no controle do desenvolvimento tecnológico. Que a tecnologia seja aceita como sem essência, e isso parece ser flexível, não implica que nós estejamos no controle. O desenvolvimento tecnológico pode ocorrer de maneira inesperada; pode desviar-se dos foros de decisão política; pode produzir riscos, que nós só reconheceremos tardiamente. Pode operar como parte do processo de reflexividade, que nós não somos capazes de conceituar. Pode produzir riscos, com os quais nós não temos meios de lidar. Meu argumento é que, de uma perspectiva antiessencialista, tais fenômenos podem surgir como parte do desenvolvimento tecnológico. A idéia é que o desenvolvimento real é um desenvolvimento que está em representação (no sentido de atuação dramática), e não guiado pela essência da tecnologia, e particularmente não guiado por qualquer essência da matemática em ação.

27

PENSAMENTO UNI E BIDIMENSIONAL. O raciocínio pode ter muitas formas e nomes. Herbert Marcuse e Jürgen Habermas discutem *razão instrumental*, remetendo-o para certo formato. Esse título se refere a uma maneira de pensar que, no entendimento de Marcuse e Habermas, está conectado à ciência natural e trata os objetos de investigação científica como simples *objetos*. Quando importados pela ciência social, esse modo de pensar se torna problemático e esses autores acusam essa ciência, em suas varian-

efeito a curto e longo prazo nas plantas, animais e pessoas" Beck (1992: 22). Mas, como mostrado por Rasmus Hedegaard Nielsen em uma conversa comigo, é também possível ler Beck como se a emergência da sociedade de risco estivesse ligada ao surgimento de certos discursos políticos e sociais sobre riscos.

tes positivistas, de promover essa importação. Razão instrumental ganha então um poder ilegítimo de supressão e manipulação social. Isso vai contra o desenvolvimento de uma ciência social com interesse emancipatório.[123]

Em *One-Dimensional Man*, Herbert Marcuse esboça uma crítica da sociedade industrial moderna. Ele relaciona a qualidade problemática de ser unidimensional aos aspectos da ciência. Em particular, Marcuse refere-se ao *behaviorismo* e ao operacionalismo. "Os aspectos comuns concernem a um empirismo total no tratamento de conceitos; seu significado é restrito à representação de operações e comportamentos particulares" (Marcuse, 1991: 12). Marcuse está preocupado com as implicações do pensamento científico. Quando a teorização social é colocada no interior do positivismo e abraça a metodologia da ciência natural, então a razão instrumental, construída na metodologia da ciência natural, também opera em uma esfera mais ampla de relacionamentos humanos e a supressão é uma conseqüência. Por ser uma ciência unidimensional, a ciência perde espaço para o pensamento dialético (pensamento bidimensional) e somente trabalha com o real, com os fatos, com o dado e não com o "pode ser" e com o potencial. Contudo, o pensamento bidimensional reconhece uma separação entre conceitos e realidade, entre "o que é observado" e o que pode ser conceituado como uma possibilidade. Marcuse considera que o pensamento unidimensional exclui a dimensão ética que torna possível afirmar que um dado fato é problemático, amoral, político etc.

Marcuse fala sobre um padrão de pensamento e comportamento unidimensional em que "idéias, aspirações e objetivos, que, por seu conteúdo, transcendem o universo estabelecido do discurso e da ação, são ainda repelidos ou reduzidos a termos desse universo" (1991: 12). Projetados dentro da unidimensão do universo estabelecido, os conceitos perdem seu componente crítico. De fato, foi exatamente esse tipo de projeção que Carnap queria assegurar na tentativa de criar uma linguagem da ciência que, do ponto de vista da gramática e da lógica, excluísse aquelas afirmações que o princípio da verificação deveria excluir. De qualquer maneira, enquanto

123. Uma crítica da razão, incluindo uma crítica do Iluminismo e do paradigma da predominância científica, em particular como a apresentada pelo positivismo, tem sido elaborada pela Teoria Crítica. Ver, por exemplo, Horkheimer (1993, 1999, 2002); e Horkeimer e Adorno (2002). Ver também Habermas (1971).

Marcuse vê essa projeção como eliminando (silenciando) os componentes críticos, Carnap a vê como eliminação dos componentes metafísicos. Tudo que é abandonado são suas referências empíricas. De acordo com Marcuse, a projeção é a operação básica do paradigma científico que abrange o operacionalismo e o *behaviorismo*: "Pois a subversão científica da experiência imediata que estabelece a verdade da ciência como estando contra a experiência imediata não desenvolve os conceitos que carregam em si mesmos protestos e recusa. A nova verdade científica que se opõe às aceitas não contém em si os julgamentos que condenam a realidade estabelecida" (1991: 140).

Em *One-Dimensional Man*, Marcuse traça as raízes do pensamento unidimensional e relativo à matemática e a lógica formal e ele conclui: "A matemática contemporânea e a lógica simbólica são, certamente, muito diferentes de seus predecessores clássicos, mas partilham a oposição radical da lógica dialética" (1991: 139). Dessa maneira Marcuse liga a matemática com a unidimensionalidade. Por sua própria natureza, a matemática se torna carregadora de fatos e somente fatos. A matemática sustenta uma linguagem por meio da qual a realidade é representada em termos de fatos — e não de possibilidades. A matemática estabelece um fundamento gramatical para uma projeção no universo dimensional, por meio do qual a "experiência imediata" torna-se despida de "julgamento".[124] Seguindo essa linha de pensamento, não surpreende a afirmação de D'Ambrosio de que a ciência e a matemática podem ocasionar "horrores". Contudo, parece surpreendente que elas poderiam, igualmente, trazer como resultados "maravilhas".

Se a análise de Marcuse sobre matemática é adequada, então aplicações "críticas" da matemática parecem impossíveis: a matemática representa o pensamento unidimensional, enquanto o pensamento crítico é bidimensional. Em nota de 1947, Wittgenstein expressa visões similares: "A verdade da visão apocalíptica do mundo é que as coisas não se repetem. Não é absurdo acreditar que a era da ciência e da tecnologia sejam o come-

124. Estas observações feitas por Marcuse fecham o que pode ser caracterizado como essencialismo negativo: por sua própria natureza, os matemáticos viriam a exercitar uma função sociopolítica problemática. Esta idéia parece ter sido assumida por vários educadores críticos, enfatizando que a educação matemática, pela natureza, não pode esperar pertencer à família da educação crítica.

ço do fim da humanidade; aquela idéia de um grande progresso é uma desilusão, junto com a idéia de que a verdade será conhecida, em última instância; que não há nada de bom nem de desejável sobre o conhecimento científico e que a humanidade, buscando-os, cai em uma armadilha. Não é de modo algum óbvio que essa não seja a maneira como as coisas são" (Wittgenstein, 1980: 56). E mais: "A ciência e a indústria e seu progresso podem se mostrar como a coisa mais duradoura do mundo moderno. Talvez alguma especulação sobre um colapso vindouro da ciência e da indústria seja para o presente, e por um longo tempo por vir, nada mais que um sonho; talvez a ciência e a indústria, tendo causado infinita miséria no processo, unifiquem o mundo — Eu posso condensar uma simples unidade, um pensamento único no qual a paz seja a última coisa que encontrará moradia. Porque a ciência e a indústria decidem a guerra, ou ao menos assim parece (1980: 63). Aqui Wittgenstein fala sobre o progresso como uma coisa mais "duradoura". Certamente o uso do "progresso" é irônico. A paz pode ser o último resultado da coisa. Em vez disso, o progresso termina em "guerra". Esta formulação exemplifica o que o pessimismo tecnológico, como o determinismo, pode ser. Tal observação coloca Wittgenstein fora do enfoque moderno e próximo a um conservadorismo, que parece voltar no tempo em busca de um período melhor, e que, metaforicamente falando, considera o desenvolvimento humano como uma queda que teve início no Dia do Pecado Original e vai até o Dia do Juízo Final.[125]

Esta é a advertência de Marcuse e Wittgenstein oferece um quadro negro da ciência e do trabalho, e, segundo Marcuse, parece que a matemática é um recurso intelectual responsável por esta situação. No quadro Marcuse-Wittgenstein não existem maravilhas a serem esperadas.

Contudo, deixem-me fazer três observações. Primeira, eu não considero adequado pensar na matemática em ação como expressão do pensamento unidimensional. Marcuse considera que a matemática é a ferramenta perfeita para operar apenas com o que *é*, *i.e.*, com fatos, e não com o que pode ser. Essa interpretação da matemática pode derivar do positivismo

125. É interessante ter estas observações de Wittgenstein em mente ao estudar Wright (1991, 1994). Em 1948, Wright sucedeu Wittgenstein como professor em Cambridge e desenvolveu muito mais a análise crítica do papel social da racionalidade científica.

lógico ao considerar que apenas a ciência tem que operar com o que é, e nada mais, a matemática podendo ser vista como uma linguagem adequada à ciência, para representar o que é. Que a matemática é antes de tudo, se não apenas, uma ferramenta descritiva, é uma expressão clara da teoria da representação da linguagem. Mas essa teoria não é adequada. A matemática em ação abre espaços para possíveis ações que fundamentam o raciocínio hipotético relacionado ao que *não* é o caso (mas que poderia tornar-se). Nesse sentido, a matemática opera como um recurso essencial para a imaginação tecnológica. Minha caracterização da matemática em ação é uma expressão dessa idéia. Nesse sentido, é essencial considerar o pensamento matemático como sendo bidimensional, no sentido de Marcuse. A crítica geral da matemática e da ciência, que encontra inspiração nos escritos de Marcuse, parece ter perdido esse ponto.

Segundo, Marcuse relaciona o pensamento bidimensional com a crítica do pensamento. Isso é razoável na medida em que fazer uma crítica significa conceitualizar que *o que é* o caso pode não ser o caso, mas poderia ser mudado. Eu concordo com a idéia de que o pensamento crítico aponta tensão entre o *que é* e o *que pode* ser. Essa idéia se relaciona com a noção de C. Wright Mills (1959) sobre a "imaginação sociológica", que expressa uma capacidade para separar o que é necessário do que é contingente e, por essa razão, passível de mudança. Um fato não é apenas um fato, mas também uma necessidade social experienciada, quando é impossível imaginar aquele fato não sendo o caso. Se considerarmos uma cultura particular onde certo processo de trabalho é desenvolvido de uma maneira particular (talvez obedecendo a tradições protocolares) e nenhuma alternativa para aquela abordagem é identificada, então esse processo pode aparecer como uma necessidade social.[126] A existência de uma imaginação que descreve alternativas para uma situação real, faz uma diferença. Por essa imaginação, fatos poderiam ser reduzidos a contingências: coisas poderiam ser diferentes.

126. É, naturalmente, possível especificar mais a noção de necessidade distinguindo entre "necessidade lógica", "necessidade física", "necessidade cultural" etc., dependendo das possibilidades de alternativas de conceitualização. Assim, um fato que constitui uma necessidade física, é impossível imaginá-lo ser diferente sem também imaginar algumas leis físicas diferentes. Similarmente, um fato constitui uma necessidade cultural se for impossível imaginá-lo sem imaginar algumas tradições culturais (profundamente enraizadas) e normas que sejam diferentes.

Necessidades experienciadas são reveladas como ilusões quando alternativas são conceitualizadas. Esse é o poder da imaginação sociológica: um dado social pode ser identificado como abertura para mudanças.[127] Contudo, uma exploração de qual poderia ser o caso não é uma salvaguarda do pensamento crítico. Não precisa ser o caso que qualquer enfoque que permita alternativas seja chamado de pensamento crítico. De fato, eu sugeri que muito do pensamento bi-dimensional não é crítico. Imaginação tecnológica, como o ilustrado pela matemática em ação, é uma busca por alternativas. Essa imaginação pode parecer bidimensional, mas isso não representa, necessariamente, uma atividade crítica. A imaginação tecnológica pode promover maravilhas tanto quanto horrores, e isso também pode ser promovido pelo pensamento bidimensional. Apesar de tudo, podemos considerar o pensamento crítico como um tipo de pensamento bidimensional, pressupondo, como ele o faz, que os fatos não são tomados em seus valores aparentes.

Terceiro, uma idéia básica é incluída pelo uso de Marcuse da expressão "razão instrumental". Ele propõe que a razão poderia, por ela mesma, ser uma ferramenta problemática. Uma crítica da razão seria indispensável. Essa é uma idéia crucial. Se nós seguimos o espírito do Iluminismo, a razão, em si, não necessita de crítica, ao invés disso, é a crítica que necessita da razão. Quando enfrentamos o paradoxo da razão, a situação se modifica. A própria razão torna-se carente de crítica e reflexão. Cunhando a noção de razão instrumental, Marcuse também transforma a razão em objeto da crítica. Entretanto, ele fornece uma imagem simples da razão instrumental, como se certos modos de pensamentos científicos baseados na matemática fossem a origem de "horrores". Mas eu vejo o paradoxo da razão como sendo mais profundo: é a própria razão, em suas diversas fórmulas, que produz maravilhas e horrores numa mistura colossal. Portanto, eu não quero usar o rótulo da "razão instrumental" para significar o objeto da crítica, quando o que precisamos abordar são as agências sociotecnológicas da matemática e da ciência.

---

127. A importância da imaginação sociológica para a sociologia foi enfatizada por Giddens (1986).

28

O APARATO DA RAZÃO. A noção da sociedade pós-industrial pode ter inspirado Jean-François Lyotard para falar da condição pós-moderna (Lyotard refere-se ao trabalho de Bell) e dessa maneira ele situa o local da discussão do conhecimento em uma escala diferente. Lyotard afirma: "Isto é amplamente aceito; que o conhecimento se tornou a principal força de produção das últimas décadas..." (Lyotard, 1984: 5). Essa observação está, certamente, alinhada com a concepção de Bell. Conhecimento se materializa em tecnologia, mas conhecimento materializado e mercantilizado não segue qualquer das lógicas fundadas na filosofia da ciência e na metodologia científica. Como esta nova entidade opera? De acordo com Lyotard, "não há tecnologia sem riqueza, mas também não há riqueza sem tecnologia" (1984: 45). E ele acrescenta: "A conexão 'orgânica' entre a tecnologia e o lucro precedeu sua união com a ciência" (1984: 45).[128]

As relações entre ciência (incluindo a matemática), tecnologia e prioridades econômicas têm sido reconhecidas como unidade analítica. Isso convida à noção de *aparato da razão*. O aparato da razão nos provê com *construções grosseiras* (de técnicas, formas de gerenciamento, aparelhos tecnológicos etc.). O funcionamento das construções grosseiras têm um final em aberto. As construções têm que ser representadas. Elas podem resultar em "maravilhas", como também em "horrores". Usando a noção de aparato da razão eu tento captar a complexidade do desenvolvimento do conhecimento e da sua aplicação, que constitui o que tem sido referido como uma sociedade Modo-2, onde o conhecimento materializado é mercantilizado. No seu importante estudo, *The New Production of Knowledge: The Dynamics of Science and Research in Contemporary Societies*, de 1994, Michael Gibbons, Camille Limoges, Helga Nowotny, Simon Schwartzman, Peter Scott e Martin Trow explicam que um novo modo de produção de conhecimento, que é característico da sociedade Modo-2, envolve "dife-

---

128. Lyotard (1984) faz diferentes referências à matemática. Ele menciona o teorema da incompletude de Gödel que estabelece que não podemos esperar que um sistema formal seja completo, se ele for consistente. Lyotard também se refere às diferentes observações em matemática, como os fractais estudados por Mandelbrot. O que ele não considera é a função social real da matemática. Ele não tem formulação que expresse diretamente "matemática em ação".

rentes mecanismos de geração de conhecimento, comunicando-os a mais atores, que vêm de diferentes disciplinas e de diferentes solos de experiências, mas de todos os sítios diferentes onde o conhecimento está sendo produzido" (1994: 17). Enquanto a ciência na sociedade Modo-1 opera de acordo com padrões intrínsecos de qualidade e confiança, os critérios que estão orientando a ciência e o seu desenvolvimento na sociedade Modo-2, são para níveis externos mais elevados.[129] Eu não quero usar a noção de razão instrumental pela qual Marcuse se refere à "razão da ciência", operando fora do seu domínio próprio, e nem "racionalidade instrumental", a que Bauman se refere.[130] Deixe-me agora apontar cinco aspectos do aparato da razão. Eu não faço uma tentativa para definir a noção, apenas indicar sua complexidade e heterogeneidade.

Primeiro, o *aparato da razão é uma complexidade construída*. Inclui uma variedade de técnicas científicas e tecnológicas cruciais para o desenvolvimento e manutenção tecnológica. A matemática está em ação dentro desse aparato, mas o aparato da razão não representa qualquer racionalidade matemática particular. Nem representa uma metodologia científica. Matemática e ciência contribuem para uma mistura gigantesca que possibilita a execução de ações tecnológicas e a compreensão de suas estruturas. Novas técnicas são continuamente feitas e avaliadas a partir dessa mistura.[131] O aparato da razão estabelece técnicas científicas e resultados, mas isso também é baseado em prioridades econômicas e políticas, necessidades industriais e oportunidades tecnológicas. Representa uma resposta para as demandas econômicas: opera no espaço do mercado. O aparato da razão não pode ser desenvolvido sem capital e investimento, e isso é altamente sensível às prioridades econômicas.

Segundo, *o aparato da razão estabelece propensões da sociedade para uma ação sociotecnológica*. Uma hiperconstrutividade, uma dinâmica selvagem, torna-se possível pela matemática em ação (no trabalho, na economia, na

129. Ver também Nowotny, Scott e Gibbons (2001); e Ziman (2000) para discussões dos novos modos de produção de conhecimento.

130. Ver, por exemplo, Bauman (1989).

131. É possível fazer referência a muitos e diferentes estudos de caso ilustrando esse ponto. O estudo de Vincenti (1990) da história da aeronáutica ilustra a complexidade da pesquisa que desenvolve essa tecnologia. Observações semelhantes com referência a pesquisas sobre aviões supersônicos são apresentadas por Gibbons. Limoges, Nowotny, Schwartzmann, Scott e Trow (1944: 20-22).

fabricação e no projeto). De forma mais geral, eu vejo o aparato da razão como uma força potencial produtiva, e, dessa maneira, como uma especificação da idéia de Bell de que o conhecimento é importante para uma teoria dos valores. Esse aparato estabelece novas oportunidades tecnológicas, à medida que a matemática em ação conduz a situações hipotéticas que podem ser investigadas em detalhes. Algumas dessas possibilidades podem ser compreendidas e as razões para isso poderiam refletir diferentes tipos de prioridade, certamente, incluindo a econômica (e algumas dessas razões têm sido apontadas pelo próprio aparato da razão). O aparato da razão é um recurso socialmente construído para a reflexividade social, conforme interpretação de Beck do termo "reflexividade", o qual pode representar uma desorientação dinâmica.

Terceiro, *o aparato da razão está se desenvolvendo em saltos imprevisíveis*. De acordo com o sugerido por Karl Popper, o desenvolvimento científico segue uma rota fluida, enquanto Thomas Kuhn, em *Structures of Scientific Revolutions*, sugere que a ciência se move para a frente por meio de saltos, de tal maneira que chegamos a perder a orientação do que poderia ser chamado progresso. Revoluções em ciência representam mudanças conceituais fundamentais. Mas nenhuma dessas duas apresentações do desenvolvimento científico captura o desenvolvimento do aparato da razão. Novas competências são continuamente postas nessa enorme caixa de ferramentas do projeto tecnológico. Está longe o caso das ferramentas dessa caixa terem que se desenvolver a partir de rascunhos. As ferramentas poderiam já existir na forma de um discurso científico ou em termos de teoria científica, embora não reconhecida como uma possível ferramenta tecnológica. Um claro exemplo disso são os resultados da teoria dos números. A criptografia moderna se apóia pesadamente em resultados clássicos da teoria dos números, em particular daquelas áreas para as quais Hardy contribuiu. Agora a criptografia moderna depende da identificação de grandes números primos e do fato de que nenhum algoritmo eficiente pode ser encontrado para fatorar um número que é produto de dois números primos grandes.[132] Esse *insight* tornou-se uma parte integrada daquela introdução para envio de informação na forma eletrônica. O aparato da razão reorganiza-se

132. Para uma discussão da fundamentação matemática para "confiança" e "segurança" na transmissão eletrônica de informação, veja Skovsmose e Yasukawa (2004).

continuamente, e novos "poderes" fornecidos pela matemática e ciência são incluídos. A reconfiguração permanente de conhecimento antigo em novos estudos promove saltos imprevisíveis.[133]

Quarto, *o aparato da razão inclui novos padrões de qualidade*. Na filosofia da ciência nós encontramos diferentes extremos na interpretação da metodologia. Encontramos uma interpretação monolítica como propôs, por exemplo, Popper e o racionalismo crítico, que, de modo confiável, sustenta a idéia de que uma e unicamente uma metodologia científica existe e, conseqüentemente, existem padrões bem definidos para o que qualidade em ciência poderia significar. Opondo-se a essa interpretação, temos o enfoque anarquista, que considera que uma variedade de estratégias científicas é necessária para assegurar o progresso científico. Mas qualquer que seja a definição de metodologia científica que usemos, devemos separar aquelas qualidades que estão incluídas na metodologia científica daquelas que fazem parte do aparato da razão. O aparato não representa um paradigma do trabalho científico, e não é simplesmente um elemento do discurso científico. Através dele um novo discurso é criado por meio de uma variedade de elementos da ciência, negócios, gerenciamento, engenharia etc. Enquanto a metodologia científica encaminha qualidade de pesquisa em termos de conceitos como "verdade", "probabilidade", "justificativa", o aparato da razão funciona em um contexto de construções onde a qualidade dos resultados é encaminhado em diferentes termos. Assim, um projeto ou uma fabricação podem ser bonitos, não muito caros, fáceis de implementar, fáceis de manusear, confiáveis etc. Naturalmente, eles também podem ser desajeitados, arriscados, impossíveis de vender etc.

Quinto, *o aparato da razão representa a unificação do conhecimento do poder*. O aparato da razão é uma constelação de conhecimento disponível, de tecnologia já desenvolvida, interesses econômicos e políticos e prioridades que estabelecem as possibilidades de novas construções em tecnologia. Castells enfatiza a complexidade da explicação do desenvolvimento de novas tecnologias de informação do seguinte modo: "É deveras por esta interface entre programas de macropesquisa e grandes mercados desenvolvidos pelo estado por um lado, e a inovação descentralizada estimulada por uma cultura de criatividade tecnológica e modelos de sucesso pessoal rápido por outro, que novas tecnologias de informação chegam ao florescimento" (Castells, 1996: 60). Mudanças no aparato da razão são agitadas, visto que uma nova combinação de conhecimento, prioridades econômicas e pesquisa tecnológica repentinamente podem revelar novas propensões para ações tecnológicas. No aparato da razão, conhecimento vem significar gerenciamento, fabricação e projeto. Conhecimento e poder unidos e um exemplo principal dessa unificação é expresso pelos três aspectos da matemática em ação.

133. Ver também Gibbons, Limoges, Schwartzman, Scott e Trow (1994; 46 e seguintes)

29

CRÍTICA PARECE IMPOSSÍVEL. O paradoxo da razão indica que uma crítica da razão, no mínimo na forma de aparato da razão, é necessária. Todavia, o paradoxo não promete que tal crítica seja possível. Então, o que a reflexão e a crítica significam quando temos a matemática em ação em mente? (eu não tento fazer uma distinção entre crítica e reflexão). O que poderia significar criticar o aparato da razão como uma fonte de maravilhas tanto quanto de horrores? Eu tentarei especificar as dificuldades de esclarecer tais questões. De fato, eu apontarei para uma impossibilidade aparente de fazer tal crítica da razão.

Uma crítica do aparato da razão pode incluir uma crítica das ações que recorrem aos recursos dela. Uma maneira de fazer a crítica da ação é encaminhar essas implicações e conseqüências. Isso pode parecer natural em uma perspectiva utilitarista. Previamente, uma clara distinção entre, por um lado, experimentação científica, verificação e falsificação e, por outro lado, implementação social e tecnológica de novas técnicas foi amplamente assumida. Todavia, essa distinção tem se revelado uma ilusão. Desse modo, para experimentar, torna-se importante estabelecer novas tecnologias, freqüentemente, por razões econômicas, em larga escala. Nós podemos pensar em energia atômica. Nós temos que colocar a tecnologia em operação a fim de avaliar como ela trabalha. De acordo com Beck, a sociedade transformou-se em um laboratório onde "ninguém é absolutamente o encarregado" (Beck, 1998: 9). Em outras palavras, quando buscamos avaliações em termos estritamente utilitários, torna-se difícil escapar de uma situação onde a sociedade se transforma em um campo de explorações. Se ações sociotecnológicas devem ser julgadas por suas conseqüências, então nós temos que ver essas conseqüências.

Poderia ser possível identificar essas conseqüências ou pelo menos algumas delas, sem realmente experienciá-las? Essa é, naturalmente, a esperança fundamental que estrutura muito da recente discussão sobre inovações tecnológicas. Desse modo, antes de implementar um aspecto particular da tecnologia, digamos, a construção de uma nova avenida, temos que investigar o que acontece quando a rodovia é construída e temos de fazê-lo antes que ela seja construída. Poderia a construção ter algumas implicações para o equilíbrio ecológico do ambiente? Essa construção pode solucionar problemas de tráfego? Quais os aspectos econômicos implicados nessa construção? Construções tecnológicas ainda não realizadas (isto é, situações hipotéticas) podem ser especificadas em detalhes pela modelagem matemática e o raciocínio hipotético pode se tornar um instrumento essencial para indicar as implicações. Esse enfoque é possível, mas, naturalmente, a dificuldade é esclarecer todas as implicações (relevantes) da construção e dos projetos tecnológicos ainda não realizados. Resolver tais dificuldades depende da adequação do raciocínio hipotético. Aqui nós experienciamos o problema relacionado à similaridade de lacunas. O raciocínio hipotético opera perfeitamente a respeito de situações hipotéticas construídas pelo próprio modelo, mas a situação hipotética não é uma situação real. Contudo, quando a escolha tecnológica é feita, então "alguma coisa" é compreendida, mas, essa "alguma coisa" não é uma situação hipotética. Uma situação hipotética nunca é compreendida em qualquer sentido estrito de "compreensão". Existe uma fenda entre as conclusões tomadas como um resultado do raciocínio hipotético com referência a situação hipotética e os efeitos e implicações da construção tecnológica real. Nessa fenda, novas estruturas de risco emergem. Naturalmente, a situação compreendida tem similaridades com a situação hipotética, mas a situação compreendida nunca foi antes experimentada. A situação hipotética somente serve como plano-mestre; ela apenas ilustra uma construção grosseira. Riscos são produzidos por causa da similaridade das lacunas entre esse plano e a situação compreendida. O problema de aplicar uma perspectiva utilitária na avaliação das ações ainda não realizadas é que a identificação das implicações fica obscurecida. Com respeito às inovações tecnológicas, a perspectiva utilitária depende de uma adequação no tratamento de contrafatos. E não podemos esquecer que o próprio aparato da razão é essencial para identificar essas conseqüências.

Mais um problema fica evidente quando consideramos a perspectiva utilitária. O que significa avaliar uma ação de acordo com suas conseqüências? Bem, isso exige considerações sobre suas conseqüências. Mas, se essas conseqüências incluem a criação de novas estruturas de risco, o que significa avaliar tais ações? Em que sentido os riscos existem? E em que sentido novos riscos são criados? Não como uma realidade, mas como uma propensão? O que significa encaminhar mudanças em termos de propensões, se a situação real pode ainda ser a mesma? Isso requer uma avaliação diferente daquela que se refere aos efeitos reais de certa ação tecnológica. Conseqüências parecem acessíveis para uma investigação, mas se essas conseqüências não tomam a forma de qualquer evento real, como um alto ou baixo nível de poluição, mas somente tomam a forma de alguma coisa que *poderia* acontecer, o que significa julgar uma ação de acordo com suas conseqüências? Se a probabilidade para que um evento A ocorra é estimada em $P(A)$, e a implicação de A ocorrer é estimada ser $C(A)$, que nós poderíamos pensar como sendo o custo relacionado ao evento A, então o risco, $R(A)$, conectado a A, poderia ser determinado por $R(A) = P(A)C(A)$. A estimativa de riscos pressupõe que a probabilidade $P(A)$ pode ser estimada e, certamente, muita discussão ocorreu no esforço de calcular a probabilidade de que um acidente sério ocorra em uma usina atômica. A questão básica, contudo, é como estimar o valor $P(A)$, quando o evento A de fato não ocorre, e quando não é possível fazer uma série de experimentos visando a uma estimativa empiricamente baseada de A? A estimativa de riscos também pressupõe que $C(A)$ pode ser estimada, mas não fica claro o que a expressão $C(A)$ pode ser: como calcular, por exemplo, o valor do ser humano? E mesmo se ele é dado, deveríamos nós, então, preferir fazer A a B, quando $R(A) < R(B)$?

Parece que o aparato da razão, em particular, seus recursos matemáticos, torna-se intimamente envolvido na identificação e avaliação das conseqüências das ações levadas a cabo pelo aparato da razão enquanto recurso. Quanto mais complexo o processo de identificar conseqüências de possíveis ações tecnológicas ocorrerem, mais temos que confiar no aparato da razão e mais circular é o processo. Assim, para identificar as implicações de tecnologias ainda não efetuadas, nós devemos investigar detalhes da situação hipotética e, em muitos casos, o único acesso a tais investigações é provido pelos recursos matemáticos pertencentes ao aparato da razão. Se nós aceitarmos a perspectiva utilitária em avaliação e refletindo sob as conseqüências das ações sociotecnológicas, enfrentaremos o problema da circularidade. O aparato da razão torna-se essencial para construir os instrumentos de avaliação das conseqüências das ações sociotecnológicas criadas pelo próprio aparato da razão. Estamos enfrentando um problema de auto-referência.[134]

Nós poderíamos, possivelmente, levar a cabo uma "crítica *a priori*", significando que nós deixamos o enfoque utilitário a fim de refletir sobre o aparato da razão em termos de implicações e conseqüências? É possível fazer uma crítica das ações sem considerar suas conseqüências? Poderia uma crítica ser baseada em certos princípios colocados *a priori*? Do ponto de vista filosófico isso é possível. Uma ética deontológica representa essa possibilidade. Contudo, para mim isso somente parece ser uma abordagem mais problemática se reconsiderarmos o que antiessencialismo significa. Como poderíamos conceitualizar a priori uma avaliação de qualquer mecanismo tecnológico, se tecnologia não tem essência? Antiessencialismo parece causar um blecaute ético completo nas abordagens *a priori* de reflexões éticas.

Há outras conclusões a serem esboçadas a partir dessas considerações? Bem, sim, poderíamos nos sentir incertos sobre nosso futuro! O termo chave é incerteza. O aparato da razão é um recurso para mais desenvolvimento tecnológico. Provê o desenvolvimento tecnológico com poder e aceleração, e, como uma catapulta, nós somos lançados na profundeza do futuro. Podemos estar perdidos no sentido de que nós não podemos conceitualizar e refletir sobre qual a direção para a qual o aparato da razão nos

134. A idéia de que uma crítica da razão (pura) por meio da razão (pura) faz sentido, é parte da crença otimista na razão, subscrita por Kant e que é parte do espírito do Iluminismo. Que o aparato da razão proveria uma base adequada para uma avaliação de seus próprios *outputs* representa uma crença similar na tecnologia.

levará. Nós temos a possibilidade de fazer escolhas, mas nós temos que fazê-las rapidamente. Nós não sabemos o que virá a seguir. Nós não sabemos quais possibilidades nós perdemos ao longo do caminho. A expansão das escolhas combinada com a limitação do tempo para fazer escolhas bem ponderadas parece representar as condições do presente. Essa é uma das razões pelas quais o futuro parece tão dramaticamente separado do passado. O aparato da razão é o veículo para o desenvolvimento, mas nem todo "desenvolvimento" significa "progresso", simplesmente significa "mudança". Não é um construto ideal, não representa uma toda poderosa e onisciente "razão", mas é uma força real. O aparato da razão tem dissolvido a noção de progresso, e nós temos que controlar a situação de incertezas. Não podemos escapar do paradoxo da razão.

30

APORIA. Na Grécia antiga o nome *aporia* poderia se referir a "uma questão para discussão", "uma dificuldade" ou "um quebra-cabeça". Poderia significar "estar perdido", "embaraço" e "perplexidade"; e poderia também significar "aflição" ou "desconforto". A origem da palavra é *a-poria*, que significa "sem poria", isto é, sem "direção" ou "passagem".[135] De acordo com *The Cambridge Dictionary of Philosophy*, *aporia* significa "quebra-cabeça", "questão para discussão" ou "estado de perplexidade". Uma aporia refere-se à dificuldade que permanece em aberto.

A noção de aporia pode ser relacionada com a noção de paradoxo, uma situação em que a razão parece ter que abandonar seus argumentos. Quando nos apoiamos diretamente na razão, chegamos a uma contradição. Os paradoxos de Zenon são exemplos clássicos, altamente provocativos,

135. Ver, por exemplo, Liddell e Scott (1997): *Greek-English Lexicon*, abridged edition. Oxford: Clarendon Press (1. ed., 1891). Em um dicionário inglês-grego moderno, *aporia* é definida como "dúvida", "incerteza", "hesitação". Ver Kyriakides, A. (1909): *Modern Greek-English Dictionary*. Athens.:Anesti Constantinides. Irineu Bicudo, da Universidade do Estado de São Paulo, em Rio Claro, ajudou-me a entender a interpretação do conceito grego, e chamou minha atenção para o significado de *aporia*. Ver Skovsmose (1998a, 2000) e FitzSimons (2002).

ao revelarem que o quadro conceitual no qual a filosofia, naquele momento, tentou apreender fenômenos naturais básicos, como o movimento, caiu na armadilha dos paradoxos. Por um lado, parece óbvio que o movimento é possível; por outro, Zenon indicou que assumir a possibilidade de movimento nos levaria a uma inconsistência conceitual. Reconhecendo a "redução por absurdo", temos que negar que o movimento é possível. A razão é colocada em xeque-mate, como no caso do paradoxo de Russell. Zenon criou dificuldades lógicas sem qualquer solução aparente.[136]

Em alguns dos diálogos de Platão, Sócrates levanta a questão, mas nenhuma solução é encontrada. Os chamados "diálogos socráticos", ou diálogos aporéticos, pertencem à juventude e à maturidade de Platão. Nesses diálogos, Sócrates desempenha um papel central e as questões discutidas são, freqüentemente, morais e epistêmicas. Esses diálogos não têm qualquer conclusão definitiva. Importantes exemplos são: *Laches* (o que é coragem?), *Lysis* (o que é amizade?), *Charmides* (o que é clemência), *Euthyphro* (o que é piedade?). Supõe-se que os diálogos socráticos sejam aqueles em que Platão se concentrou na apresentação dos argumentos e pontos de vista de Sócrates. Nos diálogos posteriores, ele usou Sócrates para mostrar elementos de sua própria filosofia. Nos diálogos socráticos a audiência e as pessoas com as quais Sócrates está falando experienciam uma aporia. Uma linha de argumento parece levar a uma conclusão, enquanto outra linha de argumento leva a uma conclusão diferente e aparentemente contraditória. Algumas vezes, Sócrates leva os participantes a compreenderem que seus pontos de vista, que eles apresentam no diálogo, contêm inconsistências que podem ser reduzidas ao absurdo. E mais, as pessoas chegam a compreender que outras definições propostas e elucidações conceituais também levam a contradições e absurdos lógicos. E o diálogo se fecha antes que qualquer alternativa seja identificada. Pode não ser o caso de o próprio pensamento de Platão ou de Sócrates ser encadeado em uma situação aporética. Assim, em diálogos posteriores, Platão moveu a conversação além da experiência de uma aporia e, mais adiante, fez isso em sua própria filosofia.[137] Contudo, eu experiencio, a mim mesmo, como pertencente à audiência de Sócrates, e para mim uma aporia refere-se a uma situação onde não é possível ver uma saída.[138]

136. Desse modo ele mantém a filosofia de Parmênides, que vê o movimento como impossível, falando logicamente, e que o conhecimento teria que lidar com coisas eternas. Inspirado por essa idéia, Platão pôde estabelecer sua Teoria das Idéias. Como conseqüência, o conhecimento pode não ser sobre o mundo experienciado, uma vez que este parece uma mistura de movimentos.

Em *Aporia*, Jacques Derrida discute o conceito de morte. O que há do outro lado da vida: Inferno? Paraíso? Alguma espécie de limbo? Um "nada" diferente? Eu quero prestar atenção a um conceito muito mais amplo de "futuro" (não restrito à "morte"). O que está esperando do outro lado do presente? O futuro sempre está escondido atrás de uma tela de imprevisibilidade? Eu suponho que sim, mas, às vezes, a tela torna-se menos vaga. Ao longo da história encontramos períodos onde mudanças nas condições de vida e tradições culturais parecem ter sido mínimas. A continuidade das condições sociais asseguraram que diferenças entre o passado e o futuro fossem mínimas. Contudo, na nossa sociedade atual, eu acredito que o passado está separado radicalmente do futuro por um presente muito turbulento, manufaturado pelo aparato da razão.

Aqui, nós estamos no coração da nossa presente situação aporética. Um paradoxo marca a limitação da razão. Russell prestou particular atenção para o paradoxo que ficou evidente para ele, o qual revelou um vazio enorme na base da estrutura conceitual da matemática. Contudo, o paradoxo da razão indica, em um sentido mais profundo, que algo é problemático no modo pelo qual a razão opera em relações sociais. Indica a existência de elementos aparentemente patológicos na natureza da operação da razão.

Podemos assumir que a razão lida com o paradoxo da razão de modo apropriado? Ou colocado de maneira ligeiramente diferente: podemos assumir que o aparato da razão trata de suas próprias criações e implicações respectivas de maneira apropriada? Ou ainda uma formulação diferente: podemos esperar encontrar recursos fora da razão para tratar do paradoxo

137. Ao investigar a aporia tratada por Platão, Aristóteles encontrou argumentos para refutar a Teoria das Idéias de Platão. Segundo Aristóteles, a razão para essa refutação repousa no fato de a Teoria das Idéias não resolver a aporia que deveria supostamente resolver.

138. O pensamento dialético representa um otimismo com relação à situação aporética, afirmando que, embora nenhum raciocínio lógico simples e direto forneça qualquer maneira para ir adiante, uma "lógica avançada", na forma de pensamento dialético, nos mostrará um modo de sair da perplexidade. Contudo, eu não sigo essa linha de pensamento. Eu não assumo a existência de qualquer lógica de "ordem mais elevada" — que poderíamos escolher chamar dialética — por meio da qual se pode assumir estar-se apto a resolver uma aporia.

da razão? Se não pudermos dar alguma espécie de resposta afirmativa para tal questão, então nós estamos diante de uma aporia.

De um lado, sabemos que a matemática desempenha um papel como parte do aparato da razão. Nós não podemos eliminar o aparato da razão, o qual impulsiona nosso veloz desenvolvimento sociotecnológico. De outro lado, achamos extremamente difícil formar qualquer opinião sobre como a matemática está desempenhando seu papel. Talvez, ao esclarecer aspectos da matemática em ação, nós possamos mostrar o modo pelo qual a matemática está operando, como parte do aparato da razão. A matemática ajuda-nos a criar imaginação tecnológica; traz-nos um conjunto de possíveis alternativas; ajuda-nos a esclarecer detalhes de situações hipotéticas particulares; e quando uma opção tecnológica é colocada em operação, a matemática é instalada em nossas práticas diárias. Contudo, eu não tenho meios adequados de apreender a complexidade desse processo. O aparato da razão — construído por nós, mas, apesar disso, operando fora de nosso controle — pode produzir horrores, assim como maravilhas. Essa constitui nossa situação aporética presente, incluindo incerteza sobre o futuro. Nós não estamos em uma situação de sermos capazes de conceitualizar o que pode vir a seguir. Um paraíso pode estar esperando por nós, flutuando em algum lugar entre as alternativas incluídas no espaço de situações hipotéticas, produzidas pelo aparato da razão. Igualmente, um inferno também pode estar nos esperando. Nossos meios para reflexão são anões, comparados com os gigantes da tecnologia.

É difícil estabelecer uma linguagem adequada para criticar o modo pelo qual a tecnologia pode ser operada, como parte de nosso quadro cultural. A impossibilidade epistêmica de apresentar uma "crítica da cultura" foi, talvez, mais bem compreendida por Walter Benjamin do que por Adorno e Horkheimer, que aceitaram o método dialético como a categoria básica para a teoria crítica. Desse modo, Adorno e Horkheimer se prenderam a um método bem estabelecido. Benjamin, contudo, operou sem qualquer rede de segurança. Produzindo uma "colcha de retalhos" feita de citações e comentários, ele esperou produzir uma representação, embora surrealista, que poderia ser usada como um mapa.[139] De qualquer modo, como poderíamos procurar por um método dirigido à aporia? Nós não temos qualquer tradição de desenvolvimento de crítica cultural na qual a crítica da matemática tenha um papel. Nós temos uma tradição rica de crítica literária, artística e musical. Nós temos tradição de escrever sobre ciência, e a história da ciência continua sendo a metodologia de um museu — expondo coisas, mostrando coisas. Mas não temos um método para reflexão sistemática a respeito de nossa situação aporética presente. Por onde podemos começar? Juntando algumas notas?

139. Ver Benjamin (1999), para uma exposição do seu "projeto das arcadas". (Concerne à uma investigação que esse autor efetuou sobre um projeto arquitetônico do século XIX, referente às passagens, em forma de arcos, existentes nas ruas de Paris em lugares onde haviam lojas. É uma espécie de modelo pré shopping-center. (Nota da tradutora)

31

MÁ-FÉ. Em *O Ser e o Nada*, Jean-Paul Sartre descreve uma mulher que concordou em sair com um homem. Eles poderiam muito bem-estar sentados em um bar nas vizinhanças de Saint Germain, em Paris, somente separados por uma pequena mesa redonda. "Ela conhece muito bem as intenções do homem que fazia a ela votos de amor e proteção. Ela sabia também que seria necessário que, mais cedo ou mais tarde, tomasse uma decisão. Mas ela não compreendia a urgência; ela se preocupava apenas com o que de respeitoso e discreto havia na atitude de seu companheiro. Ela não apreendeu sua conduta como uma tentativa para conseguir o que chamamos 'a primeira abordagem'; isto é, não quer ver as possibilidades de desenvolvimento temporal que sua conduta representa... Se ele lhe disser, 'acho-a muito atraente!', ela elimina dessa frase seu fundo sexual; atribui à conversação e ao comportamento do falante os significados imediatos, que imagina como qualidades objetivas. O homem que lhe está falando mostra a ela sinceridade e respeito, do mesmo modo que a mesa é redonda ou quadrada, como a cor da parede é azul ou cinza" (Sartre, 1989: 55).

Entretanto, um elemento novo entra para a situação: "suponha que ele pegue sua mão. Este ato, de seu companheiro, arrisca mudar a situação, solicitando uma decisão imediata. Deixar a mão lá significa consentir, para si mesma, em flertar, envolver-se. Retirá-la é quebrar a incômoda e instável harmonia, que confere ao momento seu charme. O alvo é postergar, tanto quanto possível, o momento da decisão. Nós sabemos o que acontece em seguida; a jovem mulher deixa sua mão lá, mas não observa que a está deixando. Não observa porque isso ocorre por acaso, pois naquele momento ela é toda intelecto. Ela atrai seu companheiro até as regiões mais elevadas de especulações sentimentais; fala da vida, de sua vida, mostra-se em seu aspecto essencial — uma personalidade, uma consciência. E durante este tempo, o divórcio entre o corpo e a alma é consumado" (1989: 55-56). Então Sartre acrescenta: "nós diremos que esta mulher usa de má-fé" (1989: 56).[140]

De acordo com Sartre, a condição humana básica é estabelecida pela liberdade. O que nós fazemos e não fazemos, não é determinado pela natureza, nem pela natureza humana (uma personalidade particular) que opera como um fator determinando nossas ações. Um ser humano não é "uma coisa" e, portanto não é capturado "pelas leis da natureza" (as leis das "coisas"). Um ser humano é uma não-coisa, e essa "não-coisidade" representa a condição humana: ser não-determinado, ser livre. "Nada" vem antes de "ser". A contingência vem antes da necessidade. A existência vem antes da essência. Portanto, nós não podemos escapar da *ansiedade* que é conectada à liberdade. Para Sartre, e para o existencialismo em geral, a ansiedade também representa uma condição humana universal. À medida que compreendemos nossa liberdade, nós experienciamos uma ansiedade provocada por ter que fazer uma escolha. A ansiedade é diferente do medo. Nós podemos temer algo; a ansiedade emerge de nossa própria não-coisidade.

Pode ser difícil enfrentar a liberdade e a ansiedade. Temos escolhas, mas em uma determinada situação pode parecer mais confortável "esquecer" de tais escolhas e, desse modo, tentar eliminar a ansiedade. Isto é o que a mulher está fazendo. Poderia retirar sua mão, ou poderia deixá-la descansar na mão do homem. A situação poderia tomar direções diferentes, dependendo de sua decisão naquele momento. Melhor deixar passar o momento da decisão e esquecer as possibilidades da tomada de decisão. Essa negligência sobre a liberdade e sobre a tomada de decisão, Sartre

140. Na maneira de Sartre descrever a mulher que se esquece de sua mão e que se transforma espiritualmente em pureza, nós podemos reconhecer uma insinuação irônica ao dualismo de Descartes.

chama de *má-fé*. Tal fé emerge quando as contingências são lidas como necessidades.

De acordo com Sartre, a liberdade (ou a contingência) implica a *responsabilidade*. Nenhuma fuga é possível, embora a má-fé possa nos fazer esquecer a responsabilidade. De acordo com o existencialismo, a ligação entre liberdade e responsabilidade é parte da condição humana. Como seres humanos, somos livres e, também, somos responsáveis por nossas ações e pelo modo pelo qual nós nos criamos com nossas ações. Em toda a situação temos escolhas. Sartre insiste em que nenhuma "característica" determina o que uma pessoa está fazendo. Você pode fazer coisas más, e então você se transforma em uma pessoa má, mas você não faz coisas más porque você é uma pessoa má. Você se cria nos termos de suas ações. Quem você é, é uma contingência. Você pode criar-se como uma pessoa diferente, fazendo coisas diferentes. Porque a existência vem antes da essência, a mulher é livre, e é ela quem decide deixar sua mão na bem-vinda mão do homem, e dessa maneira, ela decide, embora deliberadamente abaixo de seu próprio nível de consciência, sobre certo caminhar dos acontecimentos. Não são as circunstâncias que produzem suas ações. É ela mesma, e ela não pode escapar da responsabilidade. Contudo, é difícil viver com a permanente reivindicação de ser responsável. Somente a má fé pode fornecer um alívio ilusório a essa consciência incômoda.

Certos conceitos enfatizados pelo existencialismo podem ser úteis para elucidar aspectos de uma situação controversa, com respeito à tecnologia e ao aparato da razão. A noção da liberdade contradiz o determinismo tecnológico. Eu não concordo com, por exemplo, a apresentação de Jacque Ellul em *The Technological Society*, ao admitir que o poder tecnológico segue suas próprias leis e estabelece a agenda para o desenvolvimento sociopolítico. Como sugerido por Ellul, nós podemos ficar encapsulados na tecnologia, e incapazes de imaginar uma situação em que nós não nos permitamos encapsular desse modo. Ainda, eu vejo nossa situação como essencialmente *indeterminada*. Caminhando na direção da terminologia prévia, percebemos que o aparato da razão (como um recurso para a tecnologia) é sem essência. Entretanto, devemos estar cientes de que uma certa tecnologia em operação pode funcionar de um modo particular. Pode ser útil recordar que Sartre reivindicou que a existência vem antes da essência — e não que nós não poderíamos falar sobre essência. A essência pode também ser construída na esfera da tecnologia.

Ser indeterminado não significa que alguém ou algumas instituições sociais podem fornecer a determinação. Nós temos que nos lembrar da afirmação feita por Beck de que o desenvolvimento social pode ser comparado a um laboratório, onde absolutamente ninguém está no comando. Reflexividade refere-se aos processos sem que qualquer sujeito esteja em ação. Ninguém está no controle desses processos. Naturalmente, minha noção de ser indeterminado é diferente da noção de liberdade de Sartre. Para esse autor, a liberdade é uma condição humana universal, é uma categoria do indivíduo. Para mim, o indeterminismo é uma característica de uma situação sociotecnológica. Como Sartre acredita que nenhuma "personalidade humana" representa a essência de uma pessoa, eu sugiro uma interpretação não-essencialista do aparato da razão, a "personalidade possível" do desenvolvimento tecnológico. Indeterminismo significa que estamos separados de nosso futuro por um aparato da razão forte e ativo, operando aqui no presente. Esse aparato cria possibilidades e alternativas; fornece construções grosseiras; produz contingências. O aparato corta o passado do futuro.

Sartre enfatiza a conexão entre liberdade e responsabilidade. Eu quero enfatizar que o indeterminismo, relacionado ao desenvolvimento sociotecnológico, e a incerteza, representada pela dificuldade em apreender o pleno poder de nossas ações sociotecnológicas, levam-nos à noção da responsabilidade. De acordo com o existencialismo, a liberdade é uma condição humana, e a responsabilidade transforma-se em uma demanda ética endereçada ao indivíduo. O indivíduo é responsável pela construção de sua própria história de vida. Mas a noção da responsabilidade, que emerge do indeterminismo construído no desenvolvimento tecnológico, é de uma categoria diferente. Para mim, essa demanda ética não pode simplesmente ser relacionada às pessoas, mas pode ser relacionada a uma comunidade científica e tecnológica. É produzida pela condição básica "de não saber para onde ir".

A ciência, assim como a mulher de Sartre, pode viver na *má fé*. A ciência tem sido hábil para se esquecer do que suas mãos estão fazendo.[141] A

141. O estudo de Mehrtens (1993) sobre o papel social da matemática e dos matemáticos durante o período nazista exemplifica como a ciência poderia se esquecer do que é feito por meio da

comunidade da ciência pode exercitar a má-fé. O elemento essencial nessa má fé é que não se reconhece que a ciência, incluindo a matemática, dá uma mão "à indústria" e, desse modo, torna possíveis determinados cursos de ocorrências. Para mim o ponto não é, simplesmente, retirar-se a mão. A matemática pode fazer maravilhas quando trazida à ação, e a mulher pode agir bem, deixando sua mão na mão do homem. Para mim, no caso da matemática, má-fé significa não reconhecer que a matemática é posta em ação, considerando-a como sendo de "mãos limpas". O matemático Hardy não expressou como sofreu com a má fé; simplesmente não reconheceu conexões possíveis entre seus estudos e a relevância política e tecnológica do que fazia. O que eu reivindico é que a comunidade científica de hoje, e a comunidade matemática em especial, não assumam a atitude da boa-fé, ao admitir que a matemática é empreendimento de "mãos limpas". Hoje, a rainha da ciência, a matemática, deu uma mão à tecnologia, e não pode ignorar isso, sem (por meio de um dualismo simulado) adentrar nas "mais sublimes regiões de especulações sentimentais".

Permita-me apenas mencionar uma forma da má-fé no âmbito da comunidade científica. O aparato da razão é a estrutura mais complexa. Essa estrutura não é desenvolvida de uma maneira uniforme, mas em pequenos e diferentes pacotes, significando que os investigadores e os tecnólogos envolvidos em detalhes diferentes não têm nenhuma visão abrangente do desenvolvimento de todo o potencial das ações tecnológicas. Essa não é nenhuma descrição psicológica do estado de consciência moral dos pesquisadores. Ela se refere à multiplicidade de práticas da produção do conhecimento científico e tecnológico. A identificação de novas possibilidades tecnológicas é um suprimento para uma escala imensa de diferentes atividades. Por exemplo, a criptografia moderna representa um conglomerado de *insights* tecnológicos. Da perspectiva de um matemático individual, pode parecer como se ele ou ela estivessem se dirigindo a determinados problemas matemáticos fascinantes, cuja solução poderia auferir-lhes o reconhecimento acadêmico e assegurar o progresso científico. Não obstante, por causa da fragmentação de atividades complexas da pesquisa nas me-

ciência. É uma história da ciência que se esquece da responsabilidade. Infelizmente, esta história, freqüentemente, se repete.

nores atividades, que isoladas parecem "de mãos limpas", o "negócio" com o qual a comunidade matemática está ocupada pode afundar-se, desaparecendo aquém do ponto de visibilidade moral.

32

CRÍTICA: UM CONCEITO SOLÚVEL? É importante reconsiderar a noção de crítica. Na Parte 1, eu falei sobre as funções sociopolíticas da educação matemática como sendo críticas, no sentido de que poderiam agir de "ambos os modos": prover maravilhas (para alguns estudantes) e horrores (para outros estudantes). Chegando ao paradoxo da razão, chegamos a uma formulação semelhante com relação ao aparato da razão: ela pode fornecer tanto maravilhas, quanto horrores. Assim, o aparato da razão desempenha um papel crítico, sendo tanto significante, quanto indeterminado. Eu descrevo a educação matemática crítica como uma resposta possível à situação crítica da educação matemática. Em resumo: crítica pode significar uma resposta a uma situação crítica.

A "crítica" tem sido relacionada à "reflexão", incluindo uma reconsideração de uma situação difícil. D'Ambrosio, Beck, Horkheimer e Adorno falam da importância da reflexão, e eu interpretei isso como sugestões para a crítica também. Não tentarei fazer uma diferenciação clara entre "reflexão" e "crítica", mas, no restante desta seção, escolhi falar sobre a crítica. Em geral, a noção da crítica, que, com variações diferentes, representou o panorama do Iluminismo, pode ser caracterizada como "uma crítica com uma fundamentação". Essa forma de crítica é parte de um empreendimento antidogmático. É uma crítica que trabalha tanto para o progresso da ciência, como para o progresso social em geral. Em particular, assume a possibilidade de obter a transparência epistêmica. Ajuda a levar avante uma concepção do conhecimento que poderia auxiliar a assegurar o bem-estar epistêmico. Mas se nós sairmos atrás das suposições do Iluminismo, nós também deixaremos esse conceito da crítica. Entretanto, que sentido "crítica sem fundamento" poderia fazer? Poderia ser que um relativismo epistêmico completo viesse a dissolver a noção de crítica? Enquanto conside-

ramos essa questão, pode ser útil recapitular o conceito "iluminista" de crítica.

Podemos ver a dúvida universal de Descartes, que marcou o começo da era moderna, como iniciando uma forma radical de crítica. Qualquer coisa que possivelmente pudesse ser posta sob dúvida, deveria ser colocada sob dúvida. Não é possível construir nenhum conhecimento sobre uma fundação com possíveis trincas. Por trás dessa estratégia vemos uma concepção particular de conhecimento: deve ser verdadeiro, e verdade com necessidade. Se for possível duvidar de uma afirmação, então, ela não deveria ser incluída no estoque do conhecimento. Descartes encontrou um fundamento para indicar um ponto de partida para o estabelecimento de todo o conhecimento, e conseguiu simplicidade, ao identificar uma metodologia para construí-lo. E a própria atividade crítica foi seguramente baseada na racionalidade. Seguindo a perspectiva de Descartes, é a razão a forma cristalizada de pensamento, que assegura à crítica sua forma própria. Essa é uma interpretação iluminista da crítica. Mas há outras formas de crítica que também pertencem ao Iluminismo.

Em *Crítica da Razão Pura*, como referido previamente, Kant analisa as condições para a obtenção do conhecimento. Então, por onde começar? Ele não poderia fundamentar suas observações em nenhum conhecimento empírico, como condição para encaminhar aquele tipo de conhecimento. Ele não poderia partir de qualquer conhecimento matemático, como condição para conseguir o encaminhamento daquele conhecimento. Parece haver um espaço muito pequeno no qual se possa operar, para um tratado que discuta a natureza do conhecimento, incluindo as condições de obtenção do conhecimento. O que poderia, de fato, ser dito sobre o conhecimento antes que qualquer conhecimento seja antecipado? A área de cultivo de tal análise *a priori* do conhecimento parece muito limitada. O tamanho da *Crítica da Razão Pura* indica, contudo, que Kant, de fato, encontrou muito para dizer sobre a análise *a priori*, também referida como uma "filosofia transcendental". De acordo com Kant, o cerne da crítica é fornecer um esclarecimento da natureza do conhecimento e das condições para sua obtenção, antes que o processo real da produção do conhecimento comece. Entretanto, há uma questão fundamental a ser tratada aqui, a saber, auto-referência, ou circularidade lógica. De modo suficiente, a *Crítica da Razão Pura* contém uma crítica da razão pura. Mas que instituição intelectual vai executar essa crítica? Deve ser razão pura. Assim, um título mais adequado poderia ser "Crítica da Razão Pura pela Razão Pura". Mas faz sentido dirigir-se à razão para uma crítica que pareça pressupor a razão? Se a razão for a acusada, como pode a razão tornar-se juiz? Se não se puder confiar na razão e ela necessitar de uma crítica, como nós poderíamos confiar na crítica? Se nós quisermos fazer uma crítica da razão, poderíamos olhar para diferentes fundamentações, mas o que significa olhar para uma fundamentação fora da razão? O projeto de Kant sinaliza claramente dificuldades em identificar fundamentos para uma crítica. Ao mesmo tempo, a crítica kantiana representa o topo das considerações do Iluminismo sobre o conhecimento e sobre as condições de obtenção do conhecimento.

Marx traz um elemento novo à crítica. Crítica não é simplesmente uma revisão de condições para obtenção do conhecimento. Marx coloca-a em um esquema político. Uma crítica tem ao menos duas dimensões. Ela se tornou uma crítica de certas teorias e concepções econômicas e, ao mesmo tempo, uma crítica de certas formas de supressão política e econômica, a que essas teorias se referem. Marx quer desenvolver sua crítica das teorias que não se dirigiam à exploração dos trabalhadores e, ao mesmo tempo, ele quer criticar essa exploração. Marx avança para uma crítica de tais concepções que poderiam fornecer um tipo de proteção para a exploração econômica. Isso transforma a crítica em uma crítica da ideologia. A crítica de Marx é uma crítica com um fundamento. Entretanto, o fundamento não deve ser encontrado na identificação de um ponto fixo epistemológico ou por meio de uma análise das precondições para obtenção do conhecimento. É baseada em um engajamento político, condensado em uma visão de mundo econômica e política. Esse é o fundamento da crítica de Marx, que também corresponde ao formato do Iluminismo. A crítica transforma-se em vanguarda para o progresso.[142]

A noção da crítica tem, naturalmente, um importante papel na teoria crítica. Como apresentada por Horkheimer, essa teoria deveria ter sido desenvolvida como um complexo de estudos sociopolíticos. Ele propõe que a teoria crítica não deve promover estudos sociológicos somente com esforço descritivo. Em vez disso, a teoria crítica deveria abrir uma crítica dos estados de casos sociais e incluir sugestões para mudança.[143] Entretanto, não é tão claro o que poderia ser considerado como fundamento da crítica na teoria crítica. Horkheimer apresenta a tarefa da crítica como uma atividade interdisciplinar complexa, que decorre não apenas de estudos sociológicos, mas da filosofia, da antropologia, da literatura, da história e das diversas outras fontes de inspiração. A teoria crítica é conceituada como uma tentativa interdisciplinar de despertar a consciência para questões sociopolitícas problemáticas. E esse questionamento também inclui todo um projeto do Iluminismo. Não há dúvida de que a teoria crítica compartilha com Marx de muitas preocupações sobre a exploração e a supressão e que representa uma preocupação com o fortalecimento e com o desenvolvimento de *Mundigkeit*. Não temos aqui um projeto relativístico, nem a fundamentação da crítica parece ser assim tão simples. De uma perspectiva pós-moderna, Habermas foi acusado de tentar erigir "um sistema novo", tentando definir uma fundamentação para um discurso ético em uma teoria de ações dialógicas idealizadas.[144] Tal idealização poderia ser lida como uma busca para uma fundamentação da crítica, uma vez que a crítica é uma tarefa ética. Eu não tenho ceteza, entretanto, até qe ponto a teoria crítica representa uma tentativa de busca de uma crítica com fundamentação. Eu deixo isso como uma questão aberta.

A noção da crítica, que pode ser associada com o Iluminismo, eu caracterizo brevemente como "crítica com fundamentação". Essa fundamentação pode ser de tipos muito diferentes: lógico, filosófico, político, ético. Mas vamos examinar a situação onde o paradoxo da razão apontou para

---

142. Essa fundamentação mais tarde foi transformada em um dogmatismo marxista, que identificou uma fundamentação no trabalho de Marx. Entretanto, este dogmatismo com-fundamentação-em-Marx é bem diferente da crítica com-fundamentação de Marx.

---

143. Ver, em particular, o ensaio de Horkheimer "Traditional and Critical Theory", primeiramente publicado em 1937 e reimpresso em Horkheimer (2002: 188-243).

144. Assim, Lyotard indica que "não parece prudente, nem possível, seguir Habermas na orientação do nosso tratamento do problema da legitimação no sentido da busca para o consenso universal com o que ele chama Diskurs, ou seja, um diálogo da argumentação" Lyotard (1984: 65). Lyotard considera que há uma crença que forma a base da pesquisa de Habermas, a saber, "a humanidade, como sujeito coletivo (universal), procura sua emancipação comum, através da regularização dos "movimentos" permitidos em todos os jogos da linguagem e que a legitimidade de toda a afirmação reside em sua contribuição a essa emancipação" (1984: 66). Lyotard reivindica que essa crença subjacente seja altamente colocada em dúvida. Eu concordo com Lyotard que tal opinião é altamente duvidosa, embora eu me pergunto em que extensão a afirmação de Habermas de fundamento pode ser resumida da maneira sugerida por Lyotard (ver Habermas, 1984, 1987).

limitações à suposição de progresso e onde abandonamos a idéia de transparência epistêmica. Nós vimos que o aparato da razão pode produzir maravilhas e horrores em tal sucessão rápida e em tal mistura integrada, que o aparato aniquila as condições para a reflexão sobre o que está fazendo. Essa aporia designa uma situação em que nós não podemos esperar identificar fundamentações para a crítica e para a reflexão. Eu não procuro nenhuma maneira simples para sair dessa situação. Mas isso nos leva a considerar se "a crítica sem fundamentação" poderia fazer sentido. Procurar pelo significado de tal crítica significa dar um passo além da visão de mundo fornecida pelo Iluminismo. Nós estamos mais ou menos na situação em que temos que construir um navio enquanto nadamos no mar aberto. O argumento é que a noção "da crítica sem fundamentação" pode, também, parecer um conceito ilusório. Isso nos leva a enfrentar a possibilidade de relativismo absoluto.

Para mim, a incerteza se relaciona à responsabilidade. Preocupações podem emergir. Podemos pensar na crítica como uma expressão de preocupações e como um convite para compartilhar de algumas dessas preocupações. Eu estou preocupado com os possíveis papéis da educação matemática, sobre como os obstáculos de aprendizagem podem ser ignorados mesmo que possam afetar a vida dos estudantes. Eu estou interessado no possível papel da educação matemática como um porteiro, responsável pela entrada de pessoas, e como ela estratifica as pessoas. Eu estou preocupado com todo discurso que possa tentar eliminar os aspectos sociopolíticos da educação matemática e definir obstáculos de aprendizagem, politicamente determinados, como falhas pessoais. Eu estou preocupado a respeito de como o racismo, sexismo, elitismo poderiam operar na educação matemática. Eu estou preocupado com a relação entre a educação matemática e a democracia. Considero que a educação matemática poderia desempenhar um papel importante no desenvolvimento da cidadania crítica. Mas a matemática não necessita agir dessa forma, e isso me preocupa. Eu estou incerto sobre o papel que a educação matemática poderia sustentar para o estabelecimento do Quarto Mundo. (Embora, naturalmente, eu não veja a educação matemática como um fator principal no estabelecimento desse mundo.) Eu estou preocupado com o papel que a matemática poderia assumir na educação superior, fornecendo instrumentos e técnicas para a arena do empreendimento tecnológico. Eu sinto que aqui uma mudança no enfoque do ensino tradicional é essencial, a fim de que a reflexão se transforme em parte da tarefa educacional. Eu estou incerto sobre o que a matemática pode significar para o desenvolvimento do aparato da razão. Eu estou preocupado com o desenvolvimento tecnológico. Todas as observações que se referem à emergência da sociedade de risco vêm à mente. Eu fico preocupado com essas observações, que estão relacionadas ao paradoxo da razão. Eu não me sinto seguro com relação ao que globalização pode significar. Pode parecer atraente, mas também pode tornar-se um novo processo de colonização. Eu sinto incerteza sobre quase tudo e, ao mesmo tempo, eu sinto que a matemática e a educação matemática desempenham papéis significantes ao mesmo tempo em que indeterminados na sociedade de hoje.

Eu considero que a incerteza e a responsabilidade combinam em preocupações e eu vejo a crítica como um convite para compartilhar dessas preocupações. Isso pode levar-nos para fora de todas as considerações sobre "a crítica com fundamentação". Pode, também, não se transformar em "uma crítica sem fundamentação". "Crítica" pode ser um conceito solúvel. Para não terminar em relativismo puro, eu recapitulei algumas das minhas preocupações. Dessa maneira eu tento adicionar à compreensão de ver a crítica como uma reação a uma situação crítica. Crítica e reflexão podem ser maneiras de manter a responsabilidade em uma situação aporética.

33

DESAFIOS À TEORIZAÇÃO SOCIAL. Imaginemos que um passageiro tenha acabado de ser cortado de um vôo e que uma conversação ocorra entre o passageiro aborrecido (um homem) e a funcionária do *check-in*. Pela terceira vez o passageiro explica (com uma voz irada) quão importante é sua viagem. Ele enfatiza que fez sua reserva no tempo devido, que já tinha seu bilhete, e que agora chega como um choque para ele a notícia de que ele não pode embarcar naquele vôo. O avião está lotado. A funcionária do *check-in* explica (em uma voz calma) o quanto ela sente por esse fato. Contudo, ela nada pode fazer com relação a essa calamidade, pois o computador simplesmente recusa sua reserva. O avião está de fato lotado! Ela explica que algumas vezes eles têm problemas semelhantes com o sistema do computador. A única coisa que pode fazer, e que ela está autorizada a fazer, é colocá-lo no vôo seguinte e pagar-lhe uma compensação por essa inconveniência. No fim, o passageiro aceita sua oferta, e o episódio termina.

Imagine agora que um sociólogo seja convidado a dar uma interpretação desse fato. Ele usa uma abordagem etnográfica e entrevista ambos: o passageiro e a funcionária do *check-in*. Ele relata o que foi dito e feito e, em uma entrevista simultânea com ambos, passageiro e funcionária, ele esclarece detalhes de sua descrição. O sociólogo está preocupado com "validade" e "confiabilidade" e noções similares apontadas como palavras-chaves pela metodologia da pesquisa. O sociólogo tenta fornecer algumas interpretações e explicações do ocorrido. Eu não tentarei mostrar em que essas explicações poderiam consistir. Contudo, se o sociólogo não está ciente do fato de que um modelo de reserva estava em operação, e que esse modelo inclui uma estimativa do risco de um passageiro ser cortado do vôo — isto é, o modelo inclui, entre outras coisas, uma estimativa da probabilidade de um "não compareceu" e o custo de cortar o passageiro — então o sociólogo não tem possibilidade de apreender elementos cruciais do episódio. Isso ilustra um desafio para a teorização social. É importante apreender como um aparato da razão (incluindo a matemática em ação) pode constituir eventos sociais.

Imaginemos que o episódio seja diferente. O passageiro vem ao balcão e o *check-in* procede de maneira normal. O passageiro está sorrindo para a funcionária, e ela retribui o sorriso. Tudo é normal. Na semana seguinte o passageiro está viajando novamente. Chega ao *check-in*. Ele sorri, ela sorri. Tudo parece igual. Entretanto, os dois episódios poderiam ser completamente diferentes. Por exemplo, imagine que a companhia aérea nesse meio-tempo tenha mudado o programa de reservas. A companhia está experimentando dificuldades econômicas e decidiu que um modo de tentar resolver alguns dos problemas é estender o *overbooking*. Essa extensão pode mudar a estrutura do risco, à qual os passageiros, individualmente, estão sujeitos. É claro que isso não é de conhecimento dos passageiros e quando nenhum corte real ocorre, eles não sentirão diferença. Para os dois vôos descritos, o passageiro não percebe nenhuma diferença. Ele não foi cortado. Mas as duas situações não eram as mesmas. Os riscos aos quais ele estava sujeito eram diferentes nos dois casos.

Imaginemos, novamente, que um sociólogo interprete ambas as situações. Deveríamos esperar que ele observasse diferença em ambos os casos? A diferença não foi revelada por qualquer fato passível de observação; ela tinha a ver com diferentes propensões construídas nas duas situações. Essas propensões não vêm à tona em todos os eventos, mas são constituídas pelo modo segundo o qual o aparato da razão está funcionando. Eu considero importante para qualquer teorização social também compreender e fazer interpretações daquelas estruturas de risco que acompanham nossa vida diária. Essas estruturas de risco podem ser mudadas, sem que estejamos aptos a observar qualquer diferença. Uma mudança nas propensões não significa necessariamente uma mudança em qualquer evento real. A razão encontrada está no fato de que ainda não havia ocorrido nenhuma mudança na estrutura de risco. Quando a mudança na estrutura de risco for efetuada, é importante que se esteja consciente a respeito das mudanças no aparato da razão. Esse é um recurso para a tomada de decisão e ação, e mudanças nesse aparato podem implicar que decisões diferentes *poderiam* ser tomadas, e isso incluiria riscos diferentes.

Deixe-me agora tentar colocar esses desafios para a teorização social em termos mais gerais. Na Parte 1, eu mencionei que a educação matemática poderia ser considerada um sistema significante, no sentido que ela influencia outros sistemas sociais. Na Parte 2, eu indiquei que a matemática, encapsulada no aparato da razão, poderia ser considerada um sistema significativo. Ambos os sistemas são indeterminados no sentido de que sua função sociopolítica real pode ocorrer de maneiras muito diferentes. O aparato da razão representa as propensões das ações sociotecnológicas, e é importante para a teorização social apreender essas propensões. O aparato da razão, contudo, não opera em qualquer modo simples e direto. Ele se desenvolve em saltos; seu desenvolvimento não segue qualquer padrão previsível. Poderia, repentinamente, surgir com alternativas surpreendentes que, quando colocadas em operação, produziriam eventos imprevisíveis, emergidos da similaridade de lacunas entre o que foi conceitualizado e planejado, e o que foi efetuado. O aparato da razão inclui um indeterminismo que coloca um imenso desafio para a teorização social. Tal teorização não pode ignorar o aparato da razão como um fator social, misturando conhecimento e poder.

O aparato da razão representa as propensões da sociedade na direção de ações tecnológicas. Essas propensões podem mudar dramaticamente sem qualquer mudança nas ações políticas, necessariamente, que estejam sendo observadas. A mudança real pode ocorrer mais tarde. Uma mudança nas propensões significa apenas que a imaginação tecnológica criou novas possibilidades com as quais pode jogar. Algumas dessas possibilidades podem ser compreendidas, mas não é possível prever uma que pode ocorrer e uma que não ocorrerá. Eu considero que se a teorização social devesse se endereçar ao desenvolvimento social seria importante que ela apreendesse como o aparato da razão fornece propensões para o desenvolvimento sociotecnológico, e que ela captasse como essas propensões se desenvolvem em estruturas de risco. Torna-se importante apreender os papéis particulares da ciência ao estabelecer novas formas de imaginação sociológica. Sendo um recurso para as ações sociotecnológicas, o aparato da razão, contudo, não representa um sujeito agente bem definido. Podemos observar ações sociotecnológicas sem observar qualquer sujeito agindo.

Um desafio básico para uma teorização social tem sido fornecer explicações e tem sido assumido que por trás da multiplicidade de diferentes fenômenos sociais, é possível identificar alguns princípios básicos, os quais designariam o principal fluxo do desenvolvimento social. Um exemplo clássico é a tentativa de Marx para explicar desenvolvimento social em termos de desenvolvimento econômico. Mais geralmente pode ser afirmado que por trás do desenvolvimento social é possível identificar princípios, os quais são passíveis de conceitualização. Assim, supõe-se que princípios explanatórios subjacentes estão inseridos no alcance da teorização social e que, no caso em que esses princípios são assumidos como sendo "simples", temos que tratar com uma suposição de transparência epistêmica na sociologia. Contudo, poderia ser o caso de que estruturas possíveis por trás dos eventos sociais sejam muito mais complexas do que aqueles princípios explanatórios, os quais são conceitualizados na sociologia de hoje. Isso me traz à noção de acontecimento.

Práticas sociais, ou ações coletivas, podem parecer tão complexas que nenhum "sujeito agente" (uma pessoa, um grupo de pessoas, uma instituição, um governo) pode ser identificado. Parece impossível poder afirmar a própria existência desse sujeito. A tais ações eu me referirei como *acontecimentos*. Um acontecimento, certamente, não é um fenômeno natural e não pode ser explicado em um quadro emprestado da ciência natural. Acontecimentos são construções sociais e realizações que empacotam junto uma densidade de contingências. Em um acontecimento, as pessoas envolvidas estão fazendo algo, mas parece que está fora do controle o que isso poderia implicar. O famoso concerto de Woodstock, que ocorreu durante os fabulosos dias de agosto de 1969, pode servir como exemplo. Todo tipo de previsão foi em vão, pois mais de 400.000 compareceram ao concerto, inviabilizando toda organização previamente planejada. Eu penso que o fenômeno social poderia ser considerado como acontecimento, no sentido de que a complexidade de explicações e interpretações possíveis crescem além dos limites. De fato, a procura de informações poderia levar-nos muito além do escopo da explicação normalmente buscada na teorização social. Assim, as implicações do acontecimento podem não manifestar-se no âmbito da visibilidade do próprio acontecimento. Por exemplo, não estava claro para ninguém que o enorme sucesso do concerto de Woodstock, em termos de visitantes, pudesse terminar em um caos econômico. O aparato da razão é um recurso para acontecimentos. Processos de reflexividade podem ser comparados com acontecimentos. Não há um sujeito agente bem definido. Reflexividade não é controlada por nenhum desses fóruns que, supostamente, estão no poder. Esses processos desenvolvem-se fora da visibilidade do parlamento ou de qualquer fórum democrático. Beck enfatizou que eles também se desenvolvem fora das observações dos estudos sociológicos. E eu concordo com essa afirmação.

Considero que um desafio básico à teorização social é lidar com (tentar interpretar) acontecimentos, em particular com aqueles que emergem de uma densidade hipercomplexa de contingências fornecidas pelo aparato da razão.[145] Um acontecimento é difícil de ser conceitualizado a partir de si mesmo. As pessoas, agindo como parte do acontecimento, não estão no controle, possivelmente nem mesmo conscientes, do papel que possam es-

145. A discussão de hipercomplexidade é um modo de considerar a natureza do "acontecimento". Uma discussão sobre hipercomplexidade com referência ao conhecimento é encontrada em Qvortrup (1998, 2001).

tar desempenhando nesse acontecimento. Também é difícil para um observador apreender esse significado de fora. As pessoas que assistiram ao concerto de Woodstock tinham uma grande experiência, mas não tinham idéia a respeito das implicações do estava ocorrendo. Um acontecimento não pode ser explicado como uma soma de ações humanas.

De fato, é um acontecimento. Que a teorização social possa vir a lidar com acontecimentos é uma possibilidade provocada pela complexidade do aparato da razão. Esse aparato corta qualquer simples conexão entre passado e futuro. O acontecimento emerge por causa desse corte, que significa indeterminismo.

34

DESAFIOS PARA A FILOSOFIA DA MATEMÁTICA. Filósofos da matemática têm ficado obcecados com a noção de certeza. Acreditam que, por meio da matemática, a possibilidade de obter certeza de conhecimento tem sido demonstrada. Reconheceu-se que essa certeza cresceu nas várias definições de conhecimento, significando que conhecimento pode ser obtido em áreas onde a certeza fosse possível. Dessa forma, se uma afirmação pode ser posta em dúvida, não seria incluída no estoque de conhecimento. Não surpreende, então, que isso se transforme em uma obsessão para entender a natureza da certeza obtida com a matemática, na medida em que isso forneceu um modelo geral para a construção do conhecimento.

A obsessão por certezas levou a filosofia da matemática a focalizar a lógica da estrutura matemática, tão claramente representada pelo paradigma euclidiano. O desenvolvimento do formalismo, da meta-matemática e os estudos lógicos que acompanham a matemática, inspiraram os filósofos da matemática a concentrarem-se no produto do processo da pesquisa matemática. E estudando os resultados desse processo e a produção de teorias matemáticas, com respeito à consistência, completude e questões relacionadas, o foco da certeza foi mantido. A suposição de que a certeza está ao alcance da matemática está relacionada à suposição da transparência epistêmica: quando propriamente analisado, o edifício todo da matemática

pode ser apreendido como uma enorme construção sustentada por uma simples estrutura lógica. De qualquer maneira, os velhos bons tempos da filosofia da matemática chegaram ao fim.

Uma mudança na filosofia da matemática foi claramente designada por *Proofs and Refutations*, de Imre Lakatos. Em vez de concentrar-se nos resultados das investigações matemáticas, em termos de teorias matemáticas e estruturas lógicas, Lakatos fez do processo de fazer matemática o objeto de consideração filosófica. Essa foi uma mudança substancial de foco. Não surpreende, então, que na introdução a *Proofs and Refutations*, Lakatos enfatize que o formalismo representa uma interpretação muito problemática da matemática. Ao considerar o processo de fazer matemática, falibilismo se torna um elemento natural na filosofia da matemática. Usando a terminologia da filosofia da ciência de Popper, uma idéia essencial nessa filosofia, pode-se dizer, é obter uma compreensão do desenvolvimento de seu "Terceiro Mundo", isto é, o mundo que contém teorias científicas. É sugestão de Lakatos de que o desenvolvimento da província do Terceiro Mundo, a qual contém matemática, segue uma dialética racional de provas e refutações. Baseado nessa dialética, os conceitos matemáticos são desenvolvidos, novas sugestões formuladas, provas sugeridas, contra-exemplos apresentados etc. Embora a descrição de Popper do desenvolvimento científico siga um padrão simplista, e de algum modo a apresentação de Lakatos recapitula uma simplicidade similar, a certeza está perdida.

Em seu livro *What is Mathematics Really?*, Reuben Hersh enfatiza que a representação da matemática esboçada na filosofia da matemática pode estar errada. Lakatos ajudou-nos a nos livrar da simplicidade grosseira do formalismo e, segundo esse enfoque, Hersh afirma que uma representação realista da prática da pesquisa matemática deve ser o ponto inicial para qualquer filosofia da matemática. O formalismo pode dar uma definição simples de provas, teoremas e de teorias matemáticas mas, de acordo com Hersh, isso é um estereótipo, o qual é dificilmente reconhecível pelo matemático que está trabalhando. Um critério mínimo para uma filosofia da matemática adequada é que considera a prática matemática como é experienciada por matemáticos.[146] Um tal critério de adequação poderia des-

146. Para uma discussão de "critérios de adequação" para uma filosofia da matemática, ver também Ernest (1998).

truir a possibilidade não apenas de manter a certeza, mas também a simplicidade na filosofia da matemática. Embora esse critério possa parecer empático, eu não vou ficar preso à interpretação de Hersh, que é realista com relação à matemática.

Considerando a matemática em ação como uma parte integral do aparato da razão, podemos sugerir um alargamento maior do escopo da filosofia da matemática. Lakatos concentra-se no processo de fazer matemática, no processo *interno* da matemática. Dessa maneira, a abordagem de Lakatos representa uma posição internalista na filosofia da matemática. Isso é um tanto diferente da posição internalista mantida por Hersh. Enquanto Lakatos se concentra na lógica interna do desenvolvimento, Hersh concentra-se na ação matemática realizada dentro da comunidade matemática, isto é, no desenvolvimento sociológico interno. Eu sugiro que a filosofia da matemática considere o contexto desses processos, e que também considere o modo pelo qual a matemática em ação desempenha um papel no aparato da razão, tornando-se um recurso para as estruturas e ações sociotecnológicas. Em particular, sugiro que a filosofia da matemática considere a construção e a função de pacotes, incluindo seu conteúdo matemático. Eu considero que "pacotes" constituem uma nova entrada para um estudo sobre o que a matemática está fazendo. Pacotes constroem novas e diferentes possibilidades para a ação. Em uma sociedade em rede, a transgressão entre o aparato da razão e a tecnologia é representada por pacotes, dentre os quais um exemplo é fornecido pelo pacote PGP.[147] A matemática opera dento de um pacote, e pacotes operam dentro de nossa sociedade em rede.

A fórmula matemática ganha sua significância no âmbito da construção teórica, e fórmulas como o Teorema Fundamental da Aritmética, o Teorema da Álgebra, o Teorema Fundamental do Cálculo etc., representam pistas particulares na construção da teoria matemática. Em um contexto teórico, os teoremas cristalizam algumas idéias que se tornam reconhecidas como básicas para a estrutura de uma área teóretica no âmbito da matemática. Mas os teoremas básicos alcançam uma diferente significância quando são considerados em relação à matemática em ação e para a cons-

147. Ver Skosmose e Yasukawa (2004) para uma discussão de criptografia e do pacote Pretty Good Privacy (PGP).

trução e operação de pacotes. Dessa maneira, em um pacote de criptografia, como o PGP, o Teorema Fundamental da Aritmética, o Teorema de Euler, o Pequeno Teorema de Fermat etc., alcançam uma nova significância. Eu sugiro que a filosofia da matemática poderia também considerar a significância da construção do conhecimento matemático em relação aos pacotes. Essa significância é um elemento principal no entendimento de como como o papel social da matemática opera. Mudança de direção do significado é um ponto de partida para a filosofia da matemática. Tal mudança ocorre, por exemplo, quando um modelo de conhecimento bem estabelecido é reconfigurado e passa a proporcionar novas possibilidades tecnológicas. Uma atenção à mudança de significado pode abrir possibilidades para um entendimento de como a matemática está operando como um elemento no aparato da razão e de como a matemática abre novos espaços para a ação tecnológica. Em particular, isso significa que devemos abandonar qualquer hipótese sobre a possibilidade de transparência do conhecimento matemático.

O principal desafio para a filosofia da matemática é lidar com a incerteza. A condição epistêmica é estabelecida por uma mudança no foco *de* como a matemática pode ser estruturada nos sistemas axiomáticos através da forma como ela pode crescer nos processos de, digamos, provas e refutações (ou nas comunidades matemáticas); *para* como a matemática está operando no contexto do aparato da razão. Uma aporia é apontada pelo paradoxo da razão. Isso traz incerteza para a filosofia da matemática de uma forma muito mais dramática que a incerteza causada pelo paradoxo de Russell. Isso poderia permanecer como um paradoxo lógico, e as condições para obter certeza lógica poderiam permanecer como uma preocupação filosófica. O paradoxo da razão coloca uma aporia de natureza sociológica no centro da filosofia da matemática.

35

DESAFIOS PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. O paradoxo da razão provoca uma perda da ilusão na educação matemática. A educação matemática pode fazer maravilhas e isso pode ser bom. Mas também pode haver um aspecto não-positivo para a educação matemática. A educação matemática pode exercitar diferentes funções sociais. Isso representa um desafio para a educação matemática como prática e como disciplina teórica. A educação matemática tem que encarar uma demanda ética, cujo significado é dado por uma noção de responsabilidade. Para ilustrar esse argumento, eu farei alguns comentários focando diferentes grupos de pessoas que podem estar envolvidas ou ser afetadas pela educação matemática: os "construtores", "operadores", "consumidores" e "dispensáveis". (Naturalmente, eu poderia também tecer comentários sobre outros grupos que se beneficiam ou são afetados pelos programas de educação matemática, os matemáticos, por exemplo.)

Certo grupo de pessoas está desenvolvendo e mantendo o aparato da razão. A esse grupo nós podemos chamar *construtores*, e a matemática apareceria como um elemento a ser incluído nas suas competências. Essa é uma tarefa para as universidades e outras instituições de educação superior que provêem essas competências, em cursos de engenharia, economia, ciência da computação, farmácia etc., incluindo matemática. Tudo que é ensinado na educação superior deveria enfrentar o paradoxo da razão. É possível incluir matemática, como parte da grande competência tecnológica, sem assumir ou promover uma impressão errada? Isso significa que as técnicas matemáticas contêm qualidades que asseguram, ou pelo menos tornam mais provável que a atividade desenvolvida por especialistas seja melhorada porque a matemática está envolvida. Como é possível evitar dar a impressão de que a matemática é uma ferramenta de trabalho não-problemática (ainda que difícil)? Torna-se um desafio educacional estabelecer oportunidades para os estudantes conhecerem a ambivalência incluída no aparato da razão. Quando propensões para ações sociotecnológicas são pesquisadas em educação, uma demanda ética torna-se parte dessa educação. Preparar para a ação também é preparar para a responsabilidade. Isso se aplica a qualquer educação universitária, onde os candidatos são qualificados para uma função, como, por exemplo, de construtores. Educação em ciência e matemática tem que ser desenvolvida sem a proteção da suposição de progresso que forneça garantia de segurança de uma conexão intrínseca entre ciência e progresso social. Para mim, esse é um desafio substancial, não apenas para a ciência da universidade e para a

educação matemática, mas para todas as formas de educação superior que educam "construtores".[148]

Nós podemos, contudo, também ver a educação matemática como uma preparação para as pessoas que não têm propósitos de realizar estudos densos em matemática. Muitas dessas pessoas, entretanto, irão enfrentar uma situação de trabalho onde elas operarão com matemática, embora freqüentemente de um modo implícito. Assim, as pessoas que estão fazendo reservas para uma linha aérea estão operando com o modelo matemático, embora elas possam não estar cientes disso. Como mencionado, a matemática pode ser disponível em pacotes, que exigem capacidade para serem usados, embora os detalhes sobre como o pacote funciona podem não ser entendidos pelas pessoas que operam com eles. A matemática não está, necessariamente, na superfície da situação. Muita educação em matemática pode ser vista como preparação para pessoas que estão se encaminhando para operar em situações de empregos recheadas de matemática implícita. A essas pessoas nós podemos chamar *operadores*, e educação em matemática é parte de sua preparação. Anteriormente, no capítulo 3, nós consideramos o ensino tradicional de matemática com seus 10.000 exercícios que aparecem como 10.000 comandos. Pode ser que a prontidão para seguir ordens, e fazer isso de maneira cuidadosa, seja "funcional" para um operador. Da perspectiva da "adaptabilidade" e "funcionalidade", a matemática oferecida na educação secundária ou de terceiro nível, organizada de acordo com o ensino tradicional de matemática, pode parecer adequada. Con-

148. A ausência da ética domina o currículo atual de educação de matemáticos, cientistas, engenheiros, farmacêuticos, economistas e técnicos em geral. A educação de construtores de hoje concentra-se no que é relevante para mais desenvolvimento de meios tecnológicos, e não sobre a elucidação de implicações da perseguição de certos objetivos. A educação não é encaminhada para dedicar-se a aspectos éticos, sociológicos e políticos da tecnologia em ação. Assim, Hansen e Eriksen (2002), ao encaminharem a educação química da Universidade de Copenhague e da Universidade Dinamarquesa de Ciências Farmacêuticas, mostraram claramente que aspectos éticos da química e farmácia estão pobremente representados nos currículos recentes. Hansen (2003) procurou explicar isso, identificando uma perspectiva instrumental que se diz que controla o programa de estudos universitários orientados para a química. Além disso, Hansen, (2000), inspirado pelas críticas da razão instrumental de Horkheimer e Adorno, criticou a educação química instrumental (ver também Hansen (org.), 2002). Baseado na idéia de *Bildung*, Eriksen (2002, 2003) formulou uma crítica da educação universitária acadêmica de química atual, assim como fez sugestões, incluindo mudanças para uma integração explícita das dimensões epistemológica e ética na disciplina química.

tudo, da perspectiva do paradoxo da razão, adaptabilidade é problemática. Os operadores estão, também, operando com matemática em ação, e desse modo sua educação em matemática deve também preparar para a questão: como operar, responsavelmente, em contextos ricos de matemática?

A cada dia ouvimos e vemos afirmações de especialistas na televisão e nos jornais. Enquanto escrevo este parágrafo, eu vi o exemplo que se segue. Muitos países são designados sociedade de risco, não no sentido sociológico usado por Beck, mas no sentido econômico puro, referindo-se aos riscos que possíveis investidores poderiam enfrentar, quando querem investir em um determinado país. Em junho de 2002, o Brasil tornou-se o segundo país de risco mais alto do mundo, ultrapassado pela Argentina, mas, com mais risco que, digamos, Nigéria ou Venezuela; em agosto de 2004, o Brasil ainda apresentava um alto risco no ranking. Os números podem estar associados com essas avaliações de acordo com um algoritmo, que nunca é referido no debate público. Especialistas podem ser entrevistados. Aqueles que os estão ouvindo ou assistindo às entrevistas, eu chamo *consumidores*. Educação em matemática é também uma preparação para consumo. Tem havido observações consideráveis sobre o que poderia significar desenvolver a educação em matemática, não para um trabalho em particular, mas para preparar cidadãos. Essa cidadania poderia ser passiva, mas faz sentido perguntar como a educação matemática poderia prepará-los para a cidadania crítica. Tais considerações emergem do tipo de demanda ética que a educação em matemática tem que enfrentar.

Preparar para a cidadania, ativa ou passiva, não deve ser apenas função da educação matemática. De acordo com algumas perspectivas sobre rentabilidade, nem todos são necessários para a economia informacional ou para o tipo de rede rotulada de globalização. Alguns grupos de pessoas parecem *dispensáveis* se aceitarmos a expansão mundial de prioridades econômicas das empresas, organizações, administrações e governos. O que isso significa da perspectiva da educação matemática? Nós temos que considerar em que sentido a educação em matemática deveria preparar, também, alguns grupos para o papel de dispensáveis. É possível ver as estruturas de testes e exames como um sistema que ajuda a selecionar aquelas pessoas que não são "necessárias" em uma economia informacional. Bourdieu fala sobre a "nobreza de estado", o grupo de pessoas que poderia ter acesso

ao poder e ao controle. Ele afirma que a educação matemática parece ter um papel a desempenhar nesse contexto. O sucesso em matemática pode ser parte para a situação de ser nomeado para a "nobreza de estado". Eu penso ser importante considerar que fracasso em matemática deve ocorrer com parte das pessoas tidas como "dispensáveis". Eu acho que, nos casos onde a educação em matemática deve enfrentar uma demanda ética, torna-se importante considerar o que um programa em educação matemática deve significar para qualquer grupo de pessoas: construtores, operadores, consumidores ou dispensáveis. Como poderia a educação matemática contrariar a tendência de estabelecer grupos como "dispensáveis"? Como poderia a educação matemática ajudar a garantir cidadania (ativa e crítica) para todos?

36

MODERNIDADE E O HOLOCAUSTO. Na primeira frase do prefácio de *Modernity and the Holocaust*, Zygmunt Bauman *refere-se* a Janina Bauman, sua esposa que, em *Winter in the Morning*, descreve o que significou viver o holocausto. Ler *Modernity and the Holocaust* provocou um grande impacto sobre o meu modo de pensar acerca da racionalidade. O relato de Marcuse em *One-Dimensional Man* coloca uma importante questão, um marco, por trás da operação política e social da razão instrumental. Isso significa que racionalidade, como praticada pelas ciências, poderia estar no caminho errado. E o estudo de Bauman elabora essa questão.

Em *Modernity and the Holocaust*, Bauman sugere que "foi o espírito da racionalidade instrumental e sua forma de instituição moderna, burocrática, que tornou o estilo de solução "holocausto" não apenas possível, mas eminentemente "razoável" — e aumentou a probabilidade de sua escolha" (1989: 18). Onde estava a ciência durante o holocausto? Bauman enfatiza que as salvaguardas em direção às atrocidades falharam: "Talvez o mais espetacular foi a falência da ciência — como um corpo de idéias, uma rede de instituições, esclarecimentos e treinos" (1989: 108). A ciência tem tentado emancipar-se da moralidade e do que pode ser considerado superstição e irracionalidade, mas a ciência, e suas formidáveis aplicações tecnológicas, foi transformada em "dócil instrumento nas mãos do poder inescrupuloso" (1989: 108). Como poderia a ciência e suas formidáveis aplicações tecnológicas serem chamadas instrumentos dóceis? Quando olhamos para a história da ciência e da matemática, não está necessariamente claro que elas poderiam se desenvolver em tais instrumentos.

Durante séculos, o antisemitismo tem se expressado de muitas maneiras: pela religião, economia, cultura e, certamente, política. O holocausto aparece como o "clímax", reunindo essas formas de antisemitismo. Se nós acrescentarmos a isso que o holocausto foi levado a cabo por um bando de criminosos brutais e atrás deles estava o fanatismo de Hitler, então, nós identificamos uma explicação para o holocausto. Essa linha de explicação tem muitas qualidades que se ajustam ao paradigma sociológico geral. Descrevendo o holocausto como um fenômeno único, como um caso patológico na história humana, a forma básica da explicação sociológica não precisa ser testada em relação ao fato "holocausto". Podemos ver o holocausto como uma expressão da patologia social, e ele pode ser analisado como um fenômeno único na história social.

Bauman considera que atenuar o holocausto é problemático. Ele enfatiza que a execução do holocausto pressupõe cuidadoso planejamento, um bom funcionamento burocrático, habilidades tecnológicas, recursos científicos, prontidão industrial, competências em engenharia, planejamento de arquitetura, e uma meticulosa coordenação desses elementos. O holocausto pode visto como uma conquista selvagem e tecnologicamente avançada. E a ciência? "O obscuro e ignóbil papel que a ciência desempenhou na preparação do holocausto foi tanto direto como indireto" (1989: 108). Além disso, Bauman observa que os soldados da SS, intimamente envolvidos no holocausto, não podiam ser descritos como bandidos brutais. "Nós sabemos que as pessoas alistadas nas organizações envolvidas mais diretamente nas questões de assassinato de massa, não eram nem anormalmente sádicas, nem anormalmente fanáticas... Sabemos, ainda, por exemplo, que quando membros da *Einsatzgruppen* e de outras unidades igualmente próximas às cenas das matanças reais foram alistados, cuidados especiais foram tomados para eliminar — barrar ou descartar — todos aqueles que eram particularmente entusiasmados, emocionalmente inclinados, ou ideologicamente superzelosos. Nós sabemos que iniciativas individuais foram

desencorajadas, e muito esforço foi feito para manter toda a tarefa como um negócio e em um quadro estritamente impessoal. Os líderes da SS contavam com (certo, deveria parecer) uma rotina organizacional, não com um entusiasmo individual; com uma disciplina, não com uma dedicação ideológica. Lealdade para as tarefas sanguinárias deviam ser — e realmente eram — derivadas da lealdade para com a organização" (1989: 20). De fato, até onde os executores alemães envolvidos estavam preocupados, o holocausto não envolveu muito contato pessoal.

Mas, se nós não podemos interpretar o holocausto como simplesmente crime de fanáticos, de acordo com Bauman, devemos enfrentar uma possibilidade completamente diferente e mais amarga: o holocausto pode ser visto como um fenômeno intimamente relacionado à modernidade. Embora o holocausto seja um fenômeno único, os elementos que o tornaram possível podem ser identificados como características da modernidade.[149] Nós vivemos em uma sociedade onde o holocausto é sempre possível. Essa conclusão realmente me choca. Não que eu possa emitir julgamento sobre até que ponto a análise de Bauman é adequadamente justificada. Para mim, entretanto, a coisa inquietante é que a análise não pode ser descartada, no que se refere à forma como a racionalidade tecnológica e científica opera. Ao contrário, Bauman sustenta sua análise se referindo a essa racionalidade. A capacidade tecnológica e a percepção científica não excluem o holocausto de uma série de possibilidades que a tecnologia fornece. Enfrentamos a forma mais dramática do paradoxo da razão.

Bauman não afirma que o holocausto foi causado pela burocracia. O que ele, entretanto, afirma é que "as regras da racionalidade experimental são singularmente incapazes de prevenir tais fenômenos; que não há nada nessas regras que desqualifique os métodos do estilo-holocausto da 'engenharia social' como impróprios ou, na verdade, as ações que a serviram como irracionais" (1989: 18). Além disso, Bauman afirma que "a cultura burocrática que nos instiga a ver a sociedade como um objeto de administração, como uma coleção de muitos 'problemas' a serem resolvidos, como 'natureza' a ser 'controlada', 'dominada' e 'aperfeiçoada' ou 'refeita', como

149. Como uma ilustração a mais deste argumento, pode ser útil o estudo de Gutman e Berenbaum (orgs.) (1998); e de Pelt e Dwork (1996). Esses estudos documentam o cuidadoso planejamento que estava por trás de Auschwitz, na cidade com o nome polonês Oswiecim.

uma meta legítima para a 'engenharia social', foi a própria atmosfera em que a idéia do holocausto pôde ser concebida, lenta e consistentemente desenvolvida, chegando a uma conclusão" (1989: 18). Bauman também sugere que "foi o espírito da racionalidade instrumental, e sua moderna forma burocrática de institucionalização, que tornou as soluções do estilo holocausto não somente possíveis, mas eminentemente 'razoáveis' — e aumentou a probabilidade de sua escolha" (1989: 18).

Bauman descreve alguns elementos do "espírito do instrumentalismo" e de "modernas formas burocráticas de institucionalização" que facilitaram a execução do holocausto. Violência foi um elemento básico do holocausto. Como foi que uma forma tão extrema de violência se fez possível? Bauman refere-se a Herbert C. Kelman que enfatiza três condições para corroer "a moral inibitória contra as atrocidades violentas" (1989: 21). A violência deve ser *autorizada*, deve ser *rotinizada* e finalmente deve ser *desumanizada*. Se a violência não tem autorização, então permanece como uma ação levada a cabo por gangues de rua. Torná-la uma rotina é condição para ampliar sua extensão. A *rotinização* torna possível que ela ocorra cada vez mais freqüentemente. A desumanização ocorreu, no caso do holocausto, ao se definirem alguns humanos como não humanos. Naturalmente, pode ocorrer também quando os humanos são definidos como outras entidades, como inimigos, senão simplesmente como alvos. A desumanização também é mantida, estabelecendo-se distância entre as vítimas e as pessoas que impulsionam a violência. Autorização, rotinização de ações e desumanização de vítimas — e também, de certa forma, dos executores — tornam a violência possível em grande escala: a "Solução Final" não colidiu, em qualquer estágio, com o propósito racional da implementação eficiente do objetivo ótimo. Ao contrário, surgiu de uma preocupação genuinamente racional e foi gerada pela verdadeira burocracia em suas formas e propósitos (1989: 17).

O estabelecimento da distância entre executor e vítima foi a característica básica do holocausto. *Manter distância* pode ser entendido literalmente, mas também pode ser compreendido como uma expressão metafórica de guardar distância entre julgamentos morais e a execução de ações tecnológicas. É importante observar que na burocracia "preocupações morais dos funcionários são retiradas do foco no empenho do objeto da ação"(1989: 159). O sistema burocrático elimina a significância moral, e a

substitui com uma "moralização" da tecnologia, apresentada em termos de eficiência. O foco torna-se a funcionalidade e a "qualidade" da tecnologia, a competência em manejar essa tecnologia.

Quando as ações são mediadas pela burocracia, a responsabilidade torna-se "fluida" (ver Bauman, 1989: 163). As responsabilidades por ações particulares não estão relacionadas particularmente às pessoas que as executam, nem estão ligadas aos "gerentes" do programa, pois tais responsabilidades dos gerentes são definidas em termos de eficiência tecnológica. Bauman conclui que "a organização como um todo é um instrumento para obliterar responsabilidade" (1989: 163). Em uma sociedade com esquemas em ação que funcionam como filtros para responsabilidade moral, "os efeitos das ações humanas vão além do 'ponto evanescente' da visibilidade moral" (1989: 193). Quando tal filtro é instalado entre ciência e suas aplicações, observamos a decadência moral da ciência. Esse processo tem sido mantido pelo positivismo, na filosofia, que tentou fazer ciência livre do valor: "Nesse processo ela se fez moralmente cega e muda" (1989: 108).

Deixe-me retornar ao paradoxo da razão, enfatizando que as características da ação como autorizada, rotinizada, desumanizada e as que ocorrem sob o ponto evanescente da visibilidade moral podem também ter uma interpretação atraente. Assim, parece importante que o balconista que deve fazer o *check-in* pode agir de modo autorizado: — Sim, há um lugar para você! E pode-se confiar nessa informação, à medida que a máquina imprime o cartão de embarque sem quaisquer dificuldades. Não há necessidade de o passageiro obter outra confirmação. Ele não necessita correr para o portão de embarque e lutar entre os passageiros para ser o primeiro da fila, visando a assegurar seu lugar. O procedimento do *check-in* é parte da rotina. Imagine se o *check-in* tivesse que operar de acordo com procedimentos inventados diariamente. A espera no aeroporto seria horrível. A demora seria normal. Essas ações podem ser efetuadas de um modo desumanizado, tendo uma qualidade positiva. De fato, todas as características das ações baseadas na matemática e na tecnologia, aqui consideradas, não escapam das aporias que estão abertas aos nossos olhos, pelo paradoxo da razão: eles podem significar horrores, mas também maravilhas.

Parte 4

Matemácia pode significar esperança

37

DOR DE CABEÇA. Consideremos a noção de conhecimento. Platão lançou uma idéia notável: "vir a conhecer" é semelhante à idéia de "lembrar". Ele afirma que estamos de posse de todo nosso conhecimento, mas não estamos conscientes disso. Essa idéia é ilustrada pelo "método socrático" no diálogo *Menon*, onde o escravo eventualmente demonstrou um *insight* geométrico sem que tivesse sido informado a respeito de fatos geométricos. Sócrates apresentou várias questões ao escravo, mas não ensinou geometria a ele. Assim, quando o escravo apreendeu a proposição geométrica, supôs-se que ele já estaria de posse do conhecimento que emergia de dentro dele.[150]

Se o conhecimento não é passado de uma pessoa à outra, então "vir a conhecer" deve ser um processo que ocorre no âmbito da aprendizagem do sujeito. Contudo, "lembrar" não é o único processo possível, "construção pessoal" é outra possibilidade. Assumir que "vir a conhecer" significa "construção pessoal" leva ao construtivismo radical, que tem muitas raízes, uma das quais é o empirismo inglês. Em particular, prestemos atenção a como os processos de reflexão são conceitualizados. Sigamos John Locke e assumamos que nossa mente, uma *tabula rasa*, não é tocada pela experiência. Então, as impressões sensórias começam a cair como suaves gotas de chuva sobre uma vidraça limpa. Nosso conhecimento é construído a partir dessas impressões, mediante processos de associação. Como as gotas que correm juntas na vidraça e formam padrões e pequenos caminhos, nossas impressões sensórias associam-se umas às outras e padrões maiores transformam-se em conhecimento.

150. Os filósofos tentaram esclarecer a noção de conhecimento como uma continuação da indicação de Platão no seu diálogo *Teéteto*, de que o conhecimento pode ser reconhecido como crenças verdadeiras, justificadas.

Locke sugere que há duas principais "fontes de conhecimento" a partir das quais todas nossas idéias podem advir. A primeira se refere aos nossos sentidos. Eles comunicam à nossa mente distintas percepções. Essa "fonte de conhecimento" serve como característica definidora do empirismo. Contudo, para Locke há, também, outra fonte. Trata-se da "percepção das operações de nossa mente" (Locke, 1997: 110). Essa é uma proposta interessante que Wittgenstein considerou ser uma suposição intolerável, a saber, que poderíamos organizar e classificar o conteúdo de nossa mente como se fôssemos guardiões de um depósito mais ou menos bem sortido. De acordo com Locke, as percepções de operações de nossa mente são estritamente pessoais e privadas: "essa fonte de idéias, todo homem tem ela por inteiro em si mesmo..." (1997: 110). Locke é cuidadoso ao dizer que as percepções da mente não são o mesmo que percepção sensória. Percepções da mente não têm nada a ver com objetos externos, mas são, apesar disso, muito semelhantes às percepções sensórias "e poderiam, bastante apropriadamente, ser denominadas de sensações internas" (1997: 110).

Contudo, a noção de "percepções de operações da mente" poderia causar confusão conceitual e Locke escolheu usar a noção de reflexão para essas percepções, enquanto usa sensação para as percepções de objetos externos. Em suas palavras: "Mas como chamo a outra de *sensação* [as percepções dos objetos externos], chamo a isto de *reflexão*, as idéias que se sustentam apenas à medida que a mente reflete sobre suas próprias operações. Por *reflexão* então... eu poderia ser entendido como querendo referir-me à atenção da mente sobre suas próprias operações..." (1997: 110). Isso significa que, de acordo com Locke, há dois tipos de origem para nosso conhecimento: primeiro, as coisas materiais externas, que são objetos das sensações e, segundo, as operações da mente, que são objetos de reflexão. Locke conclui que "coisas materiais, externas, como os objetos de sensação; e operações de nossa própria mente, como objetos de reflexão, são, para mim, as únicas fontes das quais todas nossas idéias se originam" (1997: 110). Nenhuma outra origem para o conhecimento é encontrada.

Assumindo a posição de Locke, as origens do conhecimento são agora estritamente definidas como sensações (de objetos) e reflexões (sobre operações mentais). Claramente, as sensações são privadas. E quando as reflexões são representadas como um terceiro olho que se volta para dentro, por meio do qual podemos observar nossas operações mentais, e por

meio do qual podemos tentar colocar as idéias em uma ordem funcional, então as reflexões também devem ser privadas. Reflexão significa introspecção. O caráter privado das reflexões é estabelecido por Locke do seguinte modo: "O termo *operações* eu uso aqui em um sentido amplo, como compreendendo não apenas as ações da mente sobre as idéias, mas alguns tipos de paixão que algumas vezes surgem delas, como é o caso da satisfação ou de mal estar que surgem de qualquer pensamento" (1997: 110). Operações da mente podem ser: discernir, comparar, abstrair, compor etc., por meio das quais a mente constrói conhecimento. E esses processos, como Locke também está consciente, não são simplesmente mecânicos e racionais. Eles são acompanhados por emoções. Contudo, satisfação ou excitação também é particular no sentido de que pertence estritamente ao indivíduo.

George Berkeley retomou as idéias de Locke e percebeu que algo estava contraditório nos argumentos desse autor. É difícil defender, ao mesmo tempo, que: a) tudo que podemos conhecer é baseado em sensações e reflexões, e b) as sensações são causadas por algum tipo de realidade externa da qual são representações. Se uma realidade externa imprime impressões sensórias em nossa mente, então podemos apenas vir a conhecer essas impressões e não a impressão que representa uma relação entre impressões sensórias e uma realidade externa. Locke afirma tanto (a) como (b). Berkeley viu que afirmar (a) implica que não há evidência para afirmar (b). Se a única origem para o conhecimento forem sensações e reflexões, então não há possibilidade de conhecermos a respeito da existência de uma relação entre impressões sensórias e o mundo externo. A noção de representação perde seu significado. Nem mesmo um pequeno sinal de evidência empírica pode ser estabelecido para dar suporte à existência do mundo externo que causa nossas impressões sensórias. E, mais heroicamente, Berkeley descarta (b), pelo menos por um curto tempo. Descartar (b) era, obviamente, muito para o senso comum do empirismo de Locke. Ele pareceu nem considerar essa possibilidade. Que o empirismo radical de Berkeley parecia muito para o senso comum de sua própria religião é outra questão. Em todo caso, Berkeley introduziu Deus como um observador do mundo externo confiável e essa percepção Divina trouxe o mundo de volta à existência também para um *empirismo radical*. David Hume, contudo, insistiu que o empirismo radical não conta com a existência de um mundo externo, mas deve deixar para trás qualquer tipo de uma tal especulação ontológica.

De acordo com a tradição filosófica, uma elucidação da noção de conhecimento pressupõe uma elucidação da noção de verdade (lembre-se da definição clássica de conhecimento como crenças verdadeiras, justificadas). Uma afirmação verdadeira pode ser interpretada como dizendo a verdade *sobre* estados de coisas, e o conhecimento é sobre esse estado de coisas. A verdade, então, pode ser considerada como expressando uma relação singular entre uma afirmação e um pedaço da realidade como, por exemplo, o indicado pela teoria da representação de Wittgenstein. Porém, o que isso significa se supusermos que um elemento dessa relação não existe? Uma definição apropriada de verdade, então, não pode incluir uma referência a qualquer realidade. A definição de verdade se torna um outro caso interno. A verdade deve ser definida dentro do depósito de experiências pessoais, onde se supõe que nenhuma janela exista. Com nenhuma "realidade" à qual se referir, o conhecimento trata com relações entre entidades mentais. Isso nos leva a considerar uma teoria coerente de verdade: uma afirmação é verdadeira quando ela se adequa ao padrão de verdades já estabelecidas (e "verdades já estabelecidas" têm, então, que ser definidas com referência às já "verdades já estabelecidas"). Uma versão pragmática desta idéia é: uma proposição é verdadeira quando ela é útil (para a mente). Como uma conseqüência, "viabilidade" pode ser considerada uma característica de verdade e, portanto de conhecimento. "Viabilidade" é um bonito modo de rotular "útil à mente". Conhecimento não é sobre o mundo externo. Processos de vir a conhecer são localizados dentro do indivíduo. A combinação das impressões sensórias é uma incumbência individual. Operações da mente são também atividades privadas. Conhecimento é produzido de "dentro". Conhecimento não é sobre algo, é um estado da mente.

Resumindo: a posição ontológica do conhecimento se torna similar a uma "dor de cabeça". Temos nossa dor de cabeça individual. Podemos construí-la e reconstruí-la, mas não podemos partilhá-la com os outros. Transmissão da dor de cabeça é impossível, como também é impossível a transmissão de conhecimento. Podemos facilitar o processo de construção de dor de cabeça. Sendo professor podemos ajudar os alunos a construírem sua própria dor de cabeça. Mas isso é tudo que podemos fazer, devido à própria natureza da dor de cabeça. Dor de cabeça é estritamente pessoal, e não é possível para ninguém experienciar a dor de cabeça de qualquer outra pessoa. Eu posso estabelecer minha própria dor de cabeça. Pensar sobre a transmissão de uma dor de cabeça parece ser um erro conceitual. Eu posso explicar problemas que eu suponho terem causado minha dor de cabeça. Porém, sempre que faço isso, a outra pessoa deve construir sua própria dor de cabeça.

38

CONSTRUTIVISMO RADICAL. Uma suposição básica da abordagem construtivista é que conhecimento não pode ser transmitido; que tem que ser desenvolvido pela pessoa que aprende. Essa poderia ser interpretada como uma afirmação empírica, que tem que ser fundamentada por algum tipo de observação: a observação essencial, por certo, é que o conhecimento nunca é transmitido. Porém, de modo muito óbvio, a TV transmite as notícias durante o dia. Notícias podem ser transmitidas pelos meios de difusão. Temos uma observação que enfraqueceria a afirmação do construtivismo de que o conhecimento não pode ser transmitido? De modo algum. A afirmação não é uma simples suposição empírica. É uma afirmação conceitual, fazendo uma sugestão de como usar uma noção como conhecimento. A afirmação condensa certa perspectiva de conhecimento e contribui para estipular um quadro conceitual sobre como falar a respeito de aprendizagem. Nesse sentido, a afirmação representa parte da suposição paradigmática.

Como o conhecimento não pode ser transmitido, temos que considerar o desenvolvimento do conhecimento, não em termos de qualquer relação externa, mas em termos de categorias pessoais internas. A noção de construção torna-se uma candidata a tal categoria (assim como "relembrar") e isso traz uma grande variedade de possíveis formas de construções, todas localizadas na pessoa. A principal idéia de estabelecer o construtivismo radical vem da interpretação de operação de Jean Piaget e, em particular, da interpretação de Ernst von Glasersfeld sobre Piaget. Glasersfeld sintetiza uma representação do construtivismo radical, em que suas raízes no empirismo radical são preservadas e onde é dada uma atenção especial à noção de operação da mente.

O construtivismo de Piaget emerge de sua interpretação de como o conhecimento matemático é construído e isso coloca Piaget, em suas próprias palavras, em uma posição entre o empirismo e o racionalismo. Imaginemos uma criança brincando com blocos. A superfície dos blocos pode ser macia, e poderíamos pensar que essa maciez de um lado de um bloco seria uma entrada para o desenvolvimento do conceito geométrico de superfície da criança. Isso estaria na mesma direção das interpretações empíricas das raízes de conceitos geométricos, mas essa não é a interpretação de Piaget. De acordo com ele, o conhecimento matemático não tem raízes empíricas. Essas raízes não são relacionadas aos blocos como tal, nem a qualquer propriedade de objetos físicos. As raízes empíricas da matemática são constituídas pelas operações da criança com os objetos físicos como, por exemplo, as operações da criança com blocos. Contudo, o conhecimento matemático não cresce diretamente dessas operações, mas das reflexões que a criança faz sobre essas operações. Essas reflexões se tornam as raízes racionais do conhecimento matemático. Piaget fala sobre abstrações reflexivas como essenciais para a construção do conhecimento matemático. E uma abstração reflexiva é uma questão estritamente pessoal, do mesmo modo que os processos de construção de conhecimento são individuais.[151]

Glasersfeld enfatiza que é importante observar que, de acordo com o construtivismo radical, nenhuma realidade ontológica precisa ser assumida para falar sobre conhecimento.[152] Conhecimento não é *sobre* algo. Glasersfeld se refere aos comentários críticos de Berkeley sobre Locke e, ao enfatizar o compromisso não-ontológico, ele tenta não cair na armadilha erguida pelos argumentos de Berkeley. Glasersfeld reconhece o conhecimento como um fenômeno do mesmo tipo de uma dor de cabeça (embora ele não use essa comparação). Não podemos assumir que o conhecimento abranja afirmações que sejam reconhecidas como verdades sobre algo. Isso leva esse autor a enfatizar a importância da viabilidade, que se supõe que se refira às características internas do que é construído como conhecimento. A viabilidade pode apenas referir-se à própria construção.

Ao supor que o conhecimento não pode ser transmitido, que é uma construção pessoal, e que não podemos ser ontologicamente comprometi-

151. Ver, por exemplo, Beth e Piaget (1966); Piaget (1970) e Dubinsky (1991).

152. Ver, por exemplo, Glasersfeld (1995); e Glasersfeld (org.) (1991).

dos, o construtivismo radical não está sendo uma teoria empírica. Assim, o construtivismo radical não pode reunir dados advindos da observação, os quais dariam suporte à posição de que a viabilidade é uma característica adequada do conhecimento. Nenhuma observação dá boas razões para as idéias básicas do construtivismo radical sobre conhecimento e sobre ontologia. O construtivismo radical significa uma perspectiva. Poderíamos pensar sobre essa perspectiva como algo excepcionalmente excêntrico. Podemos também pensá-lo como um modo de olhar a educação matemática, que indica prioridades interessantes. Meu argumento não é que haja problemas em aceitar-se o construtivismo radical como uma perspectiva. (Como não existem observações que suportem as afirmativas paradigmáticas, então não há observações que as contradigam.) O importante é que o construtivismo radical venha a ser reconhecido como uma perspectiva — como um paradigma conceitual, como um discurso — e que se torne conhecido como tal. Esse paradigma tem implicações fortes sobre o modo de ver a educação matemática, sobre o que falar e sobre o que não falar.

Eu indico dois conjuntos diferentes de considerações sobre educação matemática facilitados pelo construtivismo radical. O primeiro, eu considero muito atraente. O construtivismo radical é verdadeiramente centrado no estudante (ou centrado na criança, ou no aprendiz). Os estudantes se tornam reconhecidos como construtores, e os únicos construtores possíveis, do seu conhecimento matemático. Como qualquer conhecimento, deve ser caseiro. Como conseqüência, muitas sugestões foram dadas para assegurar um ambiente de aprendizagem que facilitasse a construção pelo estudante de seu próprio conhecimento. O desenvolvimento de noções como "professor construtivista" e "educação matemática construtivista" faz sentido. Essas noções se referem a uma prática docente que reconhece que os estudantes constroem seu próprio conhecimento, com base no que já sabem. Ensinar matemática significa oferecer o melhor ambiente possível para essas construções (aqui "ambiente" deve ser tomado amplamente, incluindo, também, as práticas comunicativas entre professor e estudantes e todos os outros aspectos relevantes que possam facilitar construções).[153] A implicação imediata é que o construtivismo também expressa recomendações

153. Veja, por exemplo, os esclarecimentos de Steffe (1991) sobre o professor construtivista.

para pesquisas de todos os outros aspectos da situação de construções da aprendizagem. Parece difícil rejeitar tais recomendações. Elas têm ajudado nos processos de "humanização" da educação matemática. A partir de meados da década de 1980 o construtivismo radical se tornou uma perspectiva popular em educação matemática. Reuniu muitos dos diferentes enfoques que foram estabelecidos na tentativa de ativar os estudantes e fazer com que a educação matemática fosse mais engajada. As metáforas produzidas pelo construtivismo radical entraram na moda.

A perspectiva do construtivismo radical também tem fornecido prioridades, as quais, de alguma maneira, criam obstáculos para manter-se a preocupação com a educação matemática crítica, como mencionei previamente. Torna-se possível focar o desenvolvimento do conhecimento matemático quase independentemente do que se poderia pensar a respeito do que esse conhecimento está fazendo no mundo real. — Que mundo real?, o construtivismo poderia perguntar. Seguindo a ontologia do construtivismo radical, simplesmente não faz sentido pensar a matemática como operando nas questões da vida real. A matemática se refere a certos princípios para a organização da experiência. Ela é uma construção humana e a relevância da matemática deve ser discutida com referência à construção do sujeito.

A noção de obstáculos da aprendizagem é interessante. Se escolhermos a perspectiva do construtivismo radical, então os obstáculos da aprendizagem devem ser uma ocorrência inteiramente interna. Como a construção é uma atividade privada e personalizada, os obstáculos podem ser vistos como sendo do mesmo tipo. Os obstáculos podem ser formados por maus hábitos da mente que causam não-viabilidade. Os obstáculos da aprendizagem se referem às deficiências com procedimentos de construção usados pelo indivíduo. Lembremos novamente o que foi dito no Capítulo 5, sobre políticas de obstáculos de aprendizagem. Tais obstáculos podem ser privados, como foi o caso com o "racismo clássico". Podem, também, referir-se a algumas culturas particulares, como foi feito pelo "racismo progressivo". Mas os obstáculos da aprendizagem também podem ser reconhecidos como política e economicamente produzidos por certos grupos de aprendizes. Os obstáculos da aprendizagem podem se manifestar como uma destruição de alguns grupos de pessoas. Para mim é essencial não

ignorar a política dos obstáculos da aprendizagem, mas isso é precisamente o que é possibilitado pelo quadro conceitual fornecido pelo construtivismo radical. Se alguém interpretar minha última formulação como indicadora de que um racismo implícito pode ser incluído no construtivismo radical, o leitor está errado. A perspectiva de Piaget foi estritamente não-racista. Ele acreditava que os seres humanos partilham do mesmo sujeito epistêmico. O que eu afirmo, entretanto, é que o construtivismo radical pode facilmente abarcar perspectivas suspeitas. O construtivismo radical, tendo um contexto cego, pode se adequar a qualquer tipo de contexto sociopolítico (dúbio).

O quadro conceitual do construtivismo radical permite uma formulação de uma agenda de pesquisa que isola as questões da investigação de uma perspectiva mais ampla, onde a educação ocorre. Esse construtivismo apóia uma visão turva. O estilo de tal visão na pesquisa (branca) durante o último período do *apartheid* da África do Sul permitiu uma micropesquisa sobre, digamos, como crianças (brancas) em uma escola (branca) usam o programa de computador para desenvolver conceitos geométricos. O foco sobre como as crianças constroem conhecimento matemático em certo ambiente de aprendizagem ignora, facilmente, as perspectivas político-sociais. Se o conhecimento é construído pelo indivíduo, então se torna tentador concentrar a pesquisa no "centro" da construção do conhecimento. Contudo, quanto mais nos concentrarmos nesse centro, mais perdermos uma perspectiva "global". Como conseqüência, muita pesquisa relacionada à perspectiva construtivista ficou cega em relação às diferentes conseqüências que o contexto da escolarização poderia ter sobre a aprendizagem em sala de aula. A terminologia construtivista parece-me possibilitar aos professores serem "progressistas" em sua sala de aula, independentemente de qual opinião política pudessem abraçar.

39

CONSTRUTIVISMO RACIONAL. O construtivismo racional não tem compromisso ontológico. O conhecimento não é sobre algo. Isso traz uma "visão de mundo" particular (ou talvez melhor: uma "não-visão de mundo"). Porém, é possível estabelecer uma perspectiva diferente, incluindo o compromisso ontológico, mas ainda estabelecendo uma visão turva no âmbito da educação matemática. Eu me refiro ao construtivismo racional como um exemplo dessa posição.

De acordo com Popper, como anteriormente referido, o conhecimento científico constitui um Terceiro Mundo, diferente do mundo da experiência e também diferente do mundo físico. Contudo, não é um mundo platônico, pois Popper acredita que as teorias científicas são sempre falíveis. O Terceiro Mundo é constituído pelas melhores "suposições" do momento. Como uma decorrência disso, é interessante estudar a história geral do Terceiro Mundo. Os títulos dessa história, como apresentado por Popper, percorrem: conjeturas, refutações, conjeturas, refutações... enquanto Lakatos, também referido anteriormente, fornece um relato da história da região do Terceiro Mundo que é chamada de matemática, em termos de: provas, refutações, provas, refutações... Tal relato histórico do desenvolvimento do Terceiro Mundo representa uma interpretação racional do desenvolvimento do conhecimento científico.[154] Podemos caracterizar esses relatos como *construtivismo racional*. As entidades do Terceiro Mundo são construções humanas e seu desenvolvimento histórico segue um padrão racional. A reconstrução do desenvolvimento científico não representa a história real da ciência; ao invés disso extrai um relato racional, eliminando irracionalidades que a história real deve ter incluído. O construtivismo racional de Lakatos inclui um empirismo, um falibilismo, um otimismo epistêmico e um internalismo. Comentarei cada um desses aspectos.

Lakatos reintroduz o *empirismo* na filosofia da matemática sem voltar ao "simples empirismo", como, por exemplo, apresentado por John Stuart Mill, que analisa afirmações matemáticas como generalizações de experiências sensórias.[155] Uma simplicidade diferente é dada por Piaget, que vê o conhecimento matemático como emergindo de abstrações reflexivas, baseadas em operações com objetos. Ambas as interpretações parecem

154. É interessante ver como o trabalho de Lakatos está relacionado à filosofia de Hegel, ver Ernest (1998). Ver também Koetsier (1991).

155. Ver em particular o Capítulo VI no Livro II em Mill (1970).

"chavões" quando comparadas às análises de Lakatos.[156] Como parte do processo de provas e refutações, a matemática obtém uma referência muito mais refinada em relação às observações empíricas. O neo-empirismo de Lakatos é, assim, de um tipo completamente diferente das idéias previamente apresentadas sobre como o conhecimento matemático está relacionado às observações empíricas. Lakatos apresenta um desenvolvimento do Terceiro Mundo que é racional e, ao mesmo tempo, ajustado com referência às observações do mundo "externo".

Depois que o empirismo foi introduzido, mover em direção ao *falibilismo* foi apenas um pequeno passo. A falibilidade foi associada ao conhecimento que é baseado na experiência sensória. Nossos sentidos têm nos enganado tão freqüentemente e, por certo, ainda voltarão a nos enganar. Filósofos, dentre os quais Locke, formaram fila atrás dessa afirmação. A implicação é que o conhecimento não precisa ser absolutamente certo (para ser chamado conhecimento), mas deve manter um satisfatório grau de certeza. Tradicionalmente a matemática não foi afetada por considerações do falibilismo, à medida que tem representado o reconhecimento da razão das verdades eternas, e a razão não foi interpretada como uma faculdade que necessite de informação obtida por meio dos sentidos. Mas, ao introduzir o empirismo como parte da filosofia da matemática, Lakatos introduziu o falibilismo no âmago da matemática. A incerteza veio a desempenhar um papel, embora seja incerteza mantida sob controle.

O construtivismo racional fornece transparência epistêmica à filosofia da ciência e da matemática. Embora a história real da ciência e da matemática possa parecer complexa, é possível identificar princípios não-complicados de desenvolvimento epistêmico, que provêem a história do desenvolvimento com títulos simples. Além disso, não há dúvida de que tanto Popper quanto Lakatos vêem a lógica do desenvolvimento científico como uma história de progresso verdadeiro. Desse modo, podemos interpretar o construtivismo racional como uma combinação de transparência epistêmica com *otimismo epistêmico*. O construtivismo racional une racionalidade e pro-

156. Não é surpresa, então, que Ernest (1998) não afirma que Piaget seja de muita ajuda para o estabelecimento de uma filosofia da matemática, embora Piaget tenha servido como inspiração para um construtivismo radical.

gresso. Torna-se possível reconhecer a afirmação do progresso e o espírito do Iluminismo nesse enfoque.[157]

O construtivismo racional é caracterizado pelo *internalismo*. O padrão do desenvolvimento racional em matemática, o qual é colocado aos nossos olhos, mostra uma lógica de provas e refutações onde refutação pode referir-se a observações semi-empíricas. Esse processo traz novas construções conceituais: os conteúdos das afirmações matemáticas são conceitos em mudança e novos conceitos (provas geradas) convidam a uma reformulação dos teoremas matemáticos que, então, estão abertos a novas provas. Para apresentar esse processo, Lakatos se refere às entidades do Terceiro Mundo, previamente construídas, e a pequenas áreas bem construídas do mundo físico, micromundos que consistem, por exemplo, de alguns poliedros e desenhos simples. Mas, certamente, não às necessidades tecnológicas, aos interesses econômicos, nem às pesquisas de programas politicamente definidos. Tais referências do mundo real não são parte do padrão explanatório fornecido por Lakatos. A conseqüência é o internalismo. O absolutismo tem sido uma boa marca para assegurar o otimismo epistêmico em matemática. O falibilismo, embasado pelo empirismo (sofisticado), eliminou essa possibilidade. Mas Lakatos manteve o otimismo epistêmico, segurando a noção de progresso do conhecimento, e isso é possibilitado pelo seu internalismo.

Como ocorre com o construtivismo radical, também o construtivismo racional fornece uma perspectiva que tem conseguido amplas aplicações em educação matemática. A idéia essencial trazida pelo construtivismo racional é que a construção do conhecimento representa um esforço coletivo. Essa idéia é lindamente expressa em *Proofs and Refutations*, quando Lakatos escolhe apresentar sua análise histórica como um diálogo que ocorre na

157. A ligação entre racionalidade e progresso científico é expressa por Popper na afirmação de que é possível identificar um critério de progresso científico. "... Eu afirmo que conhecemos o que uma boa teoria científica deveria ser, e — mesmo antes que tenha sido testada — que tipo de teoria seria melhor, dado que ela passa por certos testes cruciais. E é esse conhecimento (metacientífico) que torna possível falar de progresso na ciência, e da escolha racional entre teorias" (Popper, 1972a: 217. No capítulo 10: "Truth, Rationality and the Growth of Scientific Knowledge" de *Conjectures and Refutation: The Growth of Scientific Knowledge*, Popper especifica essa afirmação em detalhes. Lakatos (1970) expressa essa unidade entre racionalidade e progresso científico em sua concepção de uma metodologia de programas de pesquisa científica.

sala de aula. Faz sentido pensar o construtivismo racional como um construtivismo social, como sugerido por Paul Ernest no *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*. Como o construtivismo radical, o construtivismo racional também fornece um quadro conceitual para falar a respeito de matemática e de educação matemática. Enquadra o que é possível falar, mas também o que parece irrelevante comentar.

Deixe-me indicar duas perspectivas diferentes promovidas pelo construtivismo racional. A primeira, eu considero muito atraente. Essa é a que diz da matemática ser construída, e que esse processo de construção é coletivo. Considero relevante, como também considera Ernest, incluir o trabalho de Lakatos como um elemento fundante do construtivismo social. Embora Lakatos faça apenas alguns poucos comentários sobre a educação matemática, considero sua apresentação da geração dos conceitos matemáticos, e as idéias que oferece, uma inspiração para a educação matemática. O falibilismo tornou-se um novo paraíso para os educadores matemáticos, que vêem que um enfoque aberto à aprendizagem matemática agora pode ser justificado por referência ao desenvolvimento recente na filosofia da matemática.[158] O falibilismo apresentado por Lakatos, é um ataque direto à ideologia da certeza (como referido nos capítulos 12 e 13). De acordo com o construtivismo racional (assim como com o construtivismo radical), a matemática é uma construção humana, e Lakatos mostra o aspecto coletivo dessa construção.

Contudo, para mim, o modo de o desenvolvimento matemático ser descrito está longe de ser satisfatório. O desenvolvimento é representado como uma ocorrência puramente racional. E desse modo o construtivismo racional mantém, facilmente, uma perspectiva "de mãos limpas" sobre a matemática. Em particular, a matemática em ação não é considerada pela perspectiva do Terceiro Mundo. Para o construtivismo racional, parece que o desenvolvimento matemático avança, antes de tudo, em virtude de aspectos lógicos, certamente não em virtude de causas econômicas ou extra-

158. Pode ser que essa referência ao falibilismo tenha sido repetida tão freqüentemente que quase foi esquecido que em parte alguma Lakatos diz algo sobre a possível falibilidade das proposições elementares da matemática. Reconsiderando os exemplos dados por Lakatos, não é óbvio que parte da matemática é afetada pelo seu falibilismo; e isso realmente não foi considerado na educação matemática. Em conversa, Romulo Lins chamou minha atenção para esse ponto.

científicas. A matemática em ação é eliminada como uma questão interessante a considerar. Tanto para Popper, como para Lakatos, o desenvolvimento contínuo do Terceiro Mundo é a preocupação mais óbvia. O paradoxo da razão não incomoda o construtivismo racional.

40

MATEMÁTICA SIGNIFICA MUITAS COISAS. Assim como o pensamento, as teorias e as técnicas matemáticas são desenvolvidas em todas as direções possíveis, assim também se desenvolve a própria noção de matemática. Não podemos esperar que a matemática represente qualquer unidade, desse modo, a que a noção de "matemática" se refere de fato? Muitas vezes nestas páginas tenho usado "matemática", assim parece muito tarde para reconsiderar a noção, mas deixe-me fazê-lo, de qualquer modo.

Poderia parecer uma boa idéia reconsiderar a observação de Wittgenstein sobre linguagens e jogos. Há muitas formas diferentes de jogos: futebol, vôlei, xadrez, cobra-cega, estátua, paciência, *video games*. O argumento de Wittgenstein é que, embora usemos a mesma palavra, "jogo", para todas essas atividades, não esperamos que "jogo" tenha qualquer característica comum. Podemos pensar, porém, sobre diferentes classes de semelhanças. Alguns jogos parecem-se, outros podem partilhar semelhanças. Não esperamos qualquer significado unificador de "jogo". E Wittgenstein continua: nem deveríamos esperar encontrar qualquer característica unificadora de "linguagem". Em vez disso poderíamos prestar atenção aos diferentes empregos da linguagem. Essa suposição representa um grande passo de Wittgenstein a partir do *Tractatus* para seu *Investigações Filosóficas*. De acordo com o *Tractatus*, faz sentido falar sobre *a* linguagem, mas em *Investigações Filosóficas* não há fala sobre *a* linguagem, mas sobre *linguagens* e sobre diferentes jogos de linguagem.

Se reconsiderarmos as posições clássicas na filosofia da matemática, tais como o logicismo, intuicionismo e formalismo, elas partilham a idéia de que a matemática é uma entidade. Embora não exista concordância sobre como caracterizar essa entidade, concorda-se que faz sentido pesquisar

uma característica unificadora, e falar sobre *a* matemática. Considerando recentes filósofos da matemática, como a perspectiva apresentada por Reuben Hersch, o quadro fica menos nítido. Aqui a matemática é caracterizada como as atividades matemáticas que realmente são efetuadas, e isso abre uma pluralidade de atividades. Contudo, eu tenho em mente uma pluralidade muito mais forte. Quando a matemática em ação foi discutida na Parte 2, prestamos atenção à modelagem matemática e a um uso mais técnico da matemática. Mas o pensamento matemático aparece em muitos contextos possíveis. "Matemática" não precisa referir-se apenas à matemática avançada, ou à matemática aplicada, ou à matemática em pacotes que fazem parte do aparato da razão. A matemática também é representada em contextos cotidianos.

Mais do que qualquer outro estudo de matemática, o enfoque da etnomatemática mostrou a pluralidade da "matemática". Podemos considerar diversas e diferentes atividades como matemática: os cálculos de mudanças em padarias; a resolução de equações cúbicas de lição de casa; a busca por algoritmos mais eficientes para a fatoração em números primos; a investigação do funcionamento do braço de um robô usando cálculo de matriz; a pesquisa em álgebra; a leitura de figuras estatísticas; o cálculo de estimativa de riscos conectados à construção de uma poderosa planta atômica; o planejamento da rota mais barata para ir, nas férias, a uma praia; a estimativa de quanto dar de gorjeta no restaurante; a construção do telhado de uma cabana; o peso de cestos; o tecer de uma blusa; o desenvolvimento do plano de construção de uma ponte; a montagem do horário do programa de uma conferência. Podemos encontrar matemática em todo lugar. E podemos encontrar muitos tipos diferentes de matemática em todo lugar. Como podemos esperar que exista qualquer característica comum? A matemática é desenvolvida por muitos diferentes grupos de pessoas em circunstâncias muito diferentes. Ela se refere a uma pluralidade de atividades.

Em seus estudos, Tine Wedege fez muitas observações sobre matemática no trabalho.[159] Por exemplo, ela observou como a pessoa (o "operador") responsável por carregar o avião tinha que levar em consideração certos números que indicavam o equilíbrio da nave antes da decolagem. A

159. Ver Wedege (2000, 2002a, 2002b).

bagagem tem que ser balizada em diferentes áreas, de tal modo que o fator equilíbrio fica dentro decerto intervalo. O cálculo real do fator equilíbrio é feito por um computador, de acordo com fórmulas, que apenas o engenheiro conhece. Contudo, a pessoa responsável por colocar a bagagem tem que efetuar o *input* no computador. A bagagem pode ser balizada de diferentes modos, e o que poderia ser feito tinha que ser julgado à luz da proximidade do fator equilíbrio nos limites da segurança. A pessoa tinha que fazer estimativas e julgamentos baseados em figuras e números, e devia saber a relação básica entre variações no fator equilíbrio e diferentes modos de rebalizar a bagagem. É realmente importante fazer algum re-balizamento? Isso não causaria um atraso? Como Wedege argumenta, a própria pessoa não pensa que está fazendo matemática. Ela está apenas "usando seu senso comum". Porém é possível interpretar toda a tarefa como envolvendo muita matemática na operação efetuada.

Em "To Know or Not to Know Mathematics, That is a Question of Context", Wedege entrevistou sua mãe, Ruth (em seus 70 anos à época da entrevista), que, de acordo com seu próprio julgamento, não tem feito qualquer uso de matemática. Durante a entrevista, a mãe explicou sobre os diferentes empregos que tinha tido. Trabalhou na administração da estrada de ferro local: "Eu estava calculando... por exemplo, se um pacote fosse enviado de um lugar do país (Dinamarca), tal como de Skagen a Rødby, então ele passava por toda uma série de pequenas estações privadas. Tínhamos, na época, uma rede de pequenas ferrovias privadas, pelo país, e quando elas se cruzavam e vinham para cá, eu me sentava, dividia e calculava sua parte financeira". O que cada pequena ferrovia deveria ter..." (Wedege, 1999: 216-217). Ruth trabalhou durante um período no escritório regional do porto: "Eu desenhava mapas da Zelândia e marcava com pontos as várias medidas que havia feito no mapa e modificações e... coisas como essas. E eu também fazia estatísticas de diferentes coisas e traçava curvas... de quantas estradas tinham tanto tráfego e quantos ciclistas... (1999: 217). Ruth e seu marido partilhavam uma paixão: bridge.[160] Depois que seu

---

160. Jogo de cartas entre quatro jogadores, dois contra dois, que utiliza as 52 cartas do baralho, em cuja etapa inicial (leilão) se determina se vai ou não haver trunfo e o naipe do mesmo, e quantas vagas a dupla vencedora do leilão prometeu e deve cumprir (nota da tradutora, cf. Houaiss, Antonio et al. *Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa*. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001).

marido morreu, a própria Ruth era quem organizava torneios de bridge e, em sua entrevista, Wedege pergunta como planejar um torneio com, digamos, 9 mesas: "Oh, isso é difícil. Cinco mesas são o mínimo. Você tem que planejar uma mesa e planejar como você vai avançar. Cinco mesas, isto é, dez pares, e eles têm que jogar 9 *rounds* se todos forem jogar contra todos. Três jogos em cada mesa, isto é, 27 jogos, e isso é suficiente para uma tarde. Mas se forem 6 mesas, esse é um número par, então as cartas têm que ser colocadas sobre as mesas 3 e 4. Elas não são jogadas. Isso é chamado um revezamento — para fazer com que tudo funcione. Mesas 1 e 6 partilham cartas" (1999: 221). Foi apenas quando Wedege pediu à Ruth para explicar os princípios para organizar torneios de bridge que Ruth explicou: "É tudo calculado matematicamente" (1999: 221). Como Wedege observou, esse foi o único momento durante toda a entrevista que Ruth ligou suas próprias competências à matemática.

Não há nada especial em carregar um avião de acordo com certos números, no sentido de que a matemática é uma operação por trás da tela, e que uma pessoa tem que operar em frente da tela, fazendo julgamentos e realizando ações à base do que a tela do computador mostra. Um tipo de matemática (no carregamento) se refere à operação que está por trás da tela, enquanto outros tipos de competências matemáticas estão em operação em frente da tela, embora freqüentemente essas competências não sejam catalogadas como matemáticas. A mesma situação é encontrada em muitas funções diferentes em emprego, em laboratórios, em lojas, bancos etc.[161] Organizar um torneio de bridge é um bom exemplo do modo pelo qual a matemática é colocada em operação em todos os tipos de atividades efetuadas em tempo livre, tais como uma viagem de férias, comprar uma blusa, cozinhar, ou estacionar um carro. A conclusão a ser tirada dessas observações é que não podemos pensar sobre nós mesmos como seres sociais, sem operar com matemática. Porém, a tradição matemática escolar nos impede de ver a matemática em operação em situações do cotidiano, apenas porque não há tanta matemática escolar nessas situações. Nenhuma simples equação é resolvida etc. Portanto, não é surpreendente que Ruth e muitas outras pessoas não reconheçam matemática em seus afazeres.

---

161. Ver, por exemplo, Noss, Hoyles e Pozzi (2000).

Previamente, enfatizei que a matemática em ação pode ser identificada em muitos conjuntos tecnológicos diferentes de aplicação, também, freqüentemente, muita bem escondida. Literalmente falando, a matemática está em toda parte. Mas a palavra "matemática", nessa última sentença, não é um termo bem definido. "Matemática" pode se referir a muitas e diferentes atividades. A palavra "matemática" não tem qualquer significado específico e bem definido. Ela tem tantos e tão diferentes significados quantos tem uma palavra como "jogo". Mantendo em mente que matemática também se refere a uma variedade de campos de pesquisa altamente especializados, não deveríamos esperar estar aptos a dar qualquer definição unificadora de matemática.

41

ENFRENTANDO UMA APORIA. Recapitulemos a idéia de que a posição sociopolítica da educação matemática é crítica. Isso significa, primeiro, que a educação matemática tem uma significância social, ainda que não devamos esperar ter acesso a qualquer análise clara do que essa significância poderia significar. A suposição é apenas que essa significância existe; assim, alguns processos sociotecnológicos tomariam diferentes caminhos se a educação matemática fosse radicalmente transformada. Segundo, significa que o papel social real da educação matemática não pode ser predeterminado por qualquer análise, digamos, a respeito da natureza da matemática. A educação matemática não tem qualidades intrínsecas, mas o papel sociopolítico dessa parte do sistema educacional pode ser implementado de diferentes formas, dependendo do contexto e da organização da educação. A função social da educação matemática não pode ser caracterizada simplesmente em termos positivos ou negativos. Afirmar que o papel da educação matemática é crítico, significa que ela deveria ser associada aos "horrores" e "maravilhas" na arena educacional.

De acordo com a suposição de progresso, a natureza do conhecimento científico e o valor intrínseco do conhecimento matemático tornam significante considerar a educação matemática como um processo de enculturação, o qual poderia trazer os estudantes *ao campo* da matemática. O relevante dessa enculturação é fornecer uma aprendizagem adequada do ambiente onde os estudantes podem ter experiências e construírem e negociarem seu conhecimento. Mas quando abandonamos a proteção da suposição do progresso e encaramos o paradoxo da razão, então a enculturação não pode ser tomada como um processo positivo simples e direto. Para ilustrar a complexidade do que a enculturação pode significar e para indicar, novamente, a natureza crítica da educação matemática, recapitularei alguns dos meus comentários prévios sobre inclusão e exclusão relacionados à educação matemática, bem como sobre a funcionalidade aparente de desqualificações.

A competência matemática é apresentada como sendo de relevância geral para a participação em uma democracia como cidadão ativo. Mas não se supõe que "educação matemática para a cidadania" é como se fosse o mesmo que "educação matemática para oportunidades individuais de emprego". Por um lado, podemos observar uma preocupação política geral para incluir todos na sociedade de hoje. Pelo menos essa preocupação é expressa em sociedades com gosto pela democracia social. Não apenas a escola serve como inclusão, também podemos observar uma preocupação relacionada à aprendizagem matemática de adultos para que consigam novas e melhores oportunidades de emprego. Aparentemente a educação matemática pode servir como um integrador social. Por outro lado, podemos observar fortes tendências de exclusão relacionadas à educação matemática. Podemos pensar sobre o grande esforço para colocar juntos os procedimentos de testar e apontar tendências, marcando claramente quais são os estudantes "adequados" à maior enculturação no mundo da matemática, e os que não o são. Inclusão e exclusão operam concomitantemente no âmbito da educação matemática. Poderia bem ser que a eficiência em termos de fornecer recursos humanos para o aparato da razão é mais bem adquirida pela produção de uma elite com habilidades criativas em matemática, e prestando menos atenção aos estudantes restantes. Talvez, a eficiência da educação matemática, servindo como um *input* para o desenvolvimento tecnológico, esteja funcionando bem, mesmo se uma proporção maior de pessoas jovens não consiga adentrar o fluxo. O elitismo pode ser uma parte funcional da educação matemática.

A educação matemática pode manter o desenvolvimento de: resolução de problemas, pensamento crítico, capacidades para participação no trabalho etc. Contudo, é reconhecido que nem todas as formas da educação matemática trazem consigo tais qualificações atraentes e que a tradição matemática da escola poderia ser criticada por má qualificação dos estudantes. Assim, a cultura de uma sala de aula que exercita uma ideologia da certeza pode ser vista como uma expressão dessa tradição, não realmente útil para o pensamento crítico e criativo em matemática. A tradição matemática escolar pode fornecer qualidades, como obediência, crença nos números, crença exagerada na autoridade etc. Esses aspectos são considerados conseqüências problemáticas da educação matemática. Mas, como indicado previamente, poderia ser o caso que essas competências, cultivadas pela tradição matemática da escola, de fato hoje tenham uma função na sociedade. Em muitos empregos, é essencial que as pessoas sigam manuais e prescrições. Imagine um assistente de laboratório inspirado por uma criatividade arrojada. Confiar em números pode ser funcional, quando esquemas de novas produções têm que ser implementados, seguidos e aceitos pelos trabalhadores. Pode ser que essas conseqüências da tradição matemática da escola, embora desconsideradas pelo discurso progressista oficial, sirvam como uma função relevante na sociedade de hoje. A tradição da matemática escolar pode preparar estudantes para funcionar em funções de emprego subordinadas no processo de produção, onde cuidado e obediência são qualidades essenciais. Essa tradição pode cultivar uma docilidade que qualifica a maioria para operar de um modo acomodado na sociedade de hoje.

A inclusão restrita e a funcionalidade aparente da desqualificação destacam de novo a situação crítica em que a educação matemática está operando. O que significaria encarar essa situação? Eu considero que não podemos escapar da incerteza que a caracteriza, mas também considero que essa incerteza solicita responsabilidade. A lacuna entre incerteza e responsabilidade não pode ser preenchida com uma crítica bem fundada. Tenho sugerido que pensamos crítica como um convite a compartilhar algumas preocupações. Isso não parece muito, e eu não posso supor que seja. Limito-me a esclarecer esse "convite para compartilhar preocupações" em termos filosóficos. Considero algumas noções e tento torná-las mais "sensíveis" aquelas preocupações às quais eu havia me referido previamente e que também me preocupam. Desse modo, desejo preparar um discurso sobre educação matemática que pode ser significativo para uma educação

matemática crítica. Como eu vejo, fazer filosofia significa trabalhar a fundo com conceitos.

Eu reconsidero nove diferentes noções: *matemática, conhecimento, reflexão, aprendizagem, aprendizes, conflito, matemácia, guetorização e globalização.* Eu quero considerar o seguinte: (a) A matemática poderia ser sobre o quê? Isso levanta as questões ontológicas clássicas com respeito à matemática, e o platonismo tem sugerido o realismo; porém, outras posições são possíveis, inclusive posições realistas. Eu sugiro um realismo da matemática em ação. (b) Como caracterizar o conhecimento? Essa é uma questão clássica em filosofia, e desde Platão, os filósofos vêm tentando elaborá-la. Sugiro que uma conexão conceitual íntima seja estabelecida entre conhecimento e ação. Isso também torna possível considerar o conhecimento como poder. (c) Como considerar a natureza da reflexão? É possível identificar diferentes conceitos de reflexão. Considero (alguns tipos de) reflexões como sendo públicas e coletivas, e também faço comentários sobre reflexões e poder. (d) Como considerar a natureza da aprendizagem? Essa questão tem sido abordada por teorias de aprendizagem, sendo possível identificar diferentes conceitos de aprendizagem. Considero aprendizagem como interação e algumas aprendizagens como baseadas em diálogo. (e) Como ver os aprendizes? Muitas teorias de aprendizagem parecem considerar os aprendizes como sendo aprendizes em tempo integral. Sugiro que os estudantes tornem-se "realizados" como seres humanos com horizontes futuros e solos pretéritos.[162] (f) Como encaminhar o contexto da aprendizagem e da escolarização? Sugiro que esse contexto seja considerado de modo cruzado com conflito e crises. (g) Como trazer mais significados à noção de matemácia? Essa questão concerne à prática, assim como ao aspecto utópico da educação matemática crítica, e eu tento relacioná-la à capacidade de ler e escrever, assim como à noção de esperança. Depois de ter considerado essas questões, novamente considero a educação matemática com referência a (h) processos de guetorização e (i) processos de globalização. Essas duas últimas questões dizem respeito ao contexto último da educação matemática.

Por meio dessas considerações, eu tento estabelecer uma sensibilidade conceitual, a qual nos leva para uma filosofia crítica da educação mate-

---

162. Traduzi *background* como solo pretérito, buscando um modo adequado em português para dizer das experiências de fundo que dão sustentação às ações atuais e *foreground* como horizonte futuro para dizer das possibilidades que se abrem (nota da tradutora).

mática. Previamente, eu publiquei *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. Se considerar o que tento fazer agora, não parece que tenha feito muito progresso: quanto tempo é preciso para mover-se em direção a algo? De qualquer modo, estou preocupado em estabelecer uma sensibilidade conceitual em uma situação onde a própria razão, na forma de um aparato da razão, nos traz incertezas e, portanto, emerge uma exigência ética sobre responsabilidade.

42

MATEMÁTICA PODE SER REAL. Que noções matemáticas estão sendo referidas? Matemática deve ser sobre algo, e como a matemática parece ser apta a estabelecer verdades necessárias, então a matemática deve ser sobre algo universal, algo que partilhe da eternidade. Com tal linha de pensamento, facilmente encontramos Platão; pois o que parece mais óbvio do que afirmações matemáticas falando de verdades sobre objetos eternos, e do que, portanto, verdades matemáticas tornando-se verdades eternas (ou necessárias)? A ontologia matemática encaminha a questão: A que se refere a matemática? E o platonismo responde: a objetos eternos.[163]

Também podemos pensar sobre a matemática como sendo sobre construções humanas. Porém, poderiam tais construções estabelecer um tipo de existência de entidades matemáticas? Realismo em matemática não precisa tomar uma forma platônica; assim, a noção de um "realismo construtivo" foi apresentada por Jessica Carter (2002).[164] É claro que vejo essas observações como sendo interessantes e relevantes, e sigo uma interpretação realista da matemática, porém, certamente, não-platônica. Assim, eu não vejo os conceitos matemáticos e suas possíveis referências como um ponto de partida adequado para considerações sobre matemática e realidade.

Seguindo as sugestões de Wittgenstein, evitar um comprometimento ontológico significa evitar jogar uma linguagem regular de jogo. Imagine que eu esteja vendo uma partida de futebol na televisão. O Brasil está vencendo por 2-0. Contudo, acabo ficando em dúvida sobre a existência do mundo externo, e pergunto à pessoa que está perto de mim:

— Você tem ceteza de que o Brasil está jogando agora?

— Claro, ela responde, a transmissão é direta.

— Eu sei disso, mas, de qualquer modo, duvido que o Brasil de fato esteja jogando. A pessoa poderia perguntar se eu não conheço as cores da camiseta do Brasil.

— Eu sei, eu sei, ela é amarela e o calção azul. Mas ainda imagino se o jogo poderia existir fora do escopo de minha experiência ou se é apenas um fenômeno que pertence à minha experiência particular.

— Você está louco?, essa pessoa poderia perguntar.

— Não, não, eu responderia, estou apenas fazendo filosofia. Veja, estou apenas reconsiderando a possibilidade, sugerida pelo construtivismo radical, de evitar um comprometimento ontológico. Aqui termina nossa conversação.[165]

Para fazer com que certa discussão filosófica sobre ontologia tenha sentido, é importante entrar em um discurso específico e assumir determi-

163. O platonismo parece ser o trabalho filosófico (implícito) para muitos matemáticos, e tem sido fortemente mantido por, por exemplo, Frege, Russell (às vezes), Hardy e Gödel. Frege afirma que é importante fazer uma distinção entre sentido e referência, e a referência do conceito matemático vem a ser a extensão do conceito. Assim, a extensão do conceito de vermelho vem a ser o conjunto de coisas vermelhas e a extensão do conceito de dois vem a ser o conjunto de todos os números pares.

164. Há muitas possibilidades para posições realistas não-platônicas, e o realismo construtivo é uma delas. O objetivo de Carter (2002) é apresentar uma posição sobre a natureza de objetos matemáticos que reflete a prática da matemática moderna. Carter resume do seguinte modo: "... de acordo com o realismo construtivo, os objetos matemáticos são introduzidos e criados pelos matemáticos. Depois que um objeto matemático foi introduzido, existe um objeto abstrato. Nesse contexto, um objeto abstrato deveria ser compreendido como um objeto conceitual que é introduzido pelos seres humanos e assim ele existe no tempo, mas não no espaço" (Carter, 2002: 121). Eu considero interessante identificar uma posição filosófica nessas linhas. Contudo, reconsiderando o que eu, no Capítulo 40, disse sobre a noção de "matemática", considero que muitos mais agentes construtores do que matemáticos estão envolvidos na produção de objetos e realidades matemáticas. (As formulações de Carter não excluem essa possibilidade, embora sua pesquisa concentre-se sobre a prática de matemáticos.) Para comentários sobre o realismo veja, por exemplo, Maddy (1990).

165. Ao formular esse pequeno relato, inspirei-me em observações irônicas feitas por Wittgenstein sobre confusões de jogos de linguagem. Wittgenstein observou que pseudoquestões filosóficas surgem de uma troca no jogo de linguagem. Veja, por exemplo, as observações de Malcolm (1967) sobre a crítica exaltada de Wittgenstein sobre "Proof of an External World" de Moore.

nada perspectiva. Considero discussões sobre ontologia interessantes, mas eu não quero entrar em argumentos elaborados a favor ou contra o realismo. Vou apenas me referir ao modo pelo qual Moore afirmou estar apto a provar a existência do mundo externo.[166] Imagino que Moore estava dando uma palestra e ele levantou sua mão direita e perguntou se todos podiam vê-la. Como a resposta foi "sim", Moore afirmou que ele tinha completado sua prova. Ele perguntou se alguém desejava ver outra prova, e ele levantou sua mão esquerda. Que tipos de provas são essas? Para mim, a resposta de Moore e sua respectiva justificativa nada têm a ver com a observação empírica, mas com a escolha de um quadro conceitual, e de um modo provocativo Moore sugeriu seguir o uso do senso comum, sobre uma noção como realidade externa. Sigo a mesma sugestão, e isso inclui uma sugestão sobre o que considerar quando nos perguntam do que a matemática trata.

Em vez de discutir matemática e realidade em termos de referências possíveis para conceitos matemáticos, desejo considerar a matemática como um recurso para a ação, e em minha discussão sobre matemática e realidade eu me concentrarei sobre tais ações. Eu apenas tomo como dado que essas ações são efetuadas no mundo real. Elas ocorrem no mundo em que dirigimos e estacionamos nossos carros, velhos e novos. É o mundo sobre o qual lemos nos jornais, e no qual o Brasil está jogando futebol. Não estou falando de um mundo privado e interno de experiências, nem sobre um Terceiro Mundo de construções racionais. Não estou falando sobre qualquer mundo cuja existência colocamos em dúvida. Não estou falando sobre qualquer mundo platônico. (Enfatizo novamente que eu não considero as discussões clássicas sobre ontologia da matemática sem interesse. Eu apenas as vejo como pertencendo a um discurso diferente que não me ajuda a encaminhar o que poderia ser feito pela matemática.)

A matemática fornece recursos para a ação e pode se tornar uma parte dessa ação. Em particular, discutimos a matemática como um recurso para ações sociotecnológicas. Primeiro, a matemática abre novas possibilidades. Ela pode ser comparada com a imaginação sociológica ao auxiliar a apresentar alternativas para uma dada situação, embora essas alternativas sejam particulares. Segundo, a matemática assegura possibilidades para investigar aspectos particulares de uma situação-ainda-não-realizada. Esse tipo de investigação é referido como um raciocínio hipotético. Contudo, a situação hipotética não é idêntica à situação efetuada, e o raciocínio hipotético poderia supervalorizar aspectos essenciais dessa situação. Terceiro, quando consideramos a situação realizada, podemos testemunhar a matemática em operação. A matemática se torna realizada. Esse relato da matemática em ação foi apresentado com referência ao exemplo do modelo de reservas para linhas aéreas, do modelo ADAM, bem como a formas mais ou menos avançadas de modelagem matemática. Além disso, a matemática em ação também constitui muitas práticas cotidianas. Por exemplo, uma indicação é dada pelas transações financeiras. Deveria eu comprar um carro? Meu carro está velho. Eu gosto dele, mas os custos dos consertos já não são mais pequenos. Ele gasta muito combustível, comparado com modelos mais novos. Mas se eu comprar um novo modelo, então tenho que emprestar dinheiro de um banco. Sem dúvida, o banco ficará feliz de me emprestar dinheiro, mas quanto isso afetará minha situação financeira? Assumamos que eu mantenha meu carro velho. Qual então seria o custo médio por quilômetro, consideradas todas as despesas? Ou eu deveria parar de usar o carro e usar um transporte público? Passa o tempo e um novo problema surge com o carro velho, o breque precisa de um reparo, substancial. Isso eu não havia incluído em meus cálculos. Para mim não há nada de particular sobre essas considerações relacionadas a comprar um carro. Elas representam os três aspectos que associei com a matemática em ação. Eu poderia ter considerado muitas outras questões financeiras. O argumento é que o modo pelo qual recursos matemáticos de tomar decisão no cotidiano são usados não é diferente daquele modo usado em tomadas de decisões a respeito de ações sociotecnológicas. A matemática está em toda parte, e a perspectiva da matemática em ação também pode ser usada de maneiras muito diferentes no uso cotidiano da matemática.

Algo construído pode ser algo real, como um edifício. Uma catedral é real, embora pudesse ser diferente. Por trás de sua existência está uma tarefa complexa de construção, envolvendo arquitetos, construtores que usam todos os tipos de ferramentas, investidores, e aqueles com fortes opiniões sobre onde a catedral deve ser construída. Há uma rede toda de atividade

166. Veja "Proof of an External World" em Moore (1993). Essa prova foi primeiramente publicada no *Proceedings of the British Academy* 25, 1939, 273-300.

por trás da construção de uma catedral. Considero que a construção da matemática pode ser comparada com tal construção. A matemática poderia, então, ser comparada com uma catedral? Dificilmente. Como já enfatizei, a "matemática" pode se referir a uma grande variedade de atividades. Talvez fosse melhor comparar a "matemática" não apenas com uma "catedral", mas também com "casas" ou "edifícios" em geral. Como pode haver muitas formas diferentes de casas, assim também há diferentes "matemáticas". E todas essas construções podem ser reais; não são apenas construções privadas como sugerido pelo construtivismo radical. Mas pode ser que a comparação da "matemática" com "casas" também seja um erro. Pode ser que "matemática" signifique um processo e não, antes de tudo, um produto. Assim, pode ser que a "matemática" seja mais bem entendida como "construção de uma casa" em todas as suas muitas formas, incluindo os resultados de tais procedimentos de construção. Como indicado por essas observações, penso ser possível considerar o realismo construtivo como um ponto de partida para uma filosofia da matemática.

A matemática pode ser real no sentido de que é parte das ações sociotecnológicas bem como das ações do cotidiano. *Eu sugiro um realismo da matemática em ação como sendo parte de um trabalho filosófico da matemática crítica.* Essa é minha sugestão de como tornar a noção de "matemática" sensível à situação indicada pelo paradoxo da razão.

43

CONHECIMENTO PODE SIGNIFICAR AÇÃO. O conceito de conhecimento tem sido discutido com referência à sociedade informacional, e ele tem sido colocado no centro do desenvolvimento socioeconômico, como fez Bell ao propor uma teoria do valor do conhecimento. Faz sentido falar em sociedade do conhecimento, sociedade da aprendizagem, e sobre uma economia da aprendizagem. O conceito de conhecimento é também colocado no centro da epistemologia filosófica que encaminha os fundamentos e o desenvolvimento do conhecimento. Além disso, uma interpretação do conhecimento é crucial para qualquer teoria da aprendizagem, incluindo aquelas

que consideram a aprendizagem da matemática. Até agora, eu usei a palavra "conhecimento" muitas vezes e, é claro, não de modo uniforme. Isso não é simplesmente falta de consistência, mas também porque conhecimento, como matemática, é um conceito com usos e significados muito diferentes e não podemos assumir significados compartilhados sob a multiplicidade de usos.

De qualquer modo, agora eu faço alguns comentários sobre "conhecimento". Desde a discussão de Platão, no *Teéteto*, tem sido clássico considerar o conhecimento como crenças justificadas, verdadeiras.[167] Contudo, não penso em conhecimento como um tipo de crença. Não estou indo na direção de qualquer "mentalismo" na definição de conhecimento. Para mim conhecimento se relaciona à ação. Isso não significa que todo tipo de conhecimento pode ser relacionado à ação. Apenas afirmo que algum tipo de conhecimento inclui uma relação íntima com a ação. Conecto conhecimento e ação em minhas discussões anteriores a respeito de matemática em ação. Assim, o conhecimento da matemática cotidiana pode ser efetuado por atos de calcular, estimar, julgar, corrigir. E muita matemática é efetuada por meio do aparato da razão.

A relação entre conhecimento e ação também pode ser encontrada na discussão de conhecimento tácito.[168] Essa é uma forma de o conhecimento não ser expresso em palavras e conceitos, mas em termos da ação que o contém ou expressa. É interessante discutir a dimensão tácita do conhecimento, mas aqui eu não estou interessado no conhecimento *tácito* como sendo *tácito*, porém como *conhecimento*. Como é possível afirmar que o conhecimento tácito é conhecimento? O argumento é que conhecimento pode ser expresso de diferentes modos, não apenas em formulações explícitas e verbais, mas, também, indiretamente, em modo de ação. O conhecimento tácito não tem manifestações conceituais bem definidas, mas manifestações em ações. Porém, o que faz sentido sobre a relação entre conhecimento tácito e ações faz sentido para outros tipos de conhecimento também. Do

167. Para dizer de modo mais formal: "*A* conhece *p*" é equivalente a (a) "*A* acredita em *p*", (b) "*p* é justificado" e (c) "*p* é verdade" (veja, por exemplo, Capítulo 1; "The analysis of knowledge that *p*" em Sosa (1991).

168. Ver Polanyi (1966).

mesmo modo que o conhecimento tácito pode se manifestar em ações, também pode assim se manifestar qualquer tipo de conhecimento, incluindo aquele que é altamente conceituado, como é via de regra o caso do conhecimento matemático. Eu estou interessado na parte ativa do conhecimento, seja ele tácito ou não. Quando eu quero enfatizar isto, eu falo em conhecimento em ação.

Para mim, as noções de conhecimento e de justificativas estão relacionadas. Temos que considerar, contudo, o que é justificado. Na epistemologia clássica, antes de tudo, é uma afirmação que é justificada. Uma afirmação pode ser verdadeira ou falsa, e para conhecer uma proposição *p*, temos que fornecer algumas justificativas da verdade de *p*. Porém, se o conhecimento não apenas for concernente a proposições, mas também envolver ações, então o procedimento da justificativa deveria encaminhar algo diferente de proposições. Normalmente, uma justificativa de uma ação não é considerada ser do mesmo tipo que a justificativa de uma afirmação. Podemos falar de uma ação como sendo razoável, lícita, adequada, justa. Mas é difícil pensar em uma ação como sendo verdadeira ou falsa. Em alguns casos, uma justificativa do conhecimento em ação pode ser expressa em termos econômicos. Conhecimento em ação transforma-se em bem para vender; pense, por exemplo, a respeito de pacotes eletrônicos. O desenvolvimento do conhecimento pode estar sujeito à lógica da demanda. Conhecimento poderia ser item para produção. Também poderia ser meio de produção. O aparato da razão, incluindo a matemática em ação, representa interesse nos negócios. Se considerarmos o conhecimento no ambiente do aparato da razão, torna-se muito mais complexo indicar o que queremos dizer com justificativa. Fomos muito longe além das formas clássicas de justificar, que trabalham com valores verdades nas afirmações e nas teorias. Uma justificativa do conhecimento em ação também pode ser pensada em termos de reflexão, considerando, por exemplo, em que extensão uma ação poderia ser "justa". Assim, embora uma justificativa de afirmação possa ser pensada em termos lógicos, uma "just(a)"-ificativa de ações pressupõe considerações muito mais abrangentes e éticas. Isso também se aplica à matemática em ação. Para discutir aqueles horrores e maravilhas que fazem parte das ações originadas na matemática e incluídas na propensão do aparato da razão, a reflexão torna-se indispensável.

Deixe-me fazer um comentário adicional sobre a ação recíproca tão cuidadosamente encaminhada por Foucault, entre conhecimento e poder. Para mim, um lugar muito importante para trabalhar essa reciprocidade é na matemática em ação, como um exemplo do conhecimento em ação. Aqui, formas tradicionais de justificar resultados matemáticos interferem com interesses pragmáticos em desenvolver novas tecnologias, *software*, sistemas inteligentes, formas de gerenciamento etc. Justificativa mistura padrões paradigmáticos internos para uma boa pesquisa (por exemplo, no que concerne ao rigor da prova) com prioridades econômicas. O discurso da justificativa expresso em valores verdades é superado por um discurso da justificativa que se refere a muitas outras questões. A reciprocidade conhecimento-poder é colocada em operação.

Apontar conexões entre conhecimento e poder poderia acabar com o cinismo epistêmico: — Veja, não há verdade para ser encontrada, assim, "busca da verdade" é uma tarefa impossível. O argumento mais forte vence. E "mais forte" não se refere a poder lógico, mas a outras formas de poder. Conhecimento não é uma expressão de *insight* poderoso, não é nada a não ser uma marca pomposa que cobre interesses do poder.

44

REFLEXÕES PODEM SER PÚBLICAS. Não há nada surpreendente na reflexão sobre o que fizemos ou sobre o que poderíamos estar fazendo. Reflexão sobre ações e suas implicações são um caso paradigmático de refletir. Uma variedade de autores se referiu às reflexões dessa natureza. Assim, Freire é cuidadoso ao relacionar reflexões e ações, enfatizando que ações sem reflexões podem transformar-se em ativismo, e reflexões sem ações, por sua vez, podem se tornar um verbalismo.[169] Para Freire, reflexões significam um elemento da vida cotidiana. Eu sugerirei um realismo, também com referência às reflexões.

169. Ver Freire (1972: 60 e seguintes).

De uma determinada perspectiva religiosa ou dogmática, poderia ser afirmado que algumas ações podem ser boas em si: por exemplo, aquelas que estão de acordo com a vontade de Deus ou dos soberanos, incluindo as próprias ações de Deus ou dos soberanos. Contudo, é raro poder esperar que qualquer ação seja boa em si e por si. A qualidade de uma ação não é predeterminada pelos seus recursos ou pelas pessoas ou agências que realizam a ação. Esse também é o caso mesmo quando o recurso é a matemática. O que quer que possamos associar com qualidades da matemática (encadeamento lógico, abstração, consistência etc.), essas qualidades não trazem qualquer qualidade particular para as ações que são mantidas pela matemática. Nenhuma pureza da matemática traz inocência à matemática em ação. Reflexão sobre a ação é necessária, e isso também vale para a matemática em ação.

Não questiono que muitas noções diferentes de reflexão sejam possíveis — o construtivismo radical documentará isso. Minha preocupação, contudo, é apontar uma concepção de reflexão que se relacione ao realismo da matemática em ação. Deixe-me fazer quatro comentários que indicam a complexidade de conceituar reflexão.

Primeiro, quem reflete? O construtivismo radical dá uma resposta clara a essa questão. Reflexões solicitam introspecção e endereçam às experiências pessoais. Reflexões podem fornecer uma reorganização funcional das experiências, e conhecimento pessoal pode tornar-se viável. Reflexões são estritamente individuais, como são individuais o conhecimento e a dor de cabeça. Contudo, eu não vejo reflexões como relacionadas, antes de tudo, à introspecção. Não estou dizendo que não haja nada denominado introspecção, mas concordo com Wittgenstein que introspecção não pode ser considerada um tipo de terceiro olho, apontando para dentro, por meio da qual observamos a miscelânea que poderíamos ter feito de nossas experiências, e por meio da qual tentamos estabelecer algum tipo de ordem funcional. Eu apenas considero que a noção de reflexão, que é inspirada pela concepção de Locke de reflexão como "percepção interna", é conceitualmente problemática. Vejo a reflexão como se referindo a considerações interpessoais; e eu relaciono reflexões a inter-ações. Refletir pode ser visto como um empreendimento coletivo. Os recursos para a reflexão não precisam ser

uma energia mental interna, mas podem ser estabelecidos por meio de padrões de comunicação.[170]

Segundo, o que poderia ser trabalhado pelas reflexões? Reflexões tratam de algo real e público. Elas não estão apenas focalizando pequenas, mas diferentes, experiências pessoais. Quando as reflexões são dirigidas às ações, estão abrangendo mais do que experiências pessoais. Estão abrangendo eventos reais, e em muitos casos esses eventos afetam muitas pessoas. Em particular, a reflexão pode tratar da matemática em ação e o que pode ser feito por meio da matemática. Por meio dessas observações eu aponto para uma interpretação de reflexão que ressoa no realismo da matemática em ação. Cálculos podem ser desenvolvidos e um modelo matemático como ADAM pode ser trazido à operação para esclarecer possíveis implicações de diferentes intervenções políticas e econômicas. E qualquer que seja a conclusão a que se pode chegar, as decisões têm que ser tomadas. A matemática é colocada em ação. A matemática se torna realizada e as reflexões podem ser encaminhadas ao que é realizado.

Terceiro, as reflexões são boas? Quando consideramos o modo pelo qual a noção de reflexão tem sido usada, parece claro que refletir é importante e deveria ser recomendado e facilitado. Assim, anteriormente, eu sugeri que crítica e reflexão são atividades similares. Fazer uma crítica ou desenvolver uma reflexão são empreendimentos válidos. Quando o paradoxo de que ciência e matemática poderiam acarretar "maravilhas, assim como horrores" foi formulado, também foi enfatizado por D'Ambrosio que "grande parte desse paradoxo tem a ver com ausência de reflexão e de considerações sobre valores na universidade, particularmente nas disciplinas científicas, tanto em pesquisa, quanto na educação" (D'Ambrosio, 1994: 443). Não há dúvida que nessa formulação D'Ambrosio apresenta reflexão como algo atraente. Mas algumas afirmações poderiam ser incluídas em tais formulações. É possível usar a noção de reflexão de um modo ambíguo. É possível refletir sobre como negócios secretos podem ser escondi-

170. Alrø e eu temos designado uma grande parte de nossas investigações como comunicação na aula de matemática para identificar padrões de comunicação. Alguns desses padrões caracterizamos como atos dialógicos, que consideramos recursos para reflexões. Veja também Alrø e Skovsmose (2002).

dos, sobre como alguns quadros econômicos poderiam ser alterados, sobre como crime econômico poderia ser efetuado. Não há limite sobre o que pode ser tratado pela reflexão, e de quais perspectivas duvidosas a reflexão pode ser desenvolvida. É difícil operar com a noção de reflexão, sem incluir uma bagagem de suposições epistemológicas. Todavia, eu uso reflexão como algo que deve ser recomendado.

Quarto, as reflexões são poderosas? Essa poderia ser uma questão fácil, visto que a resposta parece ser "não". Mas vamos reconsiderá-la. Se assumirmos que as reflexões são algo a ser recomendado, então podemos assumir que, por meio delas, é possível distinguir entre conhecimento constituído por interesses epistêmicos genuínos e conhecimento guiado por, digamos, interesses de negócios egoístas. Se assumirmos a perspectiva do cinismo epistêmico, então uma preocupação com estabelecer tais distinções é ingênua. Dessa perspectiva, poder e conhecimento são mistos, e não há posição a partir da qual possamos fazer qualquer diferenciação. Não é assim que eu vejo, mas tenho que ser cuidadoso em minhas formulações. Considero que conhecimento e poder representam uma mistura integrada, e que a matemática em ação está posicionada no centro dessa mistura. Além disso, eu considero a reflexão uma atividade fraca, no sentido de que não podemos desejar efetuar uma grande mudança por meio de reflexões. Para expressar isso um pouco diferentemente, retornemos à noção de reflexividade, como definida por Beck. Reflexividade se refere aos processos sociotecnológicos retroativos e implica que a produção do passado tenha conseqüências em relação ao que estamos esperando no futuro. Podemos relacionar reflexividade à refletividade. A noção de *refletividade*, introduzida por Kathrine Krageskov Eriksen (2003), refere-se ao processo de reflexões. Usando essas duas noções, minha idéia pode ser expressa como: processos de refletividade são mais fracos do que processos de reflexividade. Ou, em outras palavras: estamos aptos a fazer muito mais coisas do que estamos aptos a conceituar. Isso não implica, contudo, que refletividade não tenha significado. Se essa formulação significar, que eu presumo, como que há algumas perspectivas que podem diferenciar conhecimento de algumas formas (ilegítimas) de poder, então que isso fique assim.

45

APRENDIZAGEM PODE SIGNIFICAR DIÁLOGO. O "sujeito que aprende" pode ser definido como a "unidade" que é a base natural dos processos de aprendizagem. De acordo com o construtivismo radical, não há dúvida: como processos individuais de construções são as origens do conhecimento, o "sujeito que aprende" deve ser o indivíduo. Negar isso causaria uma contradição conceitual. O ambiente de aprendizagem, incluindo outras pessoas, pode apenas considerar facilitadores de aprendizagem. *Epistemologias monológicas* consideram o sujeito que aprende uma pessoa individual, e definem os processos de vir a conhecer como antes de tudo ocorrendo no indivíduo. A epistemologia genética de Piaget é um caso de epistemologia monológica, como também é o construtivismo radical como apresentado por Glasersfeld. Contudo, podemos pensar em um grupo de pessoas, ao invés de uma pessoa individual, como sendo o "sujeito que aprende". Isso nos leva a um modo diferente de falar sobre aprendizagem. Uma *epistemologia dialógica* descreve os processos de vir a conhecer como envolvendo mais do que uma pessoa. Nesse caso, noções como operação, interação, comunicação e diálogo tornam-se importantes.[171] Podemos ver o sujeito que aprende como sendo um grupo co-operando, e esse grupo pode "incluir" ferramentas (ou tecnologia, ou mídia) como uma parte integral.[172] Aprendizagem pode significar co-operação com ferramentas. Podemos ver o sujeito da aprendizagem como parte de uma rede, que inclui seres humanos e elementos não-humanos. O sujeito da aprendizagem pode então ser definido em termos de relacionamento interpessoal, bem como em termos de relações humano-tecnológicas. O sujeito da aprendizagem torna-se uma unidade relacional.[173]

---

171. Para uma discussão de epistemologias monológica e dialógica, ver também Alrø e Skovsmose (2002).

172. Borba (2005); e Borba e Villarreal (2005) definem seres-humanos-com-mídia como sujeitos de aprendizagem. Sobre a perspectiva ontológica que embasa o relacionamento dialógico, ver Bicudo, M. Ap. V. (1978).

173. Para certo estudante que tenha acabado de ir mal em um teste, aprendizagem poderia parecer estritamente individualizada. Há perspectivas a partir das quais simplesmente não faz sentido pensar o sujeito da aprendizagem como uma unidade relacional.

A aprendizagem pode ocorrer de muitas formas. Estudantes podem aprender alguma matemática. Podem também aprender a fazer exercícios, lição de casa, esconder que a lição de casa não tenha sido feita, fazer amigos, jogar futebol, roubar maçãs, e tomar drogas. Tudo pode ser aprendido na escola, e também fora da escola. Qualquer que seja o tipo de aprendizagem no qual estamos interessados, considero importante focar as teorias dialógicas de aprendizagem, que tentam dar conta da aprendizagem como derivando da interação. Em particular, acho importante encaminhar os muitos *insights* diferentes que a aprendizagem poderia tornar possíveis. Coisas boas, como horríveis, poderiam ser aprendidas (e em muitos casos não é possível distinguir entre o que é aconselhável aprender e o que seria melhor ficar sem aprender). As teorias de aprendizagem devem tentar fornecer um quadro disso tudo.

Diferentes tipos de interação podem fornecer diferentes formas de aprendizagem. Um professor pode ser brincalhão e tal padrão de comunicação pode implicar que matemática seja aprendida de uma certa forma. Em *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*, Helle Alrø e eu discutimos diferentes formas de comunicação na sala de aula.[174] Comunicação e interação, em geral, são constituídas por aqueles que estão interagindo, assim a interação é diferente da "soma" das ações individuais. Pode haver formas diversas de comunicação, e algumas delas podem ser chamadas dialógicas. Descrevemos diálogo como incluindo: (a) fazer um inquérito; (b) correr risco; e (c) manter igualdade. A razão pela qual estamos interessados em diálogo é que consideramos que essa forma de interação pode prover a aprendizagem com qualidades particulares. Contudo, deixe-me primeiro fazer alguns comentários sobre essas características do diálogo.

Sugerimos *fazer um inquérito* como elemento do diálogo para enfatizar que os processos epistêmicos estão envolvidos. Imagine que alguém afirme: — Eu tive um diálogo com alguns dos meus vizinhos em uma festa. — Do que vocês falaram?, pode-se perguntar. — Nada em particular, foi mais um entretenimento. Contudo, como escolhemos usar a palavra, não devemos pensar nessa conversação como um bom exemplo de diálogo. Reservamos a noção de diálogo para comunicações que objetivam exemplificar ou esclarecer algo. Isso também significa que um diálogo inclui uma exploração de perspectivas. Como parte do diálogo, uma pessoa pode fazer uma observação, que pode não parecer tão relevante aos outros. Contudo, a observação poderia ser relevante quando olharmos a situação de um ponto de vista particular. Novas perspectivas podem ser trazidas ao diálogo. Isso não precisa significar que todos venham a aceitar uma perspectiva particular, mas, para manter um diálogo, é importante explorar de que perspectivas as contribuições são feitas. Além disso, é possível que novas perspectivas sejam construídas como parte do diálogo. É sempre uma possibilidade que a questão encaminhada no diálogo possa ser vista de um novo modo que, no começo do diálogo, não estava presente para nenhum dos participantes. Quando falamos de diálogo como fazendo um inquérito, também temos em mente a construção de novas perspectivas.

174. O que segue é baseado em Alrø e Skovsmose (2002).

Não há um procedimento claro de como levar o diálogo ao passo seguinte. Qualquer passo posterior é iluminado pelo que foi dito e pelo que poderia ser dito. Isso significa que um diálogo é indeterminado. É um fim aberto. Não é como se se fizessem observações a respeito de um espaço particular para respostas possíveis. Não há um "algoritmo" que possa guiar o avanço de um diálogo. Não há ninguém encarregado do diálogo, mas também o diálogo não é um fluxo livre de comentários. Pode prover um *insight* que não havia sido esperado. Pode fornecer novas perspectivas surpreendentes sobre certa questão. É possível experienciar excitação, dúvida, curiosidade, mas também desnorteamento, angústia e frustração. Um diálogo também pode não nos levar a lugar algum. Ele envolve *correr riscos*.

O que está em jogo em uma discussão, mas não em um diálogo, pode ser o "vencer o debate". Isso pode certamente trazer raiva e frustração. O surgimento desses sentimentos pode indicar que estamos no caminho de abandonar o diálogo, uma vez que sua característica essencial é manter a eqüidade. Isso não significa que somos iguais no sentido de que deveríamos agir como se todos soubéssemos a mesma coisa. Um professor e um estudante podem ser diferentes, mas podem de qualquer modo entrar em uma situação de diálogo como iguais. Aqui igualdade, entre outras coisas, refere-se à idéia de que discussões, afirmações e boas razões não têm um poder especial apenas porque são estabelecidos por alguém que está em uma posição mais poderosa. Quaisquer discussão ou afirmação pode obter força apenas a partir de seu próprio conteúdo e não a partir das pessoas (ou das posições) que a apresentem. Naturalmente, há muitos elementos emocionais ligados à exigência de *manter igualdade*. Quem está interrompendo quem, e de que modo? As interrupções algumas vezes podem ser construtivas, mas o oposto também é possível. Quem está mantendo o diálogo com uma nova idéia? E como essa idéia é introduzida? Eqüidade não é fácil de ser mantida.

Quando o processo de ensino e aprendizagem é rico em diálogos, falamos sobre aprendizagem dialógica. Certamente nem todos os tipos de processos de ensino e aprendizagem são dialógicos — como, por exemplo, parece quando o professor conduz o processo em termos de ordens e prescrições, ou quando, como ocorre freqüentemente no ensino tradicional da matemática, um certo padrão de comunicação é assumido. Todos os tipos de ensino e aprendizagem deveriam ser dialógicos? A resposta é "não". Por exemplo, quando o bombeiro precisa aprender certas rotinas, essenciais para sua sobrevivência e para a eficiência do processo de resgate, muito diálogo poderia obstruir o ponto central do ensino. Uma razão importante ao considerar processos dialógicos de ensino e aprendizagem, contudo, relaciona-se às qualidades particulares de ensino e aprendizagem que podem ser mantidas pelo ensino e aprendizagem dialógicos.

De forma mais geral, diferentes qualidades de interação (e de comunicação na sala de aula) podem trazer diferentes qualidades de aprendizagem. Aqui "qualidade" está sendo usada de dois modos diferentes. Podemos pensar a qualidade como uma noção descritiva. E, quase em termos aristotélicos, podemos falar a respeito de qualidades de um copo como sendo diferentes da qualidade de uma xícara. Não faz muito sentido falar que as qualidades de um copo, *per se*, são melhores do que as de uma xícara, mas, certamente, os dois conjuntos de qualidades são diferentes. Contudo, a noção de qualidade também inclui elementos normativos. Para beber vinho, um copo poderia ser considerado mais próprio do que uma xícara. Para beber café eu preferiria uma xícara. Além disso, é possível falar sobre qualidade de copo como sendo melhor do que aquela de outro copo. De fato, nós nos aproximamos de ambos os elementos descritivos e normativos quando enfatizamos que as qualidades do diálogo trazem certas qualidades ao processo de aprendizagem. Quando o ato de encarar o paradoxo da razão e de refletir sobre o que é feito pela matemática se tornam parte da aprendizagem da matemática, então o ensino e a aprendizagem dialógicos se tornam importantes. Consideramos que os processos de aprender e de ensinar podem ser um recurso para reflexões e para a aprendizagem crítica.

46

APRENDIZES PODEM SER BARULHENTOS. Todos os professores concordam com isso. Contudo, vamos dar uma breve olhada nos estudos publicados no *Education Studies in Mathematics* nos últimos 20 anos, tratando de comunicação em sala de aula. A transcrição de citações incluídas em tais artigos dá voz a estudantes brilhantes bem como a outros que têm dificuldades em apreender pistas matemáticas. Mas todos os estudantes são encaminhados às questões matemáticas. Não tenho visto muitas transcrições, na literatura da pesquisa em educação matemática, mostrando estudantes descorteses, provocativos ou violentos.

Alguns critérios muito fortes e dominantes sobre o que conta como relevante na pesquisa de documentos devem estar em operação. O material apresentado representa apenas casos particulares de eventos de sala de aula. Como poderia ser isso? Que perspectivas poderiam ter suscitado tal conversação sobre tópicos de matemática? Renuka Vithal e Paola Valero têm falado sobre "esterilizar" dados, referindo-se ao processo de selecionar dados que melhor cabem na representação de atividades "apropriadas" à matemática da sala de aula.[175] Autores de muitas pesquisas sobre matemática em sala de aula devem contribuir com procedimentos particulares para "esterilizar" dados. Essa é uma expressão de algumas prioridades conceituais sobre o que conta como relevante para o estudo em questão.

Princípios para "esterilizar dados" devem estar relacionados a uma discussão sugerida por Piaget. Ele fala sobre o sujeito psicológico e o sujei-

175. Ver Vithal (1998); Valero e Vithal (1999); e Vithal e Valero (2003).

to epistêmico. Enquanto o sujeito psicológico é o que carrega características pessoais, o sujeito epistêmico representa aspectos humanos gerais. O sujeito psicológico poderia se sentir culpado, entusiasmado, bravo, ou com preguiça, o sujeito epistêmico está operando em um espaço livre de emoção.[176] Para Piaget, é uma dificuldade teórica explicar a emergência do conhecimento matemático na forma unificada, se a construção do conhecimento for tomada como individual. Como é possível que crianças, a partir de suas operações individuais com objetos e de suas reflexões individuais sobre essas operações, não construam formas elevadas e pessoais de conhecimento matemático, mas movam-se em direção a uma forma unificada de conhecimento matemático? A construção social pode incluir comunicação e interação como fatores explanatórios, mas Piaget quis localizar as raízes da unificação do conhecimento matemático no indivíduo. Como conseqüência, ele identificou o sujeito epistêmico. Esse sujeito é localizado no indivíduo, mas representa as capacidades compartilhadas dos seres humanos na construção do conhecimento matemático. O sujeito epistêmico pode, então, ser visto como a participação de Piaget no racionalismo: embora não tenhamos nenhuma idéia inata (como suposto pelo racionalismo), temos um recurso compartilhado para a construção de idéias compartilhadas. O sujeito epistêmico representa as raízes genéticas de nosso conhecimento matemático compartilhado.

A perspectiva de pesquisa inspirada por Piaget indica que devemos, antes de tudo, prestar atenção às operações do sujeito epistêmico, que se torna de particular relevância à compreensão da construção da matemática. Naturalmente, o sujeito epistêmico pode ser suprimido por outros elementos das personalidades dos estudantes. Os estudantes podem ser barulhentos. Mas esse barulho pode ser considerado irrelevante para apreender os princípios básicos da aprendizagem matemática. Focar uma transcrição sobre a construção da matemática, significa eliminar "barulho" irrelevante dos dados. Os dados têm que ser esterilizados de modo que possamos apreender as operações do sujeito epistêmico. Se estivermos estudando os processos de construção do conhecimento, então devemos nos concentrar

176. Valero (2002a) fala sobre o aprendiz-esquizo-matemático, quando ela caracteriza o construto do aprendiz, que domina muito a literatura sobre a pesquisa. Valero considera isso importante, em vez de humanizar os estudantes. Veja também Valero (2002b).

naquelas pequenas quantidades de sons que parecem dizer algo, os quais, supomos, revelam a natureza dessa construção.

Contudo, eu não considero que o sujeito epistêmico seja de relevância para o estudo da aprendizagem matemática. Eu sugiro uma mudança no foco da pesquisa. Acredito que é importante considerar os estudantes "reais" como "agentes" no processo de aprendizagem. Esses estudantes poderiam, algumas vezes, ser barulhentos e obstrutivos, ou fazerem uma porção de outras coisas na sala de aula. Eles são reais, não são fantasmas epistêmicos. Eles podem ser muitas outras coisas diferentes de barulhentos. Podem ser ambiciosos e cheios de energia. Podem ter aspirações. Podem ser brutais, ameaçadores, violentos. Podem ser dóceis, agradáveis, charmosos, famintos, pessoas que apanharam, que foram estupradas, que estejam grávidas. Estudantes são pessoas reais, e podem agir como aprendizes. Concentrar em estudantes reais e não em fantasmas de sujeitos epistêmicos inclui uma mudança de direção na perspectiva da pesquisa em educação matemática. Consideremos, por exemplo, novamente a noção de obstáculos de aprendizagem. O sujeito epistêmico pode ter dificuldade em apreender uma idéia matemática particular. Esse sujeito pode enfrentar alguns obstáculos de aprendizagem e podemos considerar a natureza desses obstáculos. Por exemplo, pode se tornar relevante considerar como uma noção mais geral de proporcionalidade seja obstruída por idéias previamente apreendidas sobre proporcionalidade. Contudo, considerando estudantes reais, os obstáculos de aprendizagem podem ter uma natureza completamente diferente, um buraco no teto, por exemplo. Estudantes reais têm qualidades que o sujeito epistêmico não tem, por exemplo, estar com fome.

Uma diferença entre sujeitos epistêmicos e estudantes da vida real também é enfatizada em diferenças entre a noção de operação e ação. Ações envolvem reflexão e comunicação e uma consciência da complexidade da situação. Ações incluem intenções. "Operação", como aparece na interpretação de Piaget, é clínica — uma operação com objetos. Z. P. Dienes fez um grande esforço para levar essas operações à sala de aula, e para oferecer certos tipos de atividades manipulativas aos estudantes, como uma contextualização de suas atividades.[177] Mas é interessante observar que a no-

177. Ver, por exemplo, Dienes (1960, 1964).

ção de contextualização adquiriu uma interpretação particular, ajustada às supostas atividades do sujeito epistêmico. A contextualização se torna uma concretização física, e a cena é estabelecida para o sujeito epistêmico começar a operar. Porém, uma contextualização para estudantes reais permanecerem em ação é de natureza diferente.

Considerar estudantes reais exige uma consideração de seu solo pretérito e horizonte futuro. O solo pretérito de uma pessoa é vivido por meio da realidade. O horizonte futuro representa oportunidades que a pessoa pode experienciar. Ele não se refere às oportunidades reais da vida, mas às oportunidades que poderiam ser por ela experienciadas. O futuro antevisto é uma interpretação pessoal de oportunidades do contexto social e pessoal estabelecido pela pessoa. O futuro também representa esperança. Não faz muito sentido considerar o futuro do sujeito epistêmico. Para mim, as duas noções — de solo pretérito e horizonte futuro — podem dar suporte aos processos de "compreensão" dos estudantes. Se desejamos compreender as ações dos estudantes, temos que prestar atenção ao seu solo de experiências passadas e às suas perspectivas futuras. Eles têm aspirações e esperanças. Também se sentem perdidos e abandonam tudo. Acho que é importante que a educação matemática crítica *"compreenda" os estudantes*, querendo dizer com isso que eles são vistos como seres humanos (e não apenas como sujeitos epistêmicos).[178] Estudantes reais podem enfrentar obstáculos de aprendizagem, e isso nos leva, novamente, a lembrar a importância de uma política de aprendizagem de obstáculos.

47

CONFLITOS PODEM ESTABELECER A CENA. É amplamente reconhecido que é importante prestar atenção ao contexto dos estudantes. Os professores devem se ajustar à pré-compreensão e conhecimentos dos estudantes. Devemos considerar os estudantes de onde estão. Essas afirmações parecem razoáveis. Contudo, elas não representam simples verdades. Os significados das afirmações podem ser completamente diferentes, dependendo do contexto dos estudantes. Deixe-me expor o que tenho em mente. O que significa ajustar o professor ao solo de experiências pretéritas do estudante, quando consideramos estudantes que vêm da favela? Eles não têm acesso aos computadores em casa e muito freqüentemente sua escola não tem eletricidade e, portanto, considerando esse solo de experiências pretéritas, não é relevante prover acesso aos computadores na escola. Isso não soa como uma conclusão razoável. Ou ouça novamente a afirmação: os professores devem se ajustar à pré-compreensão e conhecimentos dos estudantes. E imagine que isso é dito por um político do *apartheid*. Meu argumento é que uma afirmação aparentemente razoável sobre "prestar atenção ao solo de experiências pretéritas do estudante" tem significados completamente diferentes, dependendo da situação sociopolítica em que as afirmações são proferidas e dependendo da situação do estudante real a quem é dirigida.

Estudantes podem ser barulhentos. Escolas podem ser sujas. As janelas podem estar quebradas. Os computadores podem ser roubados. Isso é parte da realidade que a educação matemática tem que considerar se desejarmos compreender processos de aprendizagem. A aprendizagem ocorre em situações que contêm todo tipo de complexidades. Eu acho importante considerar como os processos de aprendizagem e condições de escolarização podem ser estabelecidos em situações carregadas de conflito e, em particular, considerar as contradições que são parte das experiências pretéritas e dos horizontes futuros. O solo de experiências pretéritas do estudante não é uma unidade simples e direta. Só se considerarmos a perspectiva folclórica da cultura e do solo pretérito, é que podemos traçar uma representação romântica da situação de muitos estudantes. É, contudo, importante que nem as experiências passadas dos estudantes, nem os horizontes futuros, sejam considerados entidades simples e homogêneas.

Para levar o argumento ao extremo: algumas investigações (relatadas nos jornais em 2002) indicaram que em torno de 70% de crianças palestinas e 30% de crianças israelenses sofreram traumas relacionados com a situação de guerra. Considerações em educação, incluindo educação matemáti-

178. Valero (2002a) não apenas fala sobre "compreender" estudantes, mas também sobre "compreender" professores. Só posso concordar com Valero, que isso é importante para desenvolver uma sensibilidade crítica. Veja também Skovsmose (1994, 2005) e Alrø e Skovsmose (2002) para uma discussão de horizontes futuros dos estudantes.

ca, para tais crianças nunca devem ignorar tais experiências, pois essas partes dramáticas de suas condições de vida também são parte de suas condições de aprendizagem. Como interpretar as expectativas para as crianças de Israel e da Palestina?

Para ser menos dramático e mais geral: quando temos aprendizes reais em mente, é importante considerar seu contexto de vida, que pode ser preenchido com conflitos e crises. Para resumir essa história, vou me restringir a considerar quatro tipos gerais de crises e conflitos, que formam parte dos horizontes futuros, bem como do solo de experiências pretéritas dos estudantes. Tecerei considerações sobre racismo, favoritismo, sexismo e elitismo. Muitos outros "ismos" poderiam ser citados, mas esses são suficientes.[179]

Emergindo das sombras do regime do *apartheid*, considerações de educação matemática, na África do Sul democrática, devem incluir a discussão do conflito.[180] O sistema de educação do *apartheid* provia, claramente, recursos e oportunidades muito diferentes para estudantes de cor de pele diferente. Essa era a forma mais direta e brutal de tratamento injusto. *Racismo* é, contudo, um fenômeno que não ocorre apenas no *apartheid* da África do Sul. Ocorre em todo lugar como padrão de "justificativa" e forma de "explicação" das razões por que grupos de pessoas são tratados de modo diferente. O racismo estabelece a cena para a educação matemática em muitos contextos. Em um desenvolvimento político recente na Dinamarca, e em muitos outros países europeus, há restrições para estrangeiros que o direito político extremo expressa em termos racistas, mas que igualmente poderiam ser expressas mediante formulações diferentes e aparentemente menos racistas. Que pessoas devessem ser tratadas diferentemente é algumas vezes "justificado" com referência às diferenças culturais, embora freqüentemente expressas com conotações racistas. Para muitos estudantes em muitos lugares da Europa, e pelo mundo todo, o racismo é parte de sua realidade, de suas experiências de vida, bem como de suas expectativas. Um contexto de racismo é uma condição de aprendizagem de muitos estudantes.[181]

179. Ver, por exemplo, Keitel (org.) (1998); e Zevenbergen (2001).

180. Ver, em particular, Vithal (2003).

181. O racismo com respeito à educação matemática foi tratado, por exemplo, por Powell (2002).

Diferentes grupos de crianças recebem diferentes formas de educação por causa da renda de seus pais ou por causa dos recursos econômicos da comunidade à qual pertencem. Tais diferenças em possibilidades educacionais podem ser explicadas de modo evasivo e podem ser efetuadas tentativas para justificá-las. Por exemplo, ao afirmar que quando uma "classe social" criou certo bem, também tem o direito de usar esse bem na manutenção de estudantes que pertencem a essa classe. Às prioridades por meio das quais se poderiam tentar justificar as diferenças em educação para diferentes grupos de estudantes, de acordo com recursos econômicos, eu me refiro como *favoritismo*. Ele é praticado em muitos sistemas escolares, quando escolas particulares (e elitistas) provêem melhores condições para seus estudantes do que escolas públicas vizinhas. É claro que há muitos modos segundo os quais a pesquisa em educação matemática pode fazer-se de cega para tais diferenças. Uma concentração intensiva sobre como os estudantes podem aprender novos conceitos matemáticos usando um *software* particular, pode expressar favoritismo na extensão em que a questão sobre quem tem acesso a esse *software* é ignorada. Podemos ignorar a questão: quais são as implicações desse *software* apenas ser acessível a alguns grupos de crianças e não a outros?[182] Contudo, ignorar essa questão significa, implicitamente, subscrever o favoritismo. É importante abrir uma paisagem conceitual que torne possível incluir o favoritismo como parte da agenda da pesquisa em educação matemática. Diferenças econômicas representam conflitos profundos dentro da cena onde a educação matemática está em operação. Esses conflitos são experienciados diretamente, mas de modo diferente, por vários grupos de estudantes.[183]

Há tempos tem sido reconhecido que é impossível justificar que meninos e meninas não participem das mesmas oportunidades em educação matemática. Apesar disso, encontramos muitas práticas *sexistas* em educação. Sexismo existe na realidade da educação matemática, e em alguma extensão esse problema tem sido tratado pela educação matemática.[184]

182. As questões de inclusão e de exclusão com respeito à informação e comunicação tecnológicas foram tratadas por Borba e Penteado (2001).

183. Questões sobre eqüidade podem ajudar a contra-agir em relação ao favoritismo. Ver, por exemplo, Adler (2001b); Fasheh (1993, 1997); Secada, Fennema e Adajian (orgs.) (1995).

184. Ver, por exemplo, Walkerdine (1988, 1989); Burton (org.) (1990, 2003); Grevholm e Hanna (orgs.) (1995); Jungwirth (1991); Rogers e Kaiser (orgs.) (1995); e Leder, Forgasz e Solar, C. (1996).

Muito menos discutido é o fenômeno do *elitismo*. Eu uso o termo elitismo para me referir à situação em que grupos de estudantes são tratados de maneira diferente, de acordo com suas capacidades aparentemente distintas para aprender matemática. O elitismo pode assumir muitas formas diversas, uma das quais é organizar crianças em grupos com diferentes "habilidades". Agrupar os estudantes com o mesmo nível de habilidade é normalmente justificado afirmando-se que as crianças com habilidades diferentes devem ser desafiadas de modo apropriado. Para mim a habilidade é uma abordagem problemática, que implica facilmente assumir que aos "melhores estudantes" são atribuídos os melhores recursos. Assim, em muitas escolas inglesas o acesso a computadores é muito mais fácil para estudantes de nível A do que para outros estudantes. Algumas vezes o elitismo é justificado em termos de considerações econômicas. Pode parecer mais proveitoso investir nos estudantes aparentemente melhores. Mas se considerarmos a educação como um direito humano, então essa referência à produtividade econômica como um princípio subjacente para uma distribuição desigual de possibilidades de aprendizagem parece absurda.[185]

Os estudantes podem ser tratados diferentemente por causa da cor da pele, de gênero, de recursos econômicos, ou pela sua suposta capacidade de aprendizagem. Compreender o conflito integrado no contexto da aprendizagem e da escolarização é parte do "processo de compreensão dos estudantes".

48

MATEMÁCIA PODE SIGNIFICAR ESPERANÇA. Conhecimento pode significar ação, e conhecimento em ação pode assumir muitas formas, incluindo aquelas (como mentir) que não são apreciadas. É difícil distinguir entre "bom" conhecimento e "mau" conhecimento. Portanto, também é difícil

185. Ver, por exemplo, Wiliam, Bartholomew e Reay (2004).

separar "boa" aprendizagem e "má" aprendizagem e "boa" reflexão e "má" reflexão. Pode-se afirmar, e eu tenho feito isso, que é importante para uma teoria da aprendizagem apontar todas as categorias de aprendizagem, e não fazer afirmações *a priori* sobre o que é válido aprender. Além disso, pode-se afirmar que é *difícil* separar "bom" e "mau" conhecimento-aprendizagem-reflexão. Eu concordo. Finalmente, pode-se afirmar que fazer qualquer separação é simplesmente *impossível*, e com essa postura temos alcançado relativismo absoluto.

Eu não espero que o relativismo absoluto seja o único modo de responder à situação aporética nessas questões. Não posso me negar a buscar uma perspectiva em educação, que inclua esperança. Essa esperança significa, por exemplo, perseguir a refletividade que, de uma forma ou outra, poderia fazer par com a reflexividade. Isso significa que eu não desisto de pressupor que a aprendizagem dialógica pode fazer diferença.

Como mencionado previamente, Paulo Freire interpretou letramento não apenas como habilidade de ler e escrever, mas também como uma competência para ler e interpretar uma situação social como estando aberta à mudança. Isso significa um alargamento da noção de letramento para incluir uma competência de cidadão crítico. De modo semelhante, é possível considerar a noção de "contagem". Não precisamos ver a contagem como um simples modo de operar com números, mas também como uma competência de ler e interpretar uma situação, rica em números e figuras, como estando aberta à mudança. Contudo, a noção de *matemácia* representa uma competência, que está relacionada à matemática e que, como a noção de Freire sobre letramento, inclui suporte para a cidadania crítica. A noção de matemácia inclui não apenas referências à matemática, no amplo sentido do termo, mas também referência ao modo pelo qual a democracia é interpretada como uma forma de vida (e não simplesmente como uma prática de votar).

Deixe-me introduzir a noção de "modalidades" de uma situação. Certo fato pode representar uma necessidade quando não existem alternativas. Um fato poderia representar uma contingência se fosse diferente. Se não tivermos condições de elaborar alternativas para uma dada situação, então a situação parece ser uma necessidade. Assim, em certos períodos na história e em certas culturas, algumas divisões particulares de trabalho entre homens e mulheres pareceram uma necessidade. Se, contudo, estivermos aptos a mostrar alternativas, então a situação representa uma contingência. O conjunto de alternativas que estamos aptos a elaborar com referência a uma dada situação constitui o conjunto de modalidades da situação. Primeiro, uma situação pode parecer uma necessidade, mas pode ser possível modulá-la, elaborando alternativas. Como mencionado previamente, a imaginação sociológica coloca um ponto de interrogação sobre os fatos sociológicos; isso poderia modular tais fatos. Isso significa que um fato social é revelado não como uma necessidade social, mas como uma contingência. Alternativas são possíveis.

Nas mãos de Freire, letramento torna-se uma capacidade para modular. Em que extensão poderia fazer sentido pensar sobre a educação matemática provendo uma capacidade semelhante, isto é, uma capacidade para modular, para ver uma situação como aberta à mudança? Eu tento expressar tal visão usando o termo matemácia. Isso significa que matemácia se refere a uma competência idealizada. Eu não afirmo que é uma simples competência, nem que a única preocupação da educação matemática crítica seja construir uma capacidade de matemácia. Mas a educação matemática crítica expressa uma esperança de prover uma competência, "matemácia", que tem qualidades semelhantes ao "letramento".

Pode a matemácia significar modulação? Estudos em sala de aula onde problemas do mundo real foram tomados como o ponto de partida para considerações matemáticas, levaram Jörg Voigt a estabelecer a seguinte esperança: "Como futuros cidadãos, os estudantes terão que lidar com muitos problemas do mundo real que parecem ser matematicamente opacos... O cidadão é competente para distinguir entre inferências matemáticas necessárias e as suposições de modelagem que dependem de interesses? Poderia se esperar que, prestando mais atenção à qualidade da negociação do significado matemático na sala de aula, melhorasse a educação do 'leigo competente'" (Voigt, 1998: 195). A capacidade para distinguir entre inferências matemáticas necessárias e conseqüências de um modelo, que expresse o interesse que tenha sido incluído na modelagem, é essencial em uma sociedade onde modelos matemáticos estão em operação. Significa separar o que é necessário do que é apenas um fato contingente sobre o

modelo operante. Nesse sentido, matemácia inclui modulação em situações onde a matemática está em operação.[186]

Além disso, considero que a própria matemática representa uma capacidade na modulação. Essa idéia é incluída na análise da matemática em ação. Por meio da matemática é possível construir situações hipotéticas, analisar tais situações em detalhe e compreender um estado hipotético de ocorrências. Fazer isso é uma parte essencial de uma modulação. Portanto, a matemácia deve conter matemática, bem como elementos reflexivos. Conhecimento, ação e reflexão têm sido apresentados como intimamente relacionados. Como uma noção idealizada, a matemácia também deve incluir reflexões sobre conhecimento (matemático) em ação. Para mim essa concepção é essencial para a educação matemática crítica. Contudo, não no sentido em que a matemácia se refira a qualquer competência bem definida. Matemácia inclui a esperança da educação matemática crítica que faz sentido para tentar encaminhar o paradoxo da razão e para tentar desenvolver um cidadão crítico. Mas a matemácia não representaria também uma ilusão? Pode ser, mas pelo menos a aprendizagem dialógica é uma consubstanciação dessa esperança.

49

GUETORIZAÇÃO NUNCA PODE SER IGNORADA. Como já mencionado, Bauman afirma que a globalização "divide tanto quanto une; divide como une — as causas da divisão sendo idênticas àquelas que promovem a uniformidade do globo" (Bauman, 1998: 2). Em outras palavras, globalização e guetorização representam diferentes aspectos do mesmo processo sociopolítico. Por um lado, a globalização parece fornecer avanços (pelo menos para alguns grupos de pessoas); por outro, os mesmos processos

186. Outros exemplos do que a matemácia poderia significar encontramos em Skovsmose (1994); Nielsen, Patronis e Skovsmose (1999); Alrø e Skovsmose (2002). Veja também a discussão de contagem em Johnston e Yasukawa (2001) e em Yasukawa (1998, 2002); e a discussão de letramento matemático em Jablonka (2003).

parecem representar desumanização e privação (pelo menos para alguns grupos de pessoas). A globalização tanto divide, quanto unifica.

Muitos bens são distribuídos, mas distribuídos diferentemente, pelo mundo todo. Podemos pensar em carros, telefones, aparelhos de televisão, computadores etc. Podemos pensar, igualmente, na distribuição de produtos básicos como comida, água e remédios. Podemos pensar na distribuição de bens em geral e de segurança. Isso pode significar segurança por ter fácil acesso a médicos, dentistas, hospitais, escolas. "Coisas boas" mas também "coisas ruins" são distribuídas de formas diferentes pelo globo, o mesmo ocorrendo com as "oportunidades de vida". Segurança e falta de segurança podem ser compreendidas de um modo físico direto; há perigos óbvios de viver em uma zona de operações militares. Poluição é distribuída de maneira diferente pelo globo. De modo bastante claro, países ricos tendem a distribuir sua indústria poluidora pelas nações pobres, que, contudo, podem receber algum pagamento por servir como um solo barato para lixo. Os processos complexos de distribuição de "coisas boas" e de "coisas ruins" são ligados aos processos de globalização e de guetorização. E podemos acrescentar que a distribuição desigual não provoca apenas desigualdade entre países, mas também desigualdade dentro dos países, dentro de regiões, dentro de cidades, dentro da vizinhança. Também provoca desigualdade dentro da mesma escola e da mesma sala de aula.

A educação matemática é parte da distribuição dessas "coisas boas" e "coisas ruins" pelo mundo. Distribui competências e oportunidades. Também parece distribuir obstáculos. Para encaminhar o papel crítico que a educação matemática poderia estar desempenhando, é importante considerar o papel e o funcionamento da educação matemática "a partir de baixo", também. O que poderia fazer a educação matemática para esse grupo de pessoas que tende a ser excluído? Poderia oferecer novas oportunidades para essas pessoas e abrir um horizonte de expectativas mais abrangente para esses estudantes? Ou ela poderia causar uma limitação maior por fechar as já restritas oportunidades de vida?

O que a noção de matemácia parece da perspectiva dos "dispensáveis"? Que tipo de esperança poderia ela sinalizar? Deixe-me considerar novamente um exemplo referido por Alan Bishop. Para manter o desenvolvimento social na Tanzânia, livros-textos foram distribuídos. Eles se referiam a um contexto inglês, como a escada rolante da estação subterrânea de Holborn. Isso poderia representar uma redistribuição de competências matemáticas? De algum modo "sim", mas a educação matemática não é como remédio. Poderia ter diferentes funções em diferentes contextos e, como já mencionado, uma distribuição justa do mesmo currículo e dos mesmos livros-texto não precisa refletir qualquer "eqüidade". Em vez disso, essa eqüidade poderia representar imperialismo cultural. Essa particular transferência de currículo poderia provocar segregação. A educação matemática poderia ser um modo de "pinçar" uns poucos selecionados para operar na administração colonizadora. Isso poderia manter a exclusão.

Aqui emerge o problema de constituir uma educação matemática de segunda classe. Eu conheci um exemplo específico, que acho importante considerar, pois ilustra um problema geral e uma grande preocupação para qualquer abordagem crítica à educação matemática. Na vizinhança de Barcelona encontramos diferentes comunidades e guetos de pessoas de origem não-espanhola. Há comunidades formadas com imigrantes da África e há aquelas formadas por viajantes. O que deveríamos pensar sobre a educação matemática? Uma sugestão foi assegurar a essas crianças um currículo, baseado em suas experiências cotidianas, em que os problemas matemáticos e as tarefas fossem ricamente contextualizados e os estudantes tivessem tempo suficiente para ocuparem-se com as tarefas propostas. Isso parece bom, e eu me sentiria pronto para aceitar o rótulo de educação matemática crítica para essa abordagem. Porém, há mais um aspecto nessa abordagem. Sendo oferecido esse currículo, os estudantes poderiam se envolver com o mesmo tipo de atividade matemática significativa, mas ao mesmo tempo estava sendo oferecido a eles um currículo de segunda classe, em relação às oportunidades sociais que um currículo regular parecia oferecer. Estudantes que se ocupam, eles próprios, com esse currículo "crítico" podem enfrentar dificuldades extras para seguir qualquer tendência do sistema educacional. A educação matemática crítica significativa pode servir para fixar estudantes em sua situação social presente. Assim, o que foi chamado de educação matemática crítica pode se tornar educação para pessoas dispensáveis. (Por pessoas dispensáveis eu não entendo apenas pessoas que são realmente dispensáveis e excluídas. Entendo também um grupo muito maior de pessoas, que poderiam se ver como não-necessárias dentro de uma dada ordem econômica. Podem ser grupos de pessoas que não encontram emprego ou que têm apenas oportunidades de empregos inferiores.) Naturalmente, pode ser questionado o grau em que a educação matemática desempenha um papel significante no processo de exclusão em qualquer contexto social. Pode haver muitos outros fatores sociais que determinem a exclusão. Isso se aplica aos guetos em volta de Barcelona, bem como a qualquer outro gueto. Meu argumento é ficar consciente do fato de que mesmo programas bem intencionados podem, em certos contextos político-sociais, vir a servir a funções que contradizem o objetivo original do programa. A educação matemática crítica não é exceção para esse dilema.[187]

No Brasil são estabelecidos programas para manter crianças de rua fora da rua, e tais programas também incluem educação. Um projeto foi resumido para mim como bem-sucedido porque incluía dois elementos importantes: café da manhã e computadores. A necessidade do café da manhã se refere à presente situação dos estudantes ou ao seu ambiente, enquanto que o interesse pelos computadores se refere ao horizonte de suas possibilidades. Projetos que convidam crianças de escolas de bairros periféricos para operarem com computadores têm sido bem-sucedidos.[188] (Como mencionado previamente, por uma escola de periferia eu compreendo uma escola onde os estudantes podem ter acesso à sociedade da informação, bem como experienciar um caminho para o Quarto Mundo.) Não porque os estudantes trabalhem com exercícios contextualizados, mas porque, em vez disso, eles trabalham com geometria pura no programa de geometria Cabri. E eles sentem prazer nisso. As tarefas não são relacionadas ao seu ambiente. Eles podem não ter se sentido traídos por seu ambiente, quando se sentarem frente ao computador. Mas as atividades podem ter sido relacionadas aos horizontes de suas expectativas. A noção de matemácia é complexa, e não devemos esperar qualquer simples resposta ao que essa competência deve incluir, por exemplo, em termos de habilitação.

Para mim é um grande desafio para qualquer educação matemática considerar como o futuro pode parecer da perspectiva de um gueto, do

187. Ver Gorgorió e Planas (2000, 2001).

188. Veja, por exemplo, Penteado (2001); e Skovsmose e Borba (2004).

Quarto Mundo, ou para um grupo de pessoas dispensáveis. Essa consciência é um elemento importante na criação de sensibilidade conceitual, desde que a educação matemática se proponha enfrentar a situação crítica de que é parte. A educação matemática poderia significar maravilhas e horrores para diferentes grupos de pessoas. Ela tem a ver com a distribuição não apenas de conhecimento, mas também de poder. Poderia significar habilitação (para alguns) e também falta de habilitação (para outros).

50

GLOBALIZAÇÃO ESTÁ POR TODO LADO. Os cantos do mundo têm se conectado de tal modo que o que está acontecendo em uma parte, afeta e pode ser afetado pelo que está ocorrendo em outra parte do mundo. Globalização se refere ao fato de mercados e interesses econômicos interagirem, atravessando qualquer limite e as implicações particulares disso poderiam ser completamente diferentes para diferentes grupos de pessoas. A globalização emerge da colonização, e muitas velhas formas de colonização reaparecem como formas modernas de extinção. A globalização significa interconexão, mas também exclusão, cujos significados semelhantes encontram-se no estabelecimento do Quarto Mundo. A globalização coloca pessoas juntas, mas ela não é para todos; ela também institui grandes grupos de pessoas dispensáveis.

Eu não penso sobre os processos de globalização em termos deterministas. Eles são processos abertos. Eles também podem tomar muitos caminhos. A globalização pode estar associada à noção de reflexividade, que Beck descreve como processos retroativos não intencionados em uma sociedade altamente tecnológica. Contudo, esses processos retroativos podem tomar rotas globais. Elas não conhecem limites. *Feedback* não precisa ser tomado literalmente, pode significar "retro-alimente-em-mais-algum-lugar" ou "alimente-adiante", no sentido de que as conseqüências do que estamos fazendo agora são adiadas para o futuro, como se estivessem nos esperando chegar. Alguns processos de globalização escapam ao controle de instituições democráticas regulares, assim como escapam as concepções de teorização social. Processos reflexivos representam formas expandidas de ocorrências. Contudo, uma coisa sobre os processos de globalização é possível estabelecer: eles são facilitados pela extensão da matemática em ação. Redes são fortemente mantidas pela tecnologia e pela matemática em pacotes. Reconsiderando matemática e globalização, vemos exemplos de conhecimento e poder em uma união integrada. Considero que a matemática é significativa para a globalização. Se removêssemos do mundo todos os pacotes, como a rede global operaria? O que seria deixado para a economia informacional? Essa economia não poderia funcionar sem modelos econômicos baseados na matemática fazendo seu trabalho. Considero que os processos de globalização são parcialmente nutridos por reestruturação e desenvolvimento recentes do aparato da razão, marcados pelo acréscimo conjunto de pacotes matemáticos e pelo crescimento da tecnologia IC em geral.

Poder pode ser exercitado diretamente, digamos, por um ditador. Nesse caso as instituições de poder poderiam facilmente ser identificadas. Mas isso está longe de ser o caso, e o poder ligado aos processos de globalização é muito mais sofisticado. Poder pode ser pensado em termos de *disposições* ou *propensões*. Ele é representado pelas propensões do aparato da razão. Acesso à modelagem matemática pode significar um acesso direto a certas formas de poder. Como mencionado previamente, Dunlap afirmou que a companhia "pertence às pessoas que investem nela" e não aos seus empregados, fornecedores ou à "localidade em que está situada". Colocar em operação essa afirmação inclui a possibilidade permanente de mover a produção para diferentes lugares, onde a força de trabalho pode ser mais barata. Significa vender e comprar companhias, e significa racionalização de acordo com novos esquemas. Implica incertezas para as pessoas envolvidas, para os empregados, para os fornecedores e para a comunidade. Causar incerteza significa estabelecer poder. Mas como seria possível operar com o *dictum*[189] de Dunlap? Um elemento importante é o gerenciamento econômico, que é facilitado pelos modelos de grande escala. Exatamente como ADAM se refere a um modelo usado pela política de mercado, então uma família estendida de outros modelos semelhantes-ao-ADAM torna possível gerenciar negócios de acordo com princípios com um alto grau de

189. Significa uma afirmação que expressa algo que pessoas acreditam ser sempre verdade ou que deveria ser seguida (nota da tradutora).

lucro e com um olho tapado para o fator humano com referência às pessoas envolvidas. Isso ilustra a natureza interativa da matemática em ação. As propensões do aparato da razão podem se tornar exercícios explícitos de poder. O poder é real no sentido de que uma forma de poder pode interferir com outra forma de poder. O poder exercido pela aplicação de um modelo matemático pode interagir com certos interesses políticos, prioridades econômicas ou preconceitos ideológicos.

Diferentes ações tecnológicas são possíveis pelo aparato da razão. Abrir certo espaço de alternativas tecnológicas é um ato poderoso. Nossas condições sociais não são apenas definidas pelo que realmente estamos fazendo, mas também pelas ações possíveis que estão disponíveis para nós. O aparato da razão realiza propensões sociopolíticas e tecnológicas, e essas propensões interagem com outras expressões de poder. Como mencionado previamente, o desenvolvimento do aparato da razão não segue uma rota predeterminada. Antes, significa um crescimento selvagem. Ninguém pode predizer hoje sobre o que pode ser feito amanhã. Quando caracterizamos matemática em ação, nós a caracterizamos em termos de três aspectos. A matemática pode abrir um espaço de possibilidades. Isso não significa que esses três espaços sejam preenchidos, mas eles estabelecem a cena para considerar quais possibilidades seriam relevantes. É uma expressão de poder. Detalhes particulares de situações hipotéticas podem ser desenvolvidos por raciocínio hipotético. Isso se torna uma manifestação de poder visto que estabelece a agenda sobre o que considerar como informação relevante, visando a tomar uma decisão sobre o que fazer. As realizações matemáticas tornam-se uma afirmação direta de poder. Anteriormente neste trabalho, relacionamos imaginação sociológica e modulação da noção de crítica: fazer uma crítica significa ver a situação aberta à mudança. Modulação pode ser um ato de crítica e um ato de poder; e pode ser difícil separá-los. Novamente enfrentamos uma aporia: não estando conceitualmente aptos para fazer distinções apropriadas.

A globalização é mantida pelo desenvolvimento de competências e valores compartilhados. A rede tem que ser habitada por alguém (embora não por todos). A colonização do passado dependia de valores religiosos compartilhados e de certas formas de racismo, bem como de ideologia intelectual, que ajudava a celebrar a brutalidade da colonização como um ato de humanização (ganhando novas almas para a igreja). A globalização de hoje também é facilitada por valores e prioridades (alguns dos quais podem ser muito preocupantes). Além disso, certas competências são relevantes para o processo de globalização. Eu não penso que a globalização de hoje poderia ter sido operacionalizada a menos que a educação matemática tivesse sido amplamente desenvolvida no mundo. A educação matemática é reconhecida como uma questão internacional. A matemática é parte de todos os currículos nacionais pelo mundo e pode ser observada grande uniformidade. Vejo a educação matemática como parte do processo de globalização, e, portanto, também do de guetorização.

A educação matemática é importante para os especialistas que fornecem novos *inputs* ao aparato da razão. É importante para as atitudes do construtor em relação ao que estão fazendo. A educação matemática, em alguns casos especiais, pode auxiliar a fornecer uma linguagem sobre o que poderia ser feito por meio da matemática. Ela pode ajudar os especialistas a refletirem sobre sua própria especialização. Mas pode, também, apenas direcionar tecnicidades e deixar os especialistas em má posição. Outros ramos da educação matemática poderiam ser relevantes para o operador que estivesse gerenciando as técnicas disponíveis embasadas na matemática. O contador tem que ser hábil para usar programas particulares; o assistente de laboratório tem que ser hábil para usar certas técnicas, para ler diagramas, para calcular porcentagem etc. Eles têm que ser cuidadosos, e estarem seguros de que os cálculos foram efetuados corretamente, como é o caso quando eles resolvem exercícios na escola. Os consumidores também estão sujeitos à educação matemática. E quando eles deveriam ser "consumidores acomodados" e não levantar questões aos especialistas, parece funcional que tenham aprendido a aceitar que números não são para eles questionarem. Se esses consumidores viessem a apreciar uma ideologia da certeza, então eles não perturbariam qualquer funcionalidade. Parece aparente que a globalização poderia proceder suavemente, se os especialistas desenvolvessem uma visão deturpada, os operadores fizessem o que deveriam fazer, os consumidores aceitassem o que fosse feito para eles, e os dispensáveis não interferissem no processo em questão. E a educação matemática poderia também ser um meio para apontar quem poderia ser dispensável.

Essa é uma representação de como a educação matemática poderia caber suavemente, embora de maneira poderosa, em certos processos de globalização. Contudo, eu não considero que a educação matemática tenha

uma essência, e, portanto, é sempre possível falar de alternativas. Não podemos abandonar a esperança de que a educação matemática possa contribuir para a formação do cidadão crítico, também quando consideramos o processo de globalização. Portanto, eu considero que o convite para partilhar das preocupações da educação matemática crítica realmente faz sentido.

51

CONCEITOS EXPLOSIVOS. Eu indiquei que a matemática e a educação matemática estão operando em uma posição significativa no processo social da sociedade de hoje. Eu tenho feito isso. Quem é esse "eu'? Um "eu" que está interessado em matemática e em educação matemática e que poderia fazer o "eu" exagerar a importância da matemática e da educação matemática. Pode ser que o presente ensaio, incluindo todas as suas prioridades, fale pouco sobre matemática e sobre educação matemática mas, antes de tudo, sobre prioridades peculiares do "eu"? Decerto, essa é uma possibilidade. Pode ser mesmo uma possibilidade provável. E isso me traz de volta à discussão da aporia.

Transparência é um conceito interessante. Descartes pensou que nossa mente fosse transparente a uma inspeção interna, e assim também pensou Locke. Poderíamos fazer uma inspeção interna e encontrar algumas verdades básicas sobre conhecimento e prioridades. Contudo, eu tenho caracterizado nossa situação epistêmica como aporética, significando que não podemos desejar localizar qualquer plataforma epistêmica e que não devemos esperar que a pressuposição de qualquer "eu" possa ser estabelecida de modo simples e explícito.

Isso nos leva a observar a natureza dos *conceitos explosivos*. Por um conceito explosivo eu compreendo um conceito que possa nos ajudar a interpretar certa situação, mas que se refere às situações muito mais complexas do que a que queremos interpretar. Assim, esclarecer um conceito explosivo pressupõe esclarecimento de situações muito mais complexas do que a referida pelo conceito. Noções matemáticas como funções, gráficos, vetores, são parte da terminologia matemática e podem ser definidas com referência a outros termos no âmbito dessa terminologia. Tais conceitos não parecem explosivos. Quando, contudo, tentamos esclarecer a matemática em ação, a situação se torna mais complexa, e eu introduzi o nebuloso conceito de aparato da razão. Em outras palavras, quando tentamos refletir sobre o papel da matemática em ação, o quadro conceitual que estamos usando parece crescer dramaticamente em complexidade. Essa é uma situação contrária a qualquer idéia promovida pelo reducionismo, uma estratégia particular de exercício de transparência epistêmica, que assume que os fenômenos complexos podem ser reduzidos a fenômenos mais simples.[190] Contudo, ao operar com conceitos explosivos, fenômenos complexos tornam-se "reduzidos" (se essa ainda for a palavra correta) em relação a fenômenos ainda mais complexos.

Quando eu tentei trabalhar com a posição crítica da educação matemática e criar uma sensibilidade conceitual para essa situação, deparei-me com conceitos de "matemática", "conhecimento", "reflexão", "aprendizagem", "aprendizes", "conflito", "guetorização" e "globalização". Todos importantes, todos explosivos. Apesar disso, foi considerando as complexidades desses termos que eu tentei expressar uma crítica como um convite a partilhar de algumas preocupações com respeito à educação matemática. Falar sobre essas preocupações nos leva, porém, a considerar quase "tudo". O ponto total é que quando queremos encaminhar uma situação aporética, nós não apenas corremos contra um limite epistêmico, mas ficamos muito longe de tais limites. Limites não marcados por quaisquer "limites de linguagem", mas por um campo minado de conceitos explosivos.

A compreensão de papéis possíveis da educação matemática, da educação em ação, e da função do aparato da razão acha-se aprisionada pelo dilema hermenêutico. Para compreender o particular, temos que compreender o todo. Esse problema, contudo, é "atraente" quando estamos tratando com um texto, com um autor ou com um texto sagrado. Mas quando "totalidade" se refere à nossa condição de vida, então o dilema hermenêutico significa uma condição aporética mais fundamental. Não nos esqueçamos

190. O logicismo propôs uma redução da matemática à lógica, enquanto que o positivismo apresentou um programa reducionista mais geral, sugerindo como teorias científicas (seus conceitos e afirmações) poderiam ser traduzidas para outras teorias mais fundamentais. Uma redução completa demonstraria a unidade da ciência e revelaria seus fundantes empíricos.

dos acontecimentos de Woodstock. Pode simplesmente ser o caso de que processos sociais, como reflexividade, globalização e guetorização, seguem a ordem (uma não-ordem) muito além do grau de complexidade que pode ser apreendido por qualquer quadro de referência filosófico, sociológico ou educacional. A lógica dos presentes acontecimentos mundiais pode operar além do âmbito de qualquer tipo de reflexão. Essa possibilidade é sinalizada pela existência de conceitos explosivos.

Poderíamos tentar ler a condição (pós-moderna?) em termos niilistas e relativos e afirmar que tudo é possível. Eu não me atrevo a caminhar ao longo da avenida espaçosa do relativismo absoluto. Eu tomo uma rota mais humilde. A esperança da transparência epistêmica se foi, e nós temos que caminhar da melhor forma possível em meio à confusão à qual a teorização e conceitualização nos levaram. Não há uma grande promessa a ser feita na condição aporética. Para mim, abandonar a ilusão da transparência epistêmica significa abandonar a idéia de uma conexão simples entre progresso e desenvolvimento científico, como indicado pela suposição de progresso. Mas reconhecer a aporia, marcada por conceitos explosivos, não nos leva ao fatalismo. Podemos ainda tentar enfrentar nossa situação aporética e podemos imaginar que o cidadão crítico seja possível. (Por falar nisso, em lugar algum eu tentei definir "cidadão crítico". Esse é um dos muitos conceitos explosivos que eu usei no texto, mas nem ao menos tentei elaborar seu esclarecimento.)

52

CINEMA PARADISO, VERSÃO LONGA. Deixe-me fazer um breve resumo para aqueles que não viram o filme *Cinema Paradiso*. Salvatore, diretor de filme, bem-sucedido, sabe, por intermédio de sua esposa, ao chegar à casa à tarde, que sua mãe havia telefonado durante o dia, dizendo que alguém chamado Alfredo, havia morrido. O enterro seria no dia seguinte. Salvatore havia deixado sua casa, na pequena cidade de Giancaldo, na Sicília, há muito tempo para seguir sua própria carreira em Roma, e não tinha mantido contato com sua família depois de sua partida.

Salvatore foi para a cama, virou as costas para sua esposa, que já estava dormindo, e deixou sua mente viajar de volta à sua infância. Ele tem uma irmã, uma mãe, mas não tem pai, um dos soldados desaparecidos na Segunda Guerra Mundial. Quando Salvatore (Toto) era criança, sua mãe mantinha a esperança, muito além do bom senso, da volta de seu marido. Toto tinha uma infância feliz, e ele passava muitas horas no cinema local, Paradiso. O cinema estava situado no meio da pequena cidade com uma vista magnífica da praça, que se abria através da janela da sala do operador, o lugar sublime nesse paraíso onde Alfredo operava os filmes. Ele havia feito isso durante anos, e seu grande corpo, seus movimentos, seus olhos bondosos, seu pesado bigode, tudo revelava o que significava devotar uma vida toda a "passar" filmes no Paradiso. Uma atividade particular importante era efetuada quando um novo filme chegava. Devia ser apresentado ao censor local, o padre, que, fazendo soar seu pequeno sino, freqüentemente de modo exaltado, indicava que era necessário cortar uma cena. Isso motivava atividade na sala do operador. Muitas cenas tinham que ser cortadas, pois qualquer beijo era considerado obsceno.

O Cinema Paradiso era o centro da pequena cidade e, em sua escuridão, tudo podia acontecer. Pessoas podiam rir e chorar juntas. Sempre era possível emprestar o lenço do outro, se necessário. Pessoas podiam se apaixonar pelos atores ou umas pelas outras; elas podiam decorar cenas de filmes, pois muitos filmes eram repetidamente apresentados. Podiam caçoar umas das outras, e particularmente do homem que, regularmente, dormia com sua boca aberta. Sorrisos e "piscadas" podiam ser dirigidos às pessoas na escuridão. E pessoas podiam se sentar junto, na próxima vez que viessem ao cinema. Tudo podia ser visto no cinema — bem, menos os beijos. Mais tarde, com o censor resignado, o primeiro beijo mostrado no cinema foi comemorado com altas vozes. Depois, quando Brigitte Bardot sorriu para todos os homens na escuridão e encheu o cinema com sonhos e desejos, a prostituta local pôde, como fato consumado, estabelecer o pequeno prostíbulo na esquina do cinema.

Nessa cidade também vemos crianças em seu caminho para a escola. A escola não era o lugar mais importante para Toto, mas parecia que ele não tinha problemas com ela. Porém, um menino tinha. Quando o rigoroso professor de matemática o chamou ao quadro-negro para fazer uma multiplicação, 255 vezes 15, ele ficou perdido, nem mesmo sabia como começar

a multiplicar 5 vezes 5. Ele fez uma tentativa. Resposta errada. E o professor bateu a cabeça do menino contra o quadro-negro. A classe riu. O professor perguntou de novo. Resposta errada. E novamente a cabeça do menino foi batida contra o quadro-negro. Para ele a escola deve ter sido o oposto do Paradiso. O menino deixou a escola com uma marca escura em sua testa.

No filme, esse evento é logo esquecido e voltamos ao Paradiso. Durante um espetáculo, o filme, que estava no projetor, pegou fogo. O rolo todo do filme pegou fogo e pedaços do rolo queimado caíram pelo chão. Alfredo tentou parar o fogo, pisando nas peças em chamas, mas a quantidade de papéis na sala era grande e acabou mesmo se incendiando. As calças de Alfredo pegaram fogo, também. Todo mundo correu para fora do edifício, mas Toto voltou. Ele subiu os degraus de metal que levavam à sala do operador. Toto (como já designado por seu nome, Salvatore) puxou Alfredo para fora do fogo, para baixo das escadas e para fora do edifício. Alfredo sobreviveu, recuperou-se, mas ficou cego.

Chegamos ao ano de 1954. Toto tornou-se um jovem, que servia como operador do cinema. Alfredo algumas vezes visitava a sala do operador. Toto tinha obtido sua própria pequena câmera. Fez seus próprios pedaços de filme, que ele "mostrava" para Alfredo. — Sim, há uma mulher no filme agora. (Alfredo já tinha adivinhado isso.) Ela tem olhos azuis. Parece que ela não havia notado ter sido filmada. Toto tinha sonhado com ela tendo sua câmera nas mãos. Ele estava apaixonado por ela e mais tarde ele deu um jeito de contar isso a ela. Ela não estava, realmente, apaixonada por ele. (Alfredo pode também ter adivinhado isso.)

Uma vez, sentado na soleira da porta de casa, Alfredo contou a Toto uma história sobre um soldado que se apaixonou por uma princesa. Como esse amor poderia ser possível? Alfredo tirou seus óculos escuros, e podíamos ver seus olhos cegos, enquanto ele contava a história. A princesa disse ao soldado que se ele esperasse por 100 dias e 100 noites sob sua sacada então ela seria sua. O soldado esperou, dias e noites sob a sacada. Esperou 50 dias e noites, depois 70, 80, 90 e 99. Mas após a 99ª noite, o soldado simplesmente partiu. — Ele partiu? — Sim, esse foi o final da história de acordo com Alfredo. Toto não podia acreditar nisso.

Toto disse à sua amada que ele iria esperá-la sob sua janela toda noite. Ele esperou e esperou. Algumas vezes chovia, outras havia tempestades.

Ele estava lá em qualquer tempo, e qualquer tipo de noite. Era noite de Ano Novo. Toto estava lá, enquanto podia ouvir muitas vozes... 8, 7, 6... contando os segundos remanescentes do ano de 1954. Esse foi o fim de sua espera, de acordo com seus próprios cálculos. Ele estava em pé com os olhos fechados em frente à janela. Mas quando 1955 chegou, a janela não se abriu. Ele foi embora.

Ele também deixou a cidade, e Alfredo, "vendo-o" partir na estação de trem, repetiu várias vezes que ele deveria deixar a pequena cidade. Ele deveria esquecê-los e não olhar para o passado. Toto partiu e apenas como homem maduro, com cabelos grisalhos, voltou para o enterro de Alfredo. Ele encontrou sua mãe novamente. Encontrou pessoas que estavam seguindo o enterro de Alfredo. Reconheceu muitas delas e elas o reconheceram, agora como um bem-sucedido diretor de cinema. A procissão do funeral parou em frente do Paradiso, agora um edifício deserto. Não funcionava como cinema há vários anos. Como poderia em um mundo de televisão e de vídeos? Rapidamente, após o funeral, Paradiso foi implodido, para abrir espaço para um estacionamento, tão necessário em um centro de uma cidade moderna.

Depois do enterro a viúva de Alfredo deu a Salvatore um pequeno presente, um rolo de filme. Quando, de volta à Roma, ele passou o filme, primeiro ficou surpreso, e então seu rosto transformou-se gradualmente em sorriso. O filme devia ter sido colado por Alfredo. Continha as cenas que tinham sido cortadas ano após ano pela censura. O filme continha todas aquelas cenas nunca exibidas no Paradiso. Beijo após beijo após beijo. Todas famosas cenas de beijos dos filmes daquele período foram colocadas juntas. Cinema Paradiso tinha condensado todas as experiências humanas possíveis, e esse filme de amantes cortados pelo censor tornou-se uma versão condensada de um sonho do Paradiso. Mostra o que não havia sido mostrado, ainda que, certamente, imaginado.

Aqui termina o filme *Cinema Paradiso*, pelo menos em sua versão curta. Contudo, também é apresentada uma versão longa, em que Salvatore encontra a mulher que não abriu a janela para ele, embora ele estivesse lá, na última noite de 1954. Ele também encontrou o menino com a marca escura em sua testa, agora um homem distinto. Não explicarei o que mais aconteceu nessa longa versão, apenas menciono que o homem com a marca estava casado, tinha uma bela filha e uma boa carreira. A marca escura em sua face não danificou as possibilidades de sua vida, embora fosse claramente visível.

Deixe-me usar essa pequena observação da longa versão como um lembrete. Pode ser que eu tenha exagerado o significado da educação matemática em toda exposição prévia. Falei sobre a política dos obstáculos de aprendizagem provocados pela educação matemática, como se tais obstáculos determinassem o futuro da pessoa. Tenho falado sobre a educação matemática como sendo crítica, o que inclui que ela é significante embora indeterminada. Naturalmente, a educação matemática pode assumir essa posição, mas esse pequeno episódio do *Cinema Paradiso* serviu para nos lembrar de que esse não precisa ser o caso. Pode ser que a educação matemática seja apenas aparentemente significante, e que ela aparece como significante quando estamos operando em seu próprio campo. Pode ser que nenhum significado sociológico seja atribuído a um sistema como educação matemática. Não devemos esquecer que a cena da sala de aula de matemática desempenha apenas um papel sem importância no filme todo.

Que dizer, então, da educação matemática? Pode ser que nem a matemática, nem a educação matemática desempenhem qualquer papel significante, importante a ser considerado na teorização social? Pode ser que meu enfoque da educação matemática crítica represente uma ilusão analiticamente desenvolvida? No momento, minha resposta para tais questões já está incluída em 51 notas prévias. Mas a real significância da educação matemática poderia ser colocada em dúvida (e, naturalmente, também a relevância dessa observação final que fiz sobre o *Cinema Paradiso*). Essa possibilidade nunca pode ser eliminada se se considerar uma aporia de modo sério.

Reciclando

Esta seção contém 52 pequenas notas de diferentes tipos que foram consideradas supérfluas durante a redação do livro. Contudo, algumas vezes pode ser interessante considerar novamente o que foi deixado na "lixeira" por enquanto.

MATEMÁTICA EM CONSTRUÇÃO. A construção das catedrais impressionantes, por exemplo, em Florença, Sienna e Roma, representa o limite da criatividade e capacidade humana da época. As proporções das catedrais representam princípios matemáticos óbvios da elaboração de planos detalhados para as construções. Pode ser, então, que não seja surpreendente que a Revolução Científica tenha adotado a idéia de que os segredos da natureza poderiam ser expressos pela matemática. Assumir que as construções efetuadas por Deus são baseadas em alguns princípios matemáticos ocultos parece uma generalização da idéia de que os segredos das construções arquitetônicas são encontráveis na matemática.

Ao mesmo tempo em que Deus veio a ser considerado o construtor do universo, ele não precisou mais ser considerado o pai ocupado com o relógio, que cuida de tudo: provê um milagre de vez em quando; ouve as preces o dia todo; assegura que os corretos sejam salvos e os pecadores punidos na medida apropriada. Como o relógio matemático foi uma das construções mais excitantes da época, tornou-se uma metáfora para o universo todo. Como um relojoeiro, Deus ocupou-se em criar um "relógio" perfeito e, quando criado, ele não tinha nada mais a fazer. A diferença entre o trabalho de relojoeiro de Deus e o do relojoeiro mundano (além da magnitude) é aquele não precisava dar corda. Ele construiu uma máquina motora perpétua, e, ao fazer isso, colocou-se além das capacidades dos humanos. (Podemos notar que Newton ainda considerou que Deus precisava, aqui e ali, fazer alguns ajustes aos movimentos do universo, pois existiam alguns detalhes que não funcionam inteiramente de acordo com os princípios estabelecidos por Newton. Laplace, contudo, esclareceu esses detalhes mecânicos e declarou que Deus era uma hipótese científica desnecessária. O relógio universal estava andando perfeitamente bem, por si mesmo.)

Nenhuma máquina motora perpétua foi construída, assim aquele detalhe da construção divina não foi apreendido pela humanidade. Contudo, a Revolução Científica trouxe esclarecimentos diferentes e surpreendentes sobre os segredos de Deus. Ao estabelecer o universo, ao modo como faziam os construtores de catedrais, ele também aplicou a matemática. E a natureza da matemática, embora complexa, não era mais complexa do que aquela que poderia ser apreendida pela humanidade.

A REVOLUÇÃO CIENTÍFICA. Uma indicação do que o progresso científico pode significar é encontrada na seqüência de interpretações da natureza iniciada por Nicolau Copérnico (1473-1543). Inspirado pela leitura dos filósofos gregos antigos, celebrando a significância do sol, ele apresentou uma representação heliocêntrica do mundo, uma alternativa radical à descrição fornecida por Ptolomeu no segundo século d.C. Mais tarde, J. Kepler (1571-1630) rompeu com toda tradição de ver os movimentos naturais do céu como sendo em círculos, demonstrando depois de anos de cuidadosos cálculos, que os planetas se moviam em elipses, com o sol em um dos seus *focos*. Galileu Galilei (1564-1642) expressou a idéia de que a matemática era essencial na formulação das leis da natureza. Assim sendo, era importante distinguir entre as qualidades sensórias primárias e as secundárias. Enquanto as primeiras se referem à velocidade, posição etc., de uma entidade, as secundárias se referem à cor, odor etc. Galileu enfatizava que apenas as primárias eram significativas para a compreensão da natureza, e essas qualidades podiam ser representadas matematicamente. Galileu conseguiu formular algumas dessas leis fundamentais para aplicá-las à queda livre. René Descartes (1596-1650) introduziu uma visão de mundo estritamente mecânica, onde não havia necessidade de um Deus pai, fazendo seu serviço diário mas, ao contrário, ele podia gozar sua "aposentadoria". Descartes identificou a importância da noção de inércia. Observou que corpos, incluindo corpos celestes, permaneciam em inércia ou se moviam em linhas retas, desde que não houvesse forças externas conduzindo-os a novas direções. Mas Descartes experienciou dificuldades ao buscar compreender os movimentos dos planetas em volta do sol: onde encontrar essa força envolvida na habilidade dos movimentos elípticos? Descartes, contudo, formulou a idéia que era importante para explicar como a lua estava "caindo" em direção à Terra. Apreendida por Robert Hooke (1635-1703) e formulada por Isaac Newton (1642-1727), as leis que governam os movimentos na Terra e nos céus foram elucidadas como sendo as mesmas. E Newton demonstrou que as leis de Kepler referentes aos movimentos dos planetas e as leis de Galileu concernentes à queda livre são implicações das mesmas leis universais, tão elegantemente formuladas pelo próprio Newton. Tudo podia ser formulado matematicamente, e todo o universo era organizado de acordo com princípios "profundos", mas simples. Básica ao quadro conceitual de Newton é a noção de gravidade, que representa o elemento místico na física clássica. Newton se inspirou na tradição eremítica onde "amor" representava força universal, e à gravidade foi atribuído um significado de atração universal entre corpos físicos. Foi suposto que a gravidade (amor) agia instantaneamente através de qualquer distância e operava entre quaisquer corpos físicos.

A SIGNIFICÂNCIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. A educação matemática representa algumas linhas conectivas entre o sistema escolar, o conteúdo de aprendizagem e o desenvolvimento tecnológico. A matemática parece facilitar um modo de pensar, planejar e operar que contribui com a superestrutura tecnológica da sociedade.

A matemática cultiva o padrão de pensamento que estabelece a representação mecânica do mundo expressa pelos trabalhos de Descartes, Galileu, Newton e muitos outros. A idéia básica da representação mecânica do mundo é que as qualidades sensórias primárias são tudo o que importa na descrição da natureza e, portanto, a matemática representa um meio adequado de descrição. A representação do mundo mecânico fornece uma fundamentação excelente para a revolução industrial. Matemática representa uma linguagem universal. Mas, certamente, nós temos que acrescentar: essa linguagem impõe uma visão de mundo e a revolução industrial se beneficia dessa visão. A educação matemática representa uma enculturação da linguagem da matemática e, portanto, promove uma visão de mundo. Seguindo tais linhas de pensamento, é difícil ignorar a possibilidade de que o sistema de educação matemática é de particular significância na sociedade tecnológica de hoje.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E PRODUTIVIDADE. Educação pode ser descrita em termos de crescimento econômico e como um elemento essencial de produtividade. Essa perspectiva provoca novas idéias: faz sentido perguntar pela "aprendizagem efetiva", e assumir que essa efetividade pode ser medida.

A escola pode ser caracterizada em termos dessa eficiência, a qual pode ser associada com realizações dos estudantes. E por que não ver essa realização em termos de resultados de exames, visto que estes já estão disponíveis? Ensino efetivo, então, pode simplesmente ser medido pela média dos resultados das classes particulares e a efetividade de um professor pode ser calculada como a média do "ensino efetivo" de sua classe. E por que não correlacionar a efetividade de um professor particular com seu salário? A classificação das escolas poderia, então, ser calculada como a média da efetividade do pessoal da escola. E isso poderia, naturalmente, ser associado com a alocação de recursos para a escola. (Esse pesadelo, conseqüência de associar aprendizagem com produtividade, já foi desenvolvido com detalhes.)

UM EXPERIMENTO MENTAL. Imagine que tenhamos inventado a mais perfeita melhoria em educação matemática. Perfeita no sentido de que todas as crianças venham a aprender e tornem-se bem-sucedidas em matemática. A noção de "aprendizes vagarosos" perderia seu significado. Todos passariam em qualquer teste com resultados iguais: a maior nota. Todos os estudantes, por meio de sua educação em matemática, estariam igualmente preparados e qualificados para a exigência de qualquer emprego, qualquer que fosse a competência necessária em matemática. A educação matemática não faria qualquer diferença nas oportunidades de vida dos estudantes. Esses novos sucessos da educação matemática eliminariam sua função de fornecer estratificação, seleção e demarcação. Para onde essa situação feliz nos levaria? Seria o caso de a "discriminação" (e discriminar de modo que para muitos, incluindo as vítimas da discriminação, esse ato discriminatório pareça justificado) ser uma função necessária do sistema educacional à medida que a sociedade pressupõe discriminação, por exemplo, em termos de salário, poder, qualidade de trabalho etc.? Os obstáculos de aprendizagem servem a uma função política em qualquer sociedade, onde princípios de eqüidade, de um modo ou de outro, são obstruídos ou ignorados? Bem, pesquisas em educação matemática não trouxeram qualquer melhoria, desse modo, a educação matemática não vai enfrentar as conseqüências de seu próprio sucesso final.

O CIENTISTA COMO UM ESPECTADOR. De acordo com o *Tractatus*, a realidade é constituída por fatos, e não por coisas e objetos. Fatos podem ser apreendidos por proposições. Uma proposição atômica é verdadeira no caso em que o correspondente fato atômico existe. Proposições podem ser verdadeiras ou falsas, não existem outras possibilidades. Proposições moleculares, compostas por proposições atômicas, também podem ser verdadeiras ou falsas; não existem outras possibilidades. O valor-verdade de uma proposição molecular pode ser determinado verificando, em relação à natureza, o valor-verdade das proposições atômicas que compõem as proposições moleculares. Então a lógica determinará para nós o valor-verdade das afirmações moleculares. Além disso, de modo empírico, podemos observar se a afirmação molecular é verdadeira ou falsa. A lógica nunca nos enganará, pois a estrutura gramatical (ou lógica) das afirmações moleculares é "semelhante" à estrutura ontológica da "realidade". O papel da ciência natural vem a ser o de duplicar a natureza. A ciência fornece uma descrição, e o cientista se torna um espectador cuja tarefa é prover representações acuradas.

ANTIDOGMATISMO. O antidogmatismo do Iluminismo tratou de afirmações e exigências apresentadas como "verdades" religiosas com referência a certas interpretações da escritura. A Reforma Protestante também continha elementos antidogmáticos, por não aceitar o que estava estabelecido pela Igreja Católica. Contudo, dogmas alternativos foram introduzidos à medida que a própria escritura tornou-se um recurso apropriado para o indivíduo apreender a "verdade". A discussão de Bacon sobre os ídolos[191] assinala um antidogmatismo. Portanto, não há necessidade de confiar no que é dito no teatro, que na interpretação de Bacon se refere à

191. Tratam-se dos preconceitos que, para Bacon, assediam o espírito dos homens e dos quais devemos nos livrar para efetuar a autência "Interpretação da Nautureza". (Nota da Tradutora).

tradição filosófica. A verdade pode, contudo, ser obtida usando um método "apropriado", o qual, de acordo com Bacon, era um método indutivo. O antidogmatismo é claramente apresentado pela dúvida universal de Descartes, mas logo Descartes considera um fundamento alternativo para o desenvolvimento do conhecimento. Antidogmatismo também é parte da afirmação de Kant de que os seres humanos deveriam encontrar coragem para usar seus recursos próprios para obter conhecimento. O antidogmatismo, associado com o Iluminismo, critica algumas fundamentações por serem injustificadas. São apenas mantidas por alguns poderes (ilegítimos). Todo enfoque do Iluminismo visa colocar em dúvida qualquer fundamentação que é designada por algum tipo de autoridade fora do sujeito cognoscente. Nenhuma autoridade externa pode ser confiável em qualquer busca pela "verdade". Ao invés disso, o sujeito deve encontrar a autoridade em suas próprias faculdades epistêmicas. Aqui, de acordo com o Iluminismo, uma fundamentação apropriada para o conhecimento pode ser encontrada. Contudo, um antidogmatismo que é provocado por uma aporia torna-se um antidogmatismo sem fundamentação. Esse é um antidogmatismo mais radical.

UM EXPERIMENTO MENTAL. Imagine um ditador. Ele percorre seu país e decide tudo. Imagine que as pessoas do país sejam ingênuas. Pelo menos no sentido de que querem fazer o que o ditador solicita para que façam. As pessoas são gentis e tentam agradar o ditador em todos os aspectos. Apesar disso, não é fácil ser um ditador, pelo menos nesse país com pessoas ingênuas. O ditador escreve o que quer que as pessoas façam mas, infelizmente, as pessoas não são capazes de ler as ordens. Todos pedem a ele que explique o que têm que fazer. Assim, ele decide ensinar as pessoas a ler e a escrever Torna-se um programa educacional bem-sucedido e agora o ditador não tem mais dificuldades com relação à execução de suas ordens.

Contudo, o ditador corre um risco. Quando as pessoas foram ensinadas a ler e a escrever, elas também adquiriram um tipo de competência que pode ser usada com diferentes propósitos. A competência do letramento pode ser usada para interpretar a situação em que os aprendizes estão engajados. Da perspectiva do ditador, é um "risco" desenvolver o letramento como uma competência geral. As pessoas podem usar essa competência e reinterpretar as relações de poder da sociedade. Letramento pode ser usado para finalidades críticas, e a natureza de uma ditadura pode ser colocada em discussão. Letramento é uma "faca de dois gumes". Contudo, a história é favorável ao ditador. Ele não é deposto. Mesmo que o letramento possa ter a qualidade de uma faca de dois gumes, essa qualidade não precisa ser aplicada. O ditador pode viver pacificamente com seu povo, que continua a seguir suas ordens escritas.

A industrialização e a necessidade de modernização também atingem essa ditadura pacífica. Uma manhã, representantes da nova indústria mostram coisas bonitas que podem ser produzidas se o país for industrializado. O ditador decide desenvolver seu país de acordo com as novas sugestões. Todos os tipos de máquinas reluzentes são instaladas, mas as pessoas olham para aquele maquinário e para o ditador. O que esperam delas? O ditador começa a ensinar as pessoas como manipular essa tecnologia e isso, decerto, pressupõe que ele lhes ensine matemática. O ditador introduz matemática em todos os níveis do currículo e toda força de trabalho adquire a competência necessária para atender à demanda da industrialização. O conhecimento matemático e o letramento tornam-se dois pilares do sistema educacional da ditadura.

O ditador corre risco ao introduzir matemática no currículo. O conhecimento matemático pode se tornar uma faca de dois gumes? O ditador inclui "tudo" no currículo matemático: teoria dos conjuntos, funções, gráficos, álgebra, teoria dos grupos, cálculo etc. As pessoas realmente aprendem matemática. Mas essa aprendizagem é uma ameaça à ditadura? Essa questão preocupa a possibilidade de estabelecer uma educação matemática crítica. Se a educação matemática pode ser organizada de tal modo que desafie os aspectos subdemocráticos na sociedade, então podemos chamá-la educação matemática crítica.

Algumas considerações

INTRODUÇÃO. Como turista, em uma cidade grande como Roma, eu gosto de dar uma volta e deixar que a cidade se apresente para mim, como ela quiser. Eu deixei o mapa turístico, com os lugares interessantes cuidadosamente identificados, no hotel, daqueles mais modestos, devo admitir. Algumas vezes, eu posso cruzar a mesma pequena praça uma segunda vez, embora dessa vez como parte de uma rota diferente, e, portanto, eu não a reconheço imediatamente. E, de certo modo, a praça é de fato diferente, porque ela agora é parte de uma nova perspectiva. Tais experiências também fazem parte da realização de uma viagem conceitual a partir de um lugar modesto.

PARTE I. Educação matemática ocorre nas escolas, nas instituições de educação avançadas, nas universidades. E acontece também fora da escola: em lugares de trabalho e durante a realização de negócios diários. A educação matemática envolve diferentes grupos de pessoas e é acompanhada por muitos discursos diferentes. É um sistema social complexo, tão complexo que dificilmente faz sentido pensá-la como um sistema. Educação matemática está em todo lugar.

A educação matemática é um sistema sociopolítico *significativo*? Por "sistema sociopolítico significativo" eu entendo a educação matemática que desempenha uma função sociopolítica importante, influenciando outros sistemas sociais. Tem sido afirmado que superestruturas tecnológicas da sociedade estão "erguidas" sobre os fundamentos da educação matemática. O interesse político por escores nacionais em matemática, obtidos por meio de investigações internacionais comparativas, pode também indicar que a educação matemática é significativa. E se nós virmos a educação matemática pela perspectiva dos aprendizes, ela parece fornecer alguma oportunidade rica de vida para alguns, enquanto que para outros essas oportunidades são reduzidas.

Eu considero que a educação matemática é *indeterminada*. Por "indeterminada" eu entendo que não é honesto especificar o caráter do impacto social da educação matemática. De um lado, faz sentido pensar a educação matemática como uma atividade social que tem um mérito intrínseco. Parece óbvio que é importante que os estudantes aprendam matemática, a qual é a forma mais geral do pensamento humano, e que tem sua longa história integrada com o excepcional desenvolvimento cientifico e cultural. Por outro lado, também é possível enumerar uma longa lista de "injustiças" que podem ser produzidas pela educação matemática. Assim, Bourdieu salienta que a educação matemática garante uma indicação irracional de uma "nobreza de estado", e nós podemos acrescentar a isso que a função da educação matemática também pode eliminar grupos de pessoas "dispensáveis", sem um papel na economia informacional (onde essa economia encontraria alguns padrões célebres de vantagens). Alguns estudos indicam que a educação matemática pode ser sexista e racista; que é uma disciplina para "disciplinar"; e que serve aos interesses de determinados grupos. A educação matemática é indeterminada em ambos os sentidos, tanto para o das "coisas boas" como para o das "coisas ruins", os quais se apresentam de modo misturado, em um pacote emaranhado.

Eu considero que a educação matemática é crítica, no sentido que é significante e indeterminada. A educação matemática não contém intrinsecamente qualidades boas ou más, e em diferentes contextos sociopolíticos sua significância pode ser exercida de modo muito diferente. Dependendo do contexto particular, a educação matemática pode estar a serviço tanto de maravilhas quanto de horrores. A educação matemática não tem uma essência predefinida.

A característica crítica da educação matemática pode ser esclarecida considerando os três aspectos da sociedade informacional: (a) processo de globalização; (b) processo de construção, organização e distribuição do conhecimento e (c) processo de guetorização. Matemática e educação matemática representam formas de processar o conhecimento que parecem ter relevância particular para a formação da sociedade informacional. Entretanto, nós não ficaríamos surpresos quando o processo de globalização e formação de guetos viesse a ser influenciado pelo que ocorre na educação matemática. A posição crítica da educação matemática provê ocasiões para preocupações e incertezas. A educação matemática crítica pode emergir de tais preocupações e incertezas.

PARTE 2. Vou tentar esclarecer o meu próprio entendimento sobre Iluminismo, relatando quatro grupos de idéias. Primeiro, o Iluminismo é associado com antidogmatismo, o qual se refere à recusa em aceitar idéias e crenças com base em que elas são propostas por "escrituras" ou por certas autoridades. Em vez disso, o conhecimento deve encontrar a sua base em julgamentos pessoais — e tais julgamentos têm que incluir, se não uma dúvida universal, pelo menos um ceticismo sólido. Segundo, o Iluminismo sugere que a ciência leva ao progresso e, particularmente, à revolução científica —, incluindo os trabalhos e perspectivas de Copérnico, Kepler, Galileu, Descartes e Newton — que exemplifica esse progresso e sua ligação íntima com o desenvolvimento das idéias matemáticas. Terceiro, o Iluminismo propõe que o desenvolvimento social pode ser progressivo, significando que podemos trabalhar nosso caminho por meio de uma utopia e faz sentido, como sugerido por Comte, tentar identificar as leis do progresso. Quarto, o espírito do Iluminismo é definido por uma suposição a respeito de uma transparência epistêmica, significando que é possível especificar, de modo simples e claro, o que conta como conhecimento e como o conhecimento pode ser perseguido. Esses quatro conjuntos de idéias são unidos pelo que eu chamo de *suposição do progresso*: progresso científico estimula o progresso social, político e cultural. O progresso científico é um motor confiável para o progresso em geral, incluindo o desenvolvimento dos valores democráticos.

Entretanto, poderia ser que essa matemática não contribuísse para o pesado tráfego na rodovia desse progresso? De acordo com algumas interpretações, tais como as encontradas no platonismo, a matemática é separada da realidade do mundo. Em vez disso, é uma ciência voltada para o mundo das idéias eternas. O formalismo propõe que a matemática trata com propriedade de um sistema formal, claramente separado de qualquer "realidade". Seguindo tais linhas de interpretação, seria difícil pensar em matemática como servindo ao motor formidável do progresso. Pode ser o caso que a matemática esteja "de mãos limpas" e, dessa forma, não está envolvida na suposição do progresso. Essa idéia é condensada na interpretação de Hardy que vê a matemática como um empreendimento estético. Além disso, eu olho para a representação da teoria da modelagem em matemática, que, além de ser uma teoria, representa uma "metafísica", por falar sobre representação e modelagem. De acordo com a teoria da representação, um modelo matemático é uma representação mais ou menos acurada de uma parte da realidade. Isso pressupõe uma espécie de relação-similaridade entre a matemática e realidade, embora algumas vezes a separação seja mantida. Uma parte da realidade pode ser descrita em termos de matemática, mas a matemática não consegue se envolver em questões sociais. Um fotógrafo pode ser considerado responsável pela qualidade da foto, mas não pela realidade que está na fotografia. Está amplamente reconhecido que o quadro teórico da linguagem, como apresentado por Wittgenstein no *Tractatus*, perdeu sua importância filosófica. Teorias sobre jogos de linguagem, a teoria do ato da fala e a teoria do discurso têm ressaltado uma nova dimensão na compreensão da linguagem. Algo é *feito* por meio da linguagem. Eu tento ilustrar que a idéia da modelagem matemática vista como representação é tão problemática quanto problemática é a teoria da representação da linguagem. Alguma coisa pode ser feita por meio da linguagem e, de igual maneira, por meio da matemática.

Por *matemática em ação* eu me refiro à idéia de que a matemática não é qualquer espectador do mundo real. Eu tento mostrar que toda a interpretação da matemática como sendo "de mãos limpas" é problemática, e que a teoria da representação da modelagem matemática é inadequada. A matemática não pode ser considerada um empreendimento intelectual sem a utilização da mente. Em vez disso, a matemática é parte do desenvolvimento tecnológico. É parte do gerenciamento e do processo decisório em todos os aspectos da vida.

A matemática em ação inclui três elementos: (a) por meio da matemática é possível construir situações hipotéticas com as quais é possível investigar até mesmo o que não existe; (b) uma meticulosa investigação de situações hipotéticas pode ser desenvolvida por meio da matemática, embora a matemática possa somente captar alguns aspectos da situação. Isso significa que investigações de situações hipotéticas podem conter pontos obscuros quando as implicações de realização de certas construções hipotéticas são examinadas; (c) é possível compreender uma situação hipotética como uma construção tecnológica. Nós podemos pensar em tal construção como sendo uma peça da maquinaria tecnológica, mas também poderia ser pensada como um instrumento de gerenciamento, um programa para distribuir reservas aéreas, um sistema de controle de qualidade etc. Desse modo, a matemática torna-se parte da realidade. Quando a matemática é trazida à ação, poder e conhecimento (matemático) se mesclam.

O esclarecimento da matemática em ação implica que é bom pensar na suposição do progresso como também se remetendo à matemática. (A matemática não é um jogo estético "de mãos limpas" prazeroso para alguns e dominado por poucos sábios.) Matemática em ação é parte do processo todo ao qual a suposição de progresso se refere: uma dinâmica integrada de desenvolvimento científico e político-social, o qual define o verdadeiro progresso. Entretanto, quando a matemática é reconhecida como estando em ação, então o conteúdo da suposição do progresso pode ser posto em dúvida.

PARTE 3. Quando consideramos a matemática em ação, consideramos ações. E ações não podem ser assumidas como tendo um valor especial, qualidade, confiabilidade, ou fidedignidade porque a matemática está envolvida. Para muitas perspectivas religiosas, as ações de Deus, assim como as ações que observam sua vontade são boas: e a razão disso é que Deus, autoridade sublime, está envolvido. Contudo, a matemática, essa autoridade racional sublime, não é nenhuma marca de qualidade para a ação.

Isso nos leva ao paradoxo da razão: por um lado, a matemática, como parte da ciência, parece representar a mais refinada forma de conhecimento. Vemos a história da matemática como intimamente conectada ao mais impressionante desenvolvimento do conhecimento humano e da compreensão da natureza. O Iluminismo exibe uma apreciação da: ciência, razão, racionalidade, lucidez, *insight*, conhecimento e ainda da matemática. Torna-se óbvio que todo mundo pode desfrutar da razão e confiar nela e naquilo que significa. Por outro lado, acompanhando esse irresistível desenvolvimento do conhecimento e *insight*, vemos que o conhecimento científico e o conhecimento matemático são partes de ações que parecem ser da mais desprezível natureza. O mundo não parece desenvolver-se de acordo com qualquer esperança iluminada sobre progresso. Desconfiança na razão também parece ser necessária.

A matemática e a matemática em ação oferecem recursos integrados para ações sociotecnológicas, incluindo inovações tecnológicas. Eu sugiro que nós não tentemos considerar a matemática como uma estrutura, nem como um sistema bem definido para modelagem, mas como parte de um sistema mais complexo de recursos. A fim de chamar a atenção para isso, eu falo acerca do aparato da razão como sendo um recurso complexo para o desenvolvimento da tecnologia. Esse aparato se refere ao conhecimento, tecnologia, sistemas ICT, recursos econômicos, prioridades gerenciais. Se quisermos entender como a ciência está operando na sociedade de hoje, temos que considerar como o aparato da razão está operando. Tal ponto de vista amplo pode não fornecer uma solução para o paradoxo da razão, mas pode ajudar a elucidar o paradoxo.

Se a razão não é confiável, a crítica da razão parece necessária. Tal crítica foi sugerida anteriormente, por exemplo, quando a "razão instrumental" foi tratada pela Teoria Crítica. Em particular foi ressaltado que problemas ocorrem quando um tipo de razão é aplicado fora dos seus próprios domínios. Assim, a razão instrumental torna-se um perigo, quando ela chega a operar em, digamos, sociologia. Eu considero, entretanto, uma crítica da razão muito mais detalhada, que trata do entendimento da razão como sendo parte integral do aparato da razão. Para rebater o paradoxo da razão, precisamos estabelecer uma crítica da razão incluindo uma crítica do aparato da razão. Entretanto, uma crítica da razão dificilmente pode ser baseada na razão; assim, de que perspectiva, então, tal crítica pode ser elaborada? Isso nos conduz a uma situação aporética. Nós não temos um método de crítica, um fundamento de crítica, nenhum ponto de partida, nenhum ponto de chegada. Apesar disso, como incerteza implica responsabilidade, nós não podemos ignorar a aporia.

Os desafios que a situação aporética impõe à educação matemática podem ser descritos como uma demanda ética. Não pode ser suposto sem má-fé que a educação matemática pode ser organizada na base da suposição de progresso, implicando que a educação matemática pode simplesmente servir como embaixadora da matemática. Para a filosofia da matemática, o desafio inclui a perda da epistemologia da transparência. Quando a matemática em ação é estabelecida como sendo de interesse filosófico, então várias suposições sobre matemática não podem ser mantidas. Em vez disso, a incerteza se torna uma categoria epistêmica básica. O desafio para a teorização social, provocado pela situação aporética, relaciona-se com o aparato da razão. Esse aparato não pode ser responsabilizado honestamente na teorização social. Nem pode, por sua natureza significativa e indeterminada, ser ignorada. A teorização social chega a um acordo com os acontecimentos, os quais os instrumentos da razão estão continuamente organizando.

PARTE 4. De algumas perspectivas, o conhecimento pode ser olhado como uma questão mental interna, que traz a construção do conhecimento para a mesma família da "dor de cabeça". O construtivismo radical segue esse conceito, enquanto o construtivismo racional coloca o conhecimento fora da esfera privada, em uma espécie de paraíso da lógica pública, pelo menos no Terceiro Mundo, de acordo com a terminologia de Popper. Ambos os construtivismos, radical e racional, harmonizam-se com a suposição de progresso, e podemos associar idéias educacionais atraentes com ambas as posições. Essas duas abordagens podem também ser vistas como "resquícios" do otimismo do Iluminismo, à medida que validam um discurso sobre educação matemática, que facilmente nos permitem esquecer dos aspectos sociopolíticos dessa educação.

O Iluminismo pressupõe uma conexão intrínseca entre conhecimento e progresso. O paradoxo do progresso nos remete para a ilusão desta hipótese. Nossa situação aporética implica que nenhum fundamento para qualquer crítica da razão (na forma de um aparato da razão) pode ser encontrado; nem podemos fugir do requisito de tal crítica. Isto me faz lutar com a seguinte questão: como é possível construir uma sensibilidade conceitual para o funcionamento sociopolítico da educação matemática, assim como para as operações da razão em geral?

Eu não faço qualquer sugestão sistemática para atingir tal sensibilidade, mas eu reconsidero nove noções diferentes: *matemática, conhecimento, reflexão, aprendizagem, aprendizes, conflito, matemácia, guetorização e globalização*. Essas noções podem ser pensadas como uma parte do empreendimento filosófico. Mas, certamente, nenhuma delas está buscando transparência conceitual. Ao considerar essas noções eu espero que a crítica faça sentido como um convite para compartilhar algumas preocupações. Dessa maneira eu espero fazer uma contribuição à filosofia da educação matemática crítica.

Deixe-me somente recapitular nove questões: (a) Do que trata a matemática? Essa questão levanta clássicos pontos ontológicos e o platonismo sugere o realismo, mas outras posições são possíveis, incluindo outras posições realistas. Eu sugiro o realismo da matemática em ação. (b) Como caracterizar conhecimento? Essa é uma questão clássica e filósofos, desde Platão, tentaram chegar a definições. Eu sugiro que uma conexão conceitual íntima seja feita entre conhecimento e ação. Além disso, eu considero que conhecimento em ação, pode ser exemplificado por matemática em ação que também ilustra a íntima conexão entre conhecimento e poder. (c) Como deveria ser considerada a natureza da reflexão? É possível identificar diferentes conceitos de reflexão. Eu considero as reflexões ao mesmo tempo públicas e coletivas, o que é muito diferente da concepção de reflexões como sendo inspeções internas das construções mentais. Eu considero as reflexões baseadas no diálogo como sendo de especial interesse. (d) como poderia ser considerada a natureza da aprendizagem? Eu vejo aprendizagem como interação e qualquer aprendizagem como baseada no diálogo; e considero relevante o desenvolvimento dialógico, em vez das epistemologias monológicas, como exemplificadas pela epistemologia genética de Piaget e pelo construtivismo radical. Acredito que a comunicação, sob a forma de diálogo, dá suporte para a aprendizagem, com certas qualidades de interesses particulares da educação matemática crítica. (e) Como nós podemos ver os aprendizes? Muitas teorias de aprendizagem parecem considerar os estudantes como os estudantes em tempo integral, como anjos cognitivos. Eu sugiro que estudantes sejam "compreendidos" como seres humanos, tanto em uma perspectiva de "horizonte futuro" como de "solo pretérito". Assim a aprendizagem do sujeito não é uma construção epistemológica tal como a epistemologia genética de Piaget. (Nem é uma *tabula rasa* conforme sugerido por John Locke.) Os estudantes reais podem estar interessados ou entediados, ou com fome, e eles podem fazer barulho na sala de aula. Eles podem ter outros interesses. Eles podem ter aspirações particulares na vida. (f) O contexto da aprendizagem e da escolarização é freqüentemente entrecruzado com conflitos e crises. Acho importante considerar os estudantes em seu contexto sociopolítico de vida. Medo de guerra e violência está presente para muitas crianças. Do mesmo modo está presente o medo da pobreza. (g) Como é possível trazer mais significado para a noção de matemácia? Essa questão diz respeito tanto à prática quanto ao conteúdo utópico da educação matemática crítica. Eu vejo matemácia como contendo matemática, mas também elementos reflexivos, e eu vejo a matemácia emergindo do processo de ensino e de aprendizagem sob a forma de diálogo (isso é o desejado).

Finalmente eu considero, de novo, a educação matemática da perspectiva de (h) guetorização e eu volto para a questão da educação matemática como sendo parte do processo de (i) globalização. Faço assim porque acho importante considerar o processo de conhecimento de ambas as perspectivas, da globalização e da guetorização. Essa dupla perspectiva pode ajudar a manter a sensibilidade conceitual da aporia, da qual nós não podemos escapar. Desse modo, podemos apreender responsabilidade no meio da incerteza.

Nem a educação matemática crítica, nem qualquer outra educação crítica podem avançar a partir de qualquer fundamento ou da identificação de alguns valores básicos. Estamos na situação aporética cujo significado é atribuído pelo fato de que todas as noções às quais temos nos referido são explosivas. Entendo que para explicar "matemática", "conhecimento", "reflexão", "aprendizagem" etc. eu necessito referir-me a conceitos e noções que são muito mais complexos que aqueles que tentei esclarecer. Qualquer explicação nos leva à direção oposta de qualquer ponto epistêmico fixo de natureza cartesiana. Em vez disso, o esclarecimento de "algumas coisas" leva-nos a considerar "todas as coisas".

Referências Bibliográficas

ADLER, J. (2001a). *Mathematics in Multicultural Classrooms*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

______. (2001b). Resourcing Practice & Equity: A Dual Challenge for Mathematics Education. In ATWEH, B.; FORGASZ, H. & NEBRES, B. (orgs.). *Sociocultural Research on Mathematics Education: An International Perspective* (185-200). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

ADORNO, T. W. (1971a). *Erziehung zur Mündigkeit*. Frankfurt am Main: Suhrkamp.

______. (1971b). Erziehung nach Auschwitz. In ADORNO, T. W. *Erziehung zur Mündigkeit* (88-104). Frankfurt am Main: Suhrkamp.

ALRØ, H. & SKOVSMOSE, O. (2002). *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

APPELBAUM, P. M. (1995). *Popular Culture, Educational Discourse, and Mathematics*. New York: State University of New York Press.

APPLE, M. W. (1995). Taking Power Seriously: New Directions in Equity in Mathematics Education and Beyond. In SECADA, W. G. FENNEMA, E. & ADAJIAN, L. B. (orgs.). *New Directions for Equity in Mathematics Education* (329-348). Cambridge: Cambridge University Press.

______. (2000). Mathematics Reform through Conservative Modernization? Standards, Markets and Inequality in Education. In BOALER, J. (org.) (2000). *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning* (243-259). Westport (USA): Ablex Publishing.

ARCHAMBAULT, R. D. (org.). (1964). *John Dewey on Education: Selected Writing*. Chicago, London: The University of Chicago Press.

ARCHIBUGI, D. & LUNDVALL, B. (orgs.) (2001). *The Globalizing Learning Economy*. Oxford: Oxford University Press.

AUSTIN, J. L. (1962). *How to Do Things with Words*. Oxford: Oxford University Press.

______. (1970). Other Minds. In URMSON, J. O. & WARNOCK, G. J. (orgs.). *Philosophical Papers*. 2. ed. (76-116). Oxford: Oxford University Press.

AYER, A. (1970). *Language, Truth and Logic*. London: Victor Gollancz (primeira edição, 1936).

______. (org.) (1959). *Logical Positivism*. New York: The Free Press.

BACON, F. (1960). *The New Organon*. Organizado e com introdução de Fulton H. Anderson. Indianapolis: The Bobbs-Merrill Company (primeira edição, 1620).

BAUMAN, J. (1986). *Winter in the Morning: A Young Girl's Life in the Warsaw Ghetto and Beyond 1939-1945*. London: Vigaro Press.

BAUMAN, Z. (1989). *Modernity and the Holocaust*. Cambridge: Polity Press.

______. (1998). *Globalization: The Human Consequences*. Cambridge: Polity Press.

______. (1999). *In Search of Politics*. Cambridge: Polity Press.

______. (2001). *Community: Seeking Safety in an Insecure World*. Cambridge: Polity Press.

BAUCHSPIES, W. K. (no prelo). Sharing Shoes and Counting Years: Mathematics, Colonisation and Communication. In CHRONAKI, A. & CHRISTIANSEN, I. M. (orgs.). *Challenging Perspectives on Mathematics Classroom Communication*. Greenwich: Information Age Publishing.

BECK, U. (1992). *Risk Society: Towards a New Modernity*. London: SAGE Publications.

______. (1995a). *Ecological Politics in the Age of Risk*. Cambridge: Polity Press.

______. (1995b). *Ecological Enlightenment: Essays on the Politics of the Risk Society*. New Jersey: Humanities Press.

______. (1998). Politics of Risk Society. In FRANKLIN, J. (org.). *The Politics of Risk Society* (9-22). Cambridge: Polity Press.

______. (1999). *World Risk Society*. Cambridge: Polity Press.

BECK, U.; GIDDENS, A. & LASH, S. (1994). *Reflexive Modernization: Politics, Tradition and Aesthetics in the Modern Social Order*. Cambridge: Polity Press.

BELL, D. (1973). *The Coming of Post-Industrial Society*. New York: Basic Books.

______. (1980). The Social Framework of the Information Society. In FORRESTER, T. (org.). *The Microelectronics Revolution* (500-549). Oxford: Blackwell.

BENJAMIN, W. (1999). *The Arcades Project*. Trad. Howard Eiland & Kevin McLaughlin. Cambridge (USA): The Belknap Press of Harvard University Press.

BESSOT, A. & RIDGWAY, J. (orgs.) (2000). *Education for Mathematics in the Workplace*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Beth, E. W. & Piaget, J. (1966). *Mathematical Epistemology and Psychology*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

BICUDO, M. A. V. *Fundamentos da Orientação Educacional*. São Paulo: Saraiva, 1978.

BISHOP, A. J. (1990). Western Mathematics: The Secret Weapon of Cultural Imperialism. *Race and Class 32*(2), 51-65.

BLOMHØJ, M. (2003). Modellering som undervisningsform. In SKOVSMOSE, O. & BLOMHØJ, M. (orgs.). *Kan det virkelig passe? Om matematiklæring* (51-71). Copenhagen: L & R Uddannelse.

BLOOR, D. (1976). *Knowledge and Social Imagery*. London: Routledge and Kegan Paul.

BLUM, W. & NISS, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling Applications and Link to other Subjects — State, Trends and Issues in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.

BLUM, W.; BERRY, J. S.; BIEHLER, R.; HUNTLEY, I. D.; KAISER-MESSMER, G. & PROFKE, L. (orgs.) (1989). *Applications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics*. Chichester: Ellis Horwood.

BLUM, W.; NISS, M. & HUNTLEY, J. (orgs.) (1989). *Modelling, Applications and Applied Problem Solving Teaching Mathematics in Real Context*. Chichester: Ellis Horwood.

BOHMAN, J. & REHG, W. (orgs.) (1997). *Deliberative Democracy: Essays on Reason and Politics*. Cambridge (USA): The MIT Press.

BOOSS-BAVNBEK, B. (1991). Against Ill-founded, Irresponsible Modelling. In NISS, M.; BLUM, W. & HUNTLEY, I. (orgs.). *Teaching of Mathematical Modelling and Applications* (70-82). Chichester: Ellis Horwood.

______. (1995). Model, Prediction, Action: Mathematics Induced Changes in Science, Technology and Public Thinking. *Res Humania*, *1*, 113-172.

______. (2002). Mathematics, Mathematics Education and War. In VALERO, P. & SKOVSMOSE, O. (orgs.). *Proceedings of the Third international Mathematics Education and Society Conference* (112-121). Copenhagen, Roskilde, Aalborg: Centre for Research in Learning Mathematics, Danish University of Education, Roskilde University and Aalborg University.

BOPAPE, M. (2002). *Mathematics School Based In-Service Training* (SBINSET): A Study of Factors Contributing Towards Success or Failure of SBINSET in the South African School Context. Tese de doutorado. Aalborg: Aalborg University.

BORBA, M. Humans with Media: Transforming Communication in the Classroom. In CHRONAKI, A. & CHRISTIANSEN, I. M. (orgs.). *Challenging Perspectives on Mathematics Classroom Communication*. Greenwich: Information Age Publishing.

BORBA, M. & PENTEADO, M. G. (2001). *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.

BORBA, M. & SKOVSMOSE, O. (1997). The Ideology of Certainty in Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics*, *17*(3), 17-23.

BORBA, M. & VILLARREAL, M. (2005). *Humans-with-media and Reorganizing of Mathematical Thinking Modelling, Visualization, Experimentation and Technologies of information and Communication*. New York: Springer.

BOURBAKI, N. (1950). The Architecture of Mathematics. *The American Mathematical Monthly*, *57*, 221-232.

BOURDIEU, P. (1996). *The State Nobility: Elite Schools in the Field of Power*. Com a colaboração de Monique de Saint Martin. Cambridge: Polity Press.

BROUWER, L. E. J. (1975a). Intuitionism & Formalism. In BROUWER, L. E. J. *Collected Works*, v. I (123-138). Amsterdam and Oxford: North Holland Publishing Company; New York: American Elsevier Publishing Company (primeira edição, 1913).

BROUWER, L. E. J. (1975b). Consciousness, Philosophy, and Mathematics. In BROUWER, L. E. J. *Collected Works*, v. I (480-494). Amsterdam and Oxford: North Holland Publishing Company; New York: American Elsevier Publishing Company (primeira edição, 1948).

BROWN, R. & PORTER, T. (2001). The Methodology of Mathematics. *European Mathematical Society Newsletter*. First Part: June (n. 40), 12-14. Second Part (n. 41), 14-16.

BURTON, L. (org.) (1990). *Gender and Mathematics: An International Perspective*. London: Cassell.

______. (1999). The Practices of Mathematicians: What Do They Tell Us about Coming to Know Mathematics? *Educational Studies in Mathematics*, *37*(2), 121-143.

______. (2001). Research Mathematicians as Learners — and What Mathematics Education Can Learn from Them. *British Educational Research Journal*, *27*(5) 589-599.

BURTON, Leone (org.) (2003). Which Way Social Justice in *Mathematics Education?* Westport, CT: Praeger.

______. (2004). *Mathematicians as Enquirers: Learning about Learning Mathematics.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

BURY, J. B. (1955). *The Idea of Progress: An Inquiry into its Origin and Growth.* Com introdução de Charles A. Beard. New York: Dover Publications (primeira edição, 1932).

CARNAP, R. (1937). *The Logical Syntax of Language.* London: Routledge & Kegan Paul (edição original alemã, 1934).

______ (1959). The Elimination of Metaphysics Through Logical Analysis of Language. In AYER, A. (org.). *Logical Positivism* (60-81). New York: The Free Press (edição alemã original, 1932).

CARTER, J. (2002). *Ontology and Mathematical Practice.* Tese de doutorado. Odense: Department of Mathematics and Computer Science, University of Southern Denmark.

CASTELLS, M. (1996). The Information Age: Economy, Society and Culture, v. I: The Rise of the Network Society. Oxford: Blackwell Publishers.

______. (1997). The Information Age: Economy, Society and Culture, v. II, The Power of Identity. Oxford: Blackwell Publishers.

Castells, M. (1998). The Information Age: Economy, Society and Culture, v. III, End of Millennium. Oxford: Blackwell Publishers.

______. (1999). Flows, Networks, and Identities: A Critical Theory of the Informational Society. In Castells, M.; Flecha, R.; FREIRE, P.; GIROUX, H.; MACEDO, D. & WILIS, P. *Critical Education in the New Information Age* (37-64). Lanham (USA): Rowman and Littlefield.

CHANG, J. (1991). *Wild Swans: Three Daughters of China.* London: Harper Collins Publishers.

CHRISTIANSEN, I. M. (1994). *Classroom Interactions in applied Mathematics Courses: Case Studies in Danish High Schools.* Dissertação de mestrado. Aalborg (Denmark): Department of Mathematics and Computer Science, Aalborg University.

______. (1997). When Negotiation of Meaning is also Negotiation of Task. *Educational Studies of Mathematics* 34(1), 1-25.

CLEMENTS, D. (1990). Why Airlines Sometimes Overbook Flights. In HUNTLEY, I. D. & JAMES, D. J. G. (orgs.). *Mathematical Modelling: A Source Book of Case Studies* (323-340). Oxford: Oxford University Press.

COBEN, D.; O'DONOGHUE, J. & FITZSIMONS, G. E. (orgs.) (2000). *Perspectives on Adults Learning Mathematics: Research and Practice.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

CONNERTON, P. (1980). *The Tragedy of Enlightenment: An Essay on the Frankfurt School.* Cambridge: Cambridge University Press.

COTTON, T. & HARDY, T. (2004). Problematising Culture & Discourse for Mathematics Education Research. In VALERO, P. & ZEVENBERGEN, R. (orgs.). *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education* (85-103). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

CURRY, H. B. (1951). *Outlines of a Formalist Philosophy of Mathematics.* Amsterdam: North-Holland Publishing Company.

DAM, P. U. (1986). The Danish Macroeconomic Model ADAM: A Survey. *Economic Modelling, January,* 31-52.

______. (org.) (1996). *ADAM: En model af dansk økonomi, marts 1995.* Copenhagen: Danmarks Statistik.

D'AMBROSIO, U. (1994). Cultural Framing of Mathematics Teaching and Learning. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strässer & B. Winkelmann (orgs.). *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (443-455). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

D'AMBROSIO, U. (2001). *Etnomatemática: Èlo entre as tradições e a modernidade.* Belo Horizonte: Autêntica.

DERRIDA, J. (1993). *Aporia.* Stanford: Stanford University Press.

DESCARTES, R. (1993). *Meditations on First Philosophy in Focus.* Organizado e com introdução de Stanley Tweyman. London: Routledge (primeira edição em latim, 1641).

DEWEY, J. (1938). The Relation of Science and Philosophy as a Basis for Education. *School and Society, XLVIII,* 470-473 (reimpresso em ARCHAMBAULT, R. D. (org.). (1964). *John Dewey on Education: Selected Writing* (15-19). Chicago: The University of Chicago Press).

______. (1963). *Experience and Education.* New York: Macmillan. (primeira edição, 1938.)

______. (1966). *Democracy and Education: An introduction to the Philosophy of Education.* New York, London: The Free Press. (primeira edição, 1916).

DIENES, Z. P. (1960). *Building Up Mathematics.* London: Hutchinson Educational.

______. (1964). *The Power of Mathematics.* London: Hutchinson Educational.

DIEUDONNÉ, J. A. (1970). The Work of Nicholas Bourbaki. *The American Mathematical Monthly, 61*, 134-145.

DORLING, D. & SIMPSON, S. (orgs.) (1999). *Statistics in Society: The Arithmetic of Politics*. London: Arnold.

DOWLING, P. (1998). *The Sociology of Mathematics Education: Mathematical Myths/ Pedagogic Texts*. London: Falmer Press.

DRÆBY, C., HANSEN, M. & JENSEN, T. H. (1995). *ADAM under figenbladet: Et kig på en samfundsvidenskabelig matematisk model*. Roskilde: IMFUFA, Roskilde University Centre.

DUBINSKY, E. (1991). Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking. In TALL, D. (org.). *Advanced Mathematical Thinking* (95-123). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

ELLUL, J. (1964). *The Technological Society*. New York: The Random House (edição francesa original, 1954).

ERIKSEN, K. K. (2002). The Future of Tertiary Chemical Education — a Bildung Focus? HYLE — *International Journal for the Philosophy of Chemistry, 8*(1), 35-48.

______. (2003): *The Role of Reflectivity in Tertiary Chemical Education*. Tese de doutorado. Copenhagen: The University of Copenhagen.

ERNEST, P. (1998). *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*. Albany: State University of New York Press.

FASHEH, M. (1993). From a Dogmatic, Ready-Answer Approach of Teaching Mathematics towards a Community-Building, Process Orientated Approach. In JULIE, C.; ANGELIS, D. & DAVIS, Z. (orgs.). *Political Dimensions of Mathematics Education 2: Curriculum Reconstruction for Society in Transition* (15-19). Cape Town: Maskew Miller Longman.

______. (1997). Mathematics, Culture, and Authority. In POWELL, A. & FRANKENSTEIN, M. (orgs.). *Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in Mathematics Education* (273-290). Albany: State University of New York Press.

FEYERABEND, P. (1975). *Against Method*. London: Verso.

______. (1987). *Farewell to Reason*. London: Verso.

______. (1995). *Killing Time: The Autobiography of Paul Feyerabend*. Chicago: The University of Chicago Press.

FITZSIMONS, G. E. (2002). *What Counts as Mathematics? Technologies of Power in Adult and Vocational Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

FOUCAULT, M. (1977). *Discipline and Punish: The Birth of the Prison*. Harmondsworth: Penguin Books (edição francesa original, 1975).

FOUCAULT, M. (1989). *The Archaeology of Knowledge*. London: Routledge (edição francesa original, 1969).

______. (1994). *The Order of Things: An Archaeology of the Human Sciences*. New York: Vintage Books (edição francesa original, 1966).

FRANKENSTEIN, M. (1987). Critical Mathematics Education: An Application of Paulo Freire's Epistemology. In SHOR, I. (org.). *Freire for the Classroom* (180-210). Portsmouth: Boyton and Cook.

______. (1989). *Relearning Mathematics: A Different Third R — Radical Maths*. London: Free Association Books.

______. (1995). Equity in Mathematics Education: Class in the World Outside the Class. In SECADA, W. G.; FENNEMA E. & ADAJIAN, L. (orgs.). *New Directions for Equity in Mathematics Education* (165-190). Cambridge: Cambridge University Press.

FREIRE, P. (1972). *Pedagogy of the Oppressed*. Harmondsworth: Penguin Books.

FREUDENTHAL, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

______. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

GADOTTI, M. (org.) (1996). *Paulo Freire: Uma Biobibliografia*. São Paulo/Brasília: Cortez/IPF/Unesco.

GERDES, P. (1996). Ethnomathematics and Mathematics Education. In BISHOP, A.; CLEMENTS, K.; KEITEL, C.; KILPATRICK, J. & LABORDE, C. (orgs.). *International handbook of Mathematics Education* (909-944). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

GIBBONS, M.; LIMOGES, C., NOWOTNY, H.; SCHWARTZMAN, S.; SCOTT, P. & TROW, M. (1994): *The New Production of Knowledge: The Dynamics of Science and Research in Contemporary Societies*. London: Sage Publications.

GIDDENS, A. (1984). The Constitution of Society: Outline of the Theory of Structuration. Cambridge: Polity Press.

______. (1986). *Sociology: A Brief but Critical Introduction*. — Segunda edição. Houndsmills: Macmillan.

______. (1987). *Social Theory and Modern Sociology*. Cambridge: Polity Press.

______. (1990). *The Consequences of Modernity*. Cambridge: Polity Press.

GINSBURG, H. P. (1997). The Myth of the Deprived Child: New Thoughts on Poor Children. In POWELL, A. & FRANKENSTEIN, M. (orgs.). *Ethnomathematics:*

Challenging Eurocentrism in Mathematics Education (129-154). Albany: State University of New York Press.

GLASERSFELD, E. V. (org.) (1991). *Radical Constructivism in Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

______. (1995). *Radical Constructivism: A Way of Knowing and Learning*. London: Falmer Press.

GORGORIÓ, N. & PLANAS, N. (2000). Researching Multicultural Classes: A Collaborative Approach. In MATOS, J. F. & SANTOS, M. (orgs.). *Proceedings of the Second International Mathematics Education and Society Conference* (265-274). Lisboa: Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa.

______. (2001). Teaching Mathematics in Multilingual Classrooms. *Educational Studies in Mathematics* 47(1), 7-33.

GREVHOLM, B. & HANNA, G. (orgs.) (1995). *Gender and Mathematics Education*. Lund: Lund University Press.

GRINT, K. & WOOLGAR, S. (1997). *The Machine at Work: Technology, Work and Organization*. Cambridge: Polity Press.

GUTMAN, Y. & BERENBAUM, M. (orgs.) (1998). *Anatomy of the Auschwitz Deathcamp*. Bloomington and Indianapolis: Indian University Press.

GUTSTEIN, E. (2003). Teaching and Learning Mathematics for Social Justice in an Urban Latino School. *Journal for Research in Mathematics Education*, *34*(1), 37-73.

HABERMAS, J. (1971). *Knowledge and Human interests*. Boston: Beacon Press (edição original alemã, 1968).

______. (1984, 1987). *The Theory of Communicative Action I-II*. London: Heinemann and Cambridge: Polity Press. (Edição original alemã, 1981.)

HANNAFORD, C. (1998). Mathematics Teaching *is* Democratic Education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *98*(6), 181-187.

HANSEN, N. S.; IVERSEN, C. & TROELS-SMITH, K. (1996). *Modelkompetencer. Udvikling og afprøvning af et begrebsapparatur*. Roskilde: IMFUFA, Roskilde University Centre.

HANSEN, T. B. (2000). Naturvidenskab, dannelse og dialektik. In HANSEN, T. B.; NIELSEN, K. H.; TROELSEN, R. P. & WINTHER, E. *Naturvidenskab, dannelse og kompetence* (134-180). Aalborg: Aalborg Universitetsforlag.

______. (org.) (2002). *The Role of Philosophy of Science and Ethics in University Science Education*. Gothenburg: NSU Press.

HANSEN, T. B. (2003). *Mellem dannelse og paradigmesocialisering — udkast til en teori om dannelse med relevans for det kemirelaterede fagområde*. Tese de doutorado. Copenhagen: The Danish University of Pharmaceutical Sciences.

HANSEN, T. B. & ERIKSEN, K. K. (2002). *Dannelsens vilkår — på de tertiære kemiorienterede uddannelser på Danmarks Farmaceutiske Højskole og Københavns Universitet*. Aalborg: Centre for Educational Development in University Science, Aalborg University.

HARDT, M. & NEGRI, A. (2004). *Multitude: War and Democracy in the Age of Empire*. New York: The Penguin Press.

HARDY, G. H. (1967). *A Mathematician's Apology*. Com prefácio de C. P. Snow. Cambridge: Cambridge University Press (primeira edição, 1940.)

HARRIS, M. (org.) (1991). *Schools, Mathematics and Work*. London: Falmer Press.

HARVEY, D. (1990). *The Condition of Post-modernity: An Enquiry into the Origin of Cultural Change*. Oxford: Blackwell.

HAUGELAND, J. (1985). *Artificial Intelligence: The Very Idea*. Cambridge (USA): The MIT Press.

HEMPEL, C. G. (1959). The Empiricist Criterion of Meaning. In AYER, A. (org.). *Logical Positivism* (108-129). New York: The Free Press (primeira edição, 1950).

HERSH, R. (1998). What is Mathematics, Really? London: Vintage.

HILBERT, D. (1968). *Grundlagen der Geometrie*. Stuttgart: Teubner (primeira edição, 1899.)

HORKHEIMER, M. (1993). *Between Philosophy and Social Science: Selected Early Writings*. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.

______. (1999). *Eclipse of Reason*. New York: Continuum (primeira edição, 1947).

______. (2002). *Critical Theory: Selected Essays*. Trad. Matthew J. O'Connell *et al*. New York: Continuum (primeira coleção alemã, 1968).

HORKHEIMER, M. & ADORNO. T. W. (2002). *Dialectic of Enlightenment*, Translated by John Cumming. New York: Continuum (primeira edição, 1947).

HØJRUP, J. & BOOSS-BAVNBEK, B. (1994). On Mathematics and War: An Essay on the Implications, Past and Present, of the Military Involvement of the Mathematics Sciences for their Development and Potentials. In HØJRUP, J. *In Measure, Number and Weight: Studies in Mathematics and Culture* (225-278). Albany: State University of New York Press.

IHDE, D. (1993). *Philosophy of Technology: An Introduction*. New York: Paragon House Publishers.

JABLONKA, E. (2003). Mathematical Literacy. In BISHOP, A. J.; CLEMENTS, M. A.; KEITEL, C.; KILPATRICK, J. & LEUNG, F. K. S. (orgs.). *Second International Handbook of Mathematics Education* (75-102). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

JOHNSTON, B. & YASUKAWA, K. (2001). Numeracy: Negotiating the World Through Mathematics. In ATWEH, B.; FORGASZ, H. & NEBRES, B. (orgs.). *Sociocultural Research on Mathematics Education* (279-294). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

JULIE, C.; ANGELIS, D. & DAVIS, Z. (orgs.) (1993). *Political Dimensions of Mathematics Education 2: Curriculum Reconstruction for Society in Transition*. Cape Town: Maskew Miller Longman.

JUNGWIRTH, H. (1991). Interaction and Gender — Findings of a Microethnographical Approach to Classroom Discourse. *Educational Studies in Mathematics*, *22*(3), 263-284.

KANT, I. (1933). *Critique of Pure Reason*. Trand. Norman Kemp Smith. London: MacMillan (edição original alemã, 1791).

KAPLINSKY, R. (1984). *Automation: The Technology and Society*. Harlow: Longman.

KEITEL, C. (1989). Mathematics and Technology. *For the Learning of Mathematics*, *9*(1), 7-13.

______. (1993). Implicit Mathematical Models in Social Practice and Explicit Mathematics Teaching by Applications. In LANGE, J. de; HUNTLEY, I.; KEITEL, C. & NISS, M. (orgs.). *Innovation in Maths Education by Modelling and Applications* (19-30). New York: Ellis Horwood.

______ (org.) (1998). *Social Justice and Mathematics Education: Gender, Class, Ethnicity and the Politics of Schooling*. Berlin: Freie Universität Berlin.

KEITEL, C., KOTZMANN, E. & SKOVSMOSE, O. (1993). Beyond the Tunnel-Vision: Analysing the Relationship between Mathematics, Society and Technology. In KEITEL, C. & RUTHVEN, K. (orgs.). *Learning from Computers: Mathematics Education and Technology* (243-279). Berlin: Springer.

KEMP, P. (1991). *Det uerstattelige: En teknologi-etik*. Copenhagen: Spektrum.

KHUZWAYO, H. (1998). Occupation of our Minds: A Dominant Feature in Mathematics Education in South Africa. In GATES, P. (org.). *Proceedings of the First International Mathematics Education and Society Conference* (219-232). Nottingham: Centre for the Study of Mathematics Education.

______. (2000). *Selected Views and Critical Perspectives: An Account of Mathematics Education in South Africa from 1948 to 1994*. Tese de doutorado. Aalborg: Aalborg University.

KLEIN, C. F. (1939). *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint I-II*. New York: Dover Publications (primeira edição alemã, 1908).

KNIJNIK, G. (1998). Ethnomathematics and Political Struggles. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *1998*(6), 188-194.

______. (2002). Two Political Facets of Mathematics Education in the Production of Social Exclusion. In VALERO, P. & SKOVSMOSE, O. (orgs.) (2002). *Proceedings of the Third International Mathematics Education and Society Conference* (357-363). Copenhagen, Roskilde, Aalborg: Centre for Research in Learning Mathematics, Danish University of Education, Roskilde University and Aalborg University.

KNIJNIK, G. (2004). Lessons form Research with a Social Movement. In VALERO, P. & ZEVENBERGEN, R. (orgs.). *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education* (125-141). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

KNIJNIK, G.; WANDERER, F. & OLIVEIRA, C. J. de (orgs.) (2004). *Etnomatemática: Currículo e Formação de Professores*. Santa Cruz do Sul: EDUNISC.

KOETSIER, T. (1991). *Lakatos' Philosophy of Mathematics: A Historical Approach*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company.

KUHN, T. S. (1970). *The Structure of Scientific Revolutions*. Chicago: University of Chicago Press (primeira edição, 1962).

LAKATOS, I. (1976). *Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery*. Cambridge: Cambridge University Press.

LAKATOS, I. (1970). Falsification and the Methodology of Scientific Research Programmes. In LAKATOS, I. & MUSGRAVE, A. (orgs.). *Criticism and the Growth of Knowledge* (91-196). Cambridge: Cambridge University Press.

LANGE, J. de; HUNTLEY, I., KEITEL, C. & NISS, M. (orgs.) (1993). *Innovation in Maths Education by Modelling and Applications*. Chichester: Ellis Horwood.

LEDER, G. C.; FORGASZ, H. J. & SOLAR, C. (1996). Research and Intervention Programmes in Mathematics Education: A Gendered Issue. In BISHOP, A. J.; CLEMENTS, K.; KEITEL, C.; KILPATRICK, J. & LABORDE, C. (orgs.) (1996). *International Handbook of Mathematics Education I-II* (945-985). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

LERMAN, S. (2001a). Cultural, Discursive Psychology: A Sociocultural Approach to Studying the Teaching and Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *46*, 87-113.

______. (2001b). A Cultural/Discursive Psychology for Mathematics Teaching and Learning. In ATWEH, B.; FORGASZ, H. & NEBRES, B. (orgs.). *Sociocultural Research on Mathematics Education; An International Perspective* (3-17). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

LINDENSKOV, L. (2003). Kan det være rigtigt at regne forkert og forkert at regne rigtigt? In SKOVSMOSE, O. & BLOMHØJ, M. (orgs.). *Kan der virkelig passe? Om matematiklæring* (9-23). Copenhagen: LR-Uddannelse.

LINS, A. P. (2002). *Towards an Anti-Essentialist View of Technology in Mathematics Education: The Case of Excel and Cabri-Géométre*. Tese de doutorado. Bristol: Faculty of Social Sciences, Graduate School of Education, University of Bristol.

LOCKE, J. (1997). *An Essay Concerning Human Understanding*. Organizado por Roger Woolhouse. London: Penguin Books (primeira edição, 1690)

LYOTARD, J.-F. (1984). *The Post-Modern Condition: A Report on Knowledge*. Trad. Geoff Bennington & Brian Massuni, com prefácio de Fredric Jameson. Manchester: Manchester University Press (edição original francesa, 1979).

MADDY, P. (1990). *Realism in Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

MALCOLM, N. (1967). *Ludwig Wittgenstein: A Memoir*. Com um esboço biográfico escrito por Georg Henrik von Wright. Oxford: Oxford University Press (primeira edição, 1958).

MANDELA, N. (1994). *Long Walk to Freedom*. London: Little, Brown and Company.

MARCUSE, H. (1991). *One-Dimensional Man: Studies in the Ideology of Advanced Industrial Society*. Com uma nova introdução de Douglas Kellner. London: Routledge (primeira edição, 1964).

MEHRTENS, H. (1993). The Social System of Mathematics and National Socialism: A Survey. In RESTIVO, S.; BENDEGEM, J. P. van & FISHER, R. (orgs.) (1993). *Math Worlds: Philosophical and Social Studies of Mathematics and Mathematics Education* (219-246). Albany: State University of New York Press.

MEILIN-OLSEN, S. (1987). *The Politics of Mathematics Education*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

______. (1991). *Hvordan tænker læreren om matematik*. Bergen: Høgskolen i Bergen.

MILL. J. S. (1970). *A System of Logic*. London: Longman (primeira edição, 1843).

MOORE, G. E. (1993). *Selected Writings*. Organizado por Thomas Baldwin. London: Routledge.

NICKSON, M. (2002). Social and Critical Mathematics Education: Underlying Considerations. In HAGGERTY, L. (org.). *Teaching Mathematics in Secondary Schools* (229-240). London: Routledge Falmer Press.

NIELSEN, L.; PATRONIS, T. & SKOVSMOSE, O. (1999). *Connecting Corners: A Greek-Danish Project in Mathematics Education*. Århus (Denmark): Systime.

NIETZSCHE, F. (1998). *Beyond Good and Evil: Prelude to a Philosophy of the Future*. Trad. e organizado por Marion Faber, com introdução de Robert C. Holub. Oxford: Oxford University Press.

NISBET, R. A. (1980). *History of the Idea of Progress*. New York: Basic Books.

NISS, M. (1989). Aims and Scope of Applications and Modelling in Mathematics Curricula. In BLUM, W.; BERRY, BIEHLER, HUNTLEY, KAISER-MESSMER & PROFKE (orgs.). *Applications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics* (22-31). Chichester: Ellis Horwood.

NISS, M.; BLUM, W. & HUNTLEY, I. (orgs.) (1991). *Teaching of Mathematical Modelling and Applications*. Chichester: Ellis Horwood.

NOSS, R., HOYLES, C. & POZZI, S. (2000). Working Knowledge: Mathematics in Use. In BESSOT, A. & RIDGWAY, J. (orgs.). *Education for Mathematics in the Workplace* (17-35). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

NOWOTNY, H.; SCOTT, P. & GIBBONS, M. (2001). *Re-Thinking Science: Knowledge and the Public in an Age of Uncertainty*. Cambridge: Polity Press.

NUNES, T., SCHLIEMANN, A. D. & CARRAHER, D. W. (1993). *Street Mathematics and School Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

OEEC (1961). *New Thinking in School Mathematics*. Paris: Organisation for European Economic Co-operation.

ORWELL, G. (1987). *Nineteen Eighty-Four*. London: Penguin Book (primeira edição, 1949).

PELT, R. J. van & DWORK D. (1996). *Auschwitz: 1270 to the Present*. New Haven: Yale University Press.

PENTEADO. M. G. (2001). Computer-based Learning Environments: Risks and Uncertainties for Teachers. *Ways of Knowing*, *1*(2), 23-35.

PENTEADO, M. G. & SKOVSMOSE, O. (2002). Risks Include Possibilities. Copenhagen, Roskilde, Aalborg: Centre for Research in Learning Mathematics, Danish University of Education, Roskilde University Centre and Aalborg University.

PIAGET, J. (1970). *Genetic Epistemology*. New York: Columbia University Press.

PLATÃO. *Menon*. Trad. Benjamin Jowett. The Internet Classics Archive: Disponível online em http://classics.mit.edu//Plato/meno.html.

______. (1992). *Theaetetus*. Organizado com uma introdução de Bernhard William. Indianapolis: Hacket Publishing Company.

POLANYI, M. (1966). *The Tacit Dimension*. New York: Doubleday.

POPPER, K. R. (1965). *The Logic of Scientific Discovery*. New York: Harper and Row (edição original alemã, 1934.)

______. (1972a). *Conjectures and Refutations: The Growth of Scientific Knowledge*. 4. ed. revista. London: Routledge and Kegan Paul (primeira edição, 1963.)

______. (1972b). *Objective Knowledge: An Evolutionary Approach*. London: At the Clarendon Press.

PORTER, T. M. (1995). *Trust in Numbers: The Pursuit of Objectivity in Science and Public Life*. Princeton: Princeton University Press.

POWELL, A. (2002). Ethnomathematics and the Challenges of Racism in Mathematics Education. In VALERO, P. & SKOVSMOSE, O. (orgs.) (2002). *Proceedings of the Third International Mathematics Education and Society Conference* (17-30). Copenhagen, Roskilde and Aalborg: Centre for Research in Learning Mathematics, Danish University of Education, Roskilde University and Aalborg University.

POWELL, A. & FRANKENSTEIN, M. (orgs.) (1997). *Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in Mathematics Education*. Albany: State University of New York Press.

QVORTRUP, L. (1998). *Det hyperkomplekse samfund: 14 fortællinger om informationssamfundet*. Copenhagen: Gyldendal.

______. (2001). *Det lærende samfund: hyperkompleksitet og viden*. Copenhagen: Gyldendal.

RESTIVO, S., BENDEGEM, J. P. van & FISHER, R. (orgs.) (1993). *Math Worlds: Philosophical and Social Studies of Mathematics and Mathematics Education*. Albany: State University of New York Press.

REYNOLDS, T. S. & CUTCLIFFS, S. H. (orgs.) (1997). *Technology and the West. A Historical Anthology from Technology and Culture*. Chicago: University of Chicago Press.

RIBEIRO, J. P. M., DOMITE, M. do C., S. & FERREIRA, R. (orgs.) (2004). *Etnomatemática: Papel, Valor e Significado*. São Paulo: Zouk.

RICHARD, J. (1991). Mathematical Discussions. In GLASERSFELD, E. V. (org.). *Radical Constructivism in Mathematics Education* (13-51). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

ROGERS, P. & KAISER, G. (orgs.) (1995). *Equity in Mathematics Education: Influences of Feminism and Culture*. London: Falmer Press.

ROUSSEAU, C. (2002). Mathematics, a Living Discipline within Science and Technology. In SIMMT, E. & DAVIS, B. (orgs.). *Proceedings: 2001 Annual Meeting* (19-28). Edmonton: Canadian Mathematics Education Study Group, Groupe Canadien d'Étude en Didactique des Mathématique, University of Alberta.

RUSSELL, B. (1992a). *The Principles of Mathematics*. London: Routledge (primeira edição, 1903).

RUSSELL, B. (1992b). *Human Knowledge: Its Scope and Limits*. Com uma nova introdução de John G. Slater. London: Routledge (primeira edição, 1948).

RUSSELL, B. (1992a) *My Philosophical Development*. London: Routledge (primeira edição, 1959).

SARTRE, J. P. (1989) *Being and Nothingness*. Trad. Hazel E. Barnes, com introdução de Mary Warnock. London: Routledge, (edição francesa original, 1943).

SCHIENSTOCK, G. (2001). Social Exclusion in the Learning Economy. In ARCHIBUGI, D. & LUNDVALL, B.-Å. (orgs.). *The Globalizing Learning Economy* (163-176). Oxford: Oxford University Press.

SCHNACK, K. (2000). Action Competence as a Curriculum Perspective. In JENSEN, B. B.; SCHNACK, K. & SIMOVSKA, V. (orgs.). *Critical Environmental and Health Education: Research Issues and Challenges* (107-126). Copenhagen: Research Centre for Environmental and Health Education, Danish University of Education.

SEARLE, J. (1969). *Speech Acts*. Cambridge: Cambridge University Press.

SECADA, W. G., FENNEMA, E. & ADAJIAN, L. (orgs.) (1995). *New Directions for Equity in Mathematics Education*. Cambridge: Cambridge University Press.

SHELLEY, N. (1995). Mathematics: Beyond Good and Evil? In ROGERS, P. & KAISER, G. (orgs.). *Equity in Mathematics Education: Influences of Feminism and Culture* (247-264). London: Falmer Press.

SINGER, I. B. (1979) *In My Father's Court*. London: Penguin Books.

SKOVSMOSE, O. (1990). Mathematical Education and Democracy. *Educational* Studies in Mathematics, *21*, 109-128.

______. (1994). *Towards a Philosophy of Critical Mathematical Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

______. (1998a). Aporism: Uncertainty about Mathematics. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 98*(3), 88-94.

______. (1998b). Linking Mathematics Education and Democracy: Citizenship, Mathematics Archaeology, Mathemacy and Deliberative Interaction. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 98*(6), 195-203.

______. (2000). Aporism and Critical Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics, 20*(1), 2-8.

SKOVSMOSE, O. (2004). Mathematics in Action: A Challenge for Social Theorising. *Philosophy of Mathematics Education Journal* (http://www.ex.ac.uk/~PErnest/pome18/contents.htm).

______. (2005). Foregrounds and Politics of Learning Obstacles. *For the Learning of Mathematics*, *25*(1), 4-10.

SKOVSMOSE, O. & BORBA, M. (2004). Research Methodology and Critical Mathematics Education. In VALERO, P. & ZEVENBERGEN, R. (orgs.). *Researching the Socio-political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology* (207-226). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

SKOVSMOSE, O. & NIELSEN, L. (1996). Critical Mathematics Education. In BISHOP, A. J.; CLEMENTS, K.; KEITEL, C.; KILPATRICK, J. & LABORDE, C. (orgs.). *International Handbook of Mathematics Education I-II* (1257-1288). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

SKOVSMOSE, O. & VALERO, P. (2001). Breaking Political Neutrality: The Critical Engagement of Mathematics Education with Democracy. In ATWEH, B.; FORGASZ, H. & NEBRES, B. (orgs.). *Sociocultural Research on Mathematics Education* (37-55). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

SKOVSMOSE, O. & VALERO, P. (2002a). Mathematics Education in a World Apart — Where We Are All Together. In VALERO, P. & SKOVSMOSE, O. (orgs.). *Proceedings of the Third International Mathematics Education and Society Conference* (1-9). Copenhagen, Roskilde Aalborg: Centre for Research in Learning Mathematics, Danish University of Education, Roskilde University Centre, Aalborg University.

SKOVSMOSE, O. & VALERO, P. (2002b). Democratic Access to Powerful Mathematical Ideas. In ENGLISH, L. (org.). *Handbook of International Research in Mathematics Education* (383-407). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

SKOVSMOSE, O. & YASUKAWA, K. (2004). Mathematics in a Package: Tracking Down the "Formatting Power of Mathematics" Through a Socio-Mathematical Excavation of PGP. *Philosophy of Mathematics Education Journal* (http://www.ex.ac.uk/~PErnest/pome18/contents.htm).

SOSA, E. (1991). *Knowledge in Perspective: Selected Essays in Epistemology*, Cambridge: Cambridge University Press.

SPINOZA, B. (1996). *Ethics*. Trad. e organizado por Edwin Curley, com introdução de Stuart Hampshire. Harmondsworth: Penguin Books (primeira edição em latim, 1677).

STADLER, P. (2001). *The Vienna Circle: Studies in the Origins, Development and Influence of Logical Empiricism*. Vienna: Springer (edição original alemã, 1997).

STEFFE, L. P. (1991). The Constructivist Teaching Experiment: Illustrations and Implications. In GLASERSFELD, E. V. (org.) (1991). *Radical Constructivism in Mathematics Education* (177-194). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

TAYLOR, F. W. (1947). *Scientific Management*. New York: Harper and Brothers Publishers (parte do livro originalmente publicado em 1911).

TEKNOLOGIRÅDET (1995): *Magt og modeller. Om den stigende anvendelse af edb-modeller i de politiske beslutninger*. Copenhagen: Teknologirådet.

TOMLINSON, M. (2001). New Roles for Business Services in Economic Growth. In ARCHIBUGI, D. & LUNDVALL, B.-Å. (orgs.) (2001). *The Globalizing Learning Economy* (97-107). Oxford: Oxford University Press.

TORFING, J. (1999). *New Theories of Discourse: Laclau Mouffe and Žižek*. Oxford: Blackwell Publishers.

TYMOCZKO, T. (1994). Humanistic and Utilitarian Aspects of Mathematics. In ROBITAILLE, D. F.; WHEELER, D. H. & KIERAN, C. (orgs.). *Selected Lectures from the 7th International Congress on Mathematical Education* (327-339). Sainte-Foy: Les Presses de L'Université Laval.

VALERO, P. (1999). Deliberative Mathematics Education for Social Democratization in Latin America. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *99*(1), 20-26.

______. (2002a). *Reform, Democracy and Mathematics Education: Towards a Socio-Political Frame for Understanding Change in the Organization of Secondary School Mathematics*. Tese de doutorado. Copenhagen: Department of Curriculum Research, Danish University of Education.

______. (2002b). The Myth of the Active Learner: From Cognitive to Socio-Political Interpretations of Students in Mathematics Classrooms. In VALERO, P. & SKOVSMOSE, O. (orgs.). *Proceedings of the Third International Mathematics Education and Society Conference* (542-553). Copenhagen, Roskilde Aalborg: Centre for Research in Learning Mathematics, Danish University of Education, Roskilde University Centre, Aalborg University.

______. (2004). Socio-Political Perspectives on Mathematics Education. In VALERO, P. & ZEVENBERGEN, R. (orgs.). *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education* (5-23). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

VALERO, P. & VITHAL, R. (1999). Research Methods of the "North" Revisited from the "South". *Perspectives in Education*, *18*(2), 5-12.

VALERO, P. & ZEVENBERGEN, R. (orgs.) (2004). *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

VEBLEN, T. (1904). *The Theory of Business Enterprise*. New York: Charles Scribner's Sons.

VERSCHAFFELL, L. GREER, B. & CORTE E. de (2002). Everyday Knowledge and Mathematical Modeling of School Word Problems. In GRAVEMEIJER, K.; LEHRER, R.; OERS, B. van & VERSCHAFFEL, L. (orgs.). *Symbolizing, Modeling and Tool Use in Mathematics Education* (257-276). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

VINCENTI, W. G. (1990). *What Engineers Know and How They Know It: Analytical Studies from Aeronautical History*. Baltimore: The John Hopkins University Press.

VITHAL, R. (1998). Data and Disruptions: The Politics of Doing Mathematics Education Research in South Africa. I. N. A. OGUDE & C. BOHLMANN (orgs.). *Proceedings of the Sixth Annual Meeting of the South Africa Association for Research in Mathematics and Science Education* (475-481). UNISA.

VITHAL, R. (1999). Democracy and Authority: A Complementarity in Mathematics Education? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *99*(1), 27-36.

______. (2000). Re-Searching Mathematics Education from a Critical Perspective. In MATOS, J. F. & SANTOS, M. (orgs.). *Proceedings of the Second International Mathematics Education and Society Conference* (87-116). Lisboa: Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa.

VITHAL, R. (2003). *In Search of a Pedagogy of Conflict and Dialogue for Mathematics Education*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

VITHAL, R. & SKOVSMOSE, O. (1997). The End of Innocence: A Critique of Ethnomathematics'? *Educational Studies in Mathematics*, *34*(2), 131-157.

VITHAL, R. & VALERO, P. (2003). Researching Mathematics Education in Situations of Social and Political Conflict. In BISHOP, A. J.; CLEMENTS, M. A.; KEITEL, C.; KILPATRICK, J. & LEUNG, F. K. S. (orgs.). *Second International Handbook of Mathematics Education* (545-591). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

VOLMINK, J. (1994). Mathematics by All. In LERMAN, S. (org.). *Cultural Perspectives on the Mathematics Classroom* (51-67). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

WALKERDINE, W. (1988). *The Mastery of Reason: Cognitive Development and the Production of Rationality*. London: Routledge.

______. (1989). *Counting Girls Out*. Escrito em conjunto com The Girls & Mathematics Unit. London: Virago Press.

WALLERSTEIN, I. (1999). *The End of the World as We Know It: Social Science for the Twenty-First Century*. Minneapolis: University of Minnesota Press.

WEDEGE, T. (1999). To Know or Not to Know — Mathematics, That is a Question of Context. *Educational Studies in Mathematics*, *35*(1-3), 205-227.

______. (2000). Mathematics Knowledge as a Vocational Qualification. In BESSOT, A. & RIDGWAY, J. (orgs.). *Education for Mathematics in the Workplace* (127-136) Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

______. (2002a). Numeracy as a Basic Qualification in Semi-skilled Jobs. *For the Learning of Mathematics*, *22*(3), 23-28.

______. (2002b). "Mathematics — That's What Can't Do": Peoples Affective and Social Relationships with Mathematics. *Literacy and Numeracy Studies*, *20*(2), 63-78.

WHITEHEAD, A. N. & RUSSELL, B. (1910-1913). *Principia Matematica I-III*. Cambridge: Cambridge University Press.

WILIAM, D., BARTHOLOMEW, H. & REAY, D. (2004). Assessment, Learning and Identity. In VALERO, P. & ZEVENBERGEN, R. (orgs.) (2004). *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education* (43-61). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

WITTGENSTEIN, L. (1992). *Tractatus Logico-Philosophicus*. Texto em alemão com tradução em inglês por C. K. Ogden, introdução de Bertrand Russell. London: Routledge (primeira edição alemã, 1921).

______. (1958). *Philosophical Investigations*. 2. ed. Trad. G. E. M. Anscombe, Oxford: Basil Blackwell (primeira edição, 1953.)

______. (1980). *Culture and Value*. Organizado por G. H. von Wright em colaboração com Heikki Nyman. Trad. Peter Winch. Oxford: Basil Blackwell.

WRIGHT MILLS, C. (1959). *The Sociological Imagination*. Oxford: Oxford University Press.

WRIGHT, G. H. von (1991). *Vitenskapen og fornuften: Forsøk på en orientering*. Oslo: J. W. Cappensens Forlag.

WRIGHT, G. H. von (1994). *Myten om fremskridtet*. Copenhagen: Munksgaard, Rosinante.

YASUKAWA, K. (1998). Looking at Mathematics as Technology: Implications for Numeracy. In GATES, P. (org.). *Proceedings of the First International Mathematics Education and Society Conference* (351-359). Nottingham: Centre for the Study of Mathematics Education, Nottingham University.

YASUKAWA, K. (2002). Mathematics and Technological Literacy. In VALERO, P. & SKOVSMOSE, O. (orgs.). *Proceedings of the Third International Mathematics Education and Society Conference* (64-76). Copenhagen, Roskilde, Aalborg: Centre for

Research in Learning Mathematics, Danish University of Education, Roskilde University and Aalborg University.

YOUNG, M. F. D. (1998). *The Curriculum of the Future: From the "New Sociology of Education" to a Critical Theory of Learning*. London: Falmer Press.

ZEVENBERGEN, R. (2001). Mathematics, Social Class, and Linguistic Capital: An Analysis of Mathematics Classroom Interaction. In ATWEH, B.; FORGASZ, H. & NEBRES, B. (orgs.). *Sociocultural Research on Mathematics Education: An International Perspective* (201-215). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

ZIMAN, J. (2000). *Real Science: What It Is and What if Means*. Cambridge: Cambridge University Press.

Índice Onomástico

A

Adajian, L. B. 239
Adler, J. 38, 239
Adorno, T. W. 19, 91, 143, 144, 150, 166, 172, 187
Alrø, H. 15, 20, 34, 47, 227, 229, 230, 236, 243
Angelis, D. 17
Appelbaum, P. M. 122
Apple M. W. 27, 46
Archambault, R. D. 102
Archibugi, D. 53, 60
Aristóteles 73, 91, 95, 165
Austin, J. L. 129
Ayer, A. 135, 136

B

Bacon, F. 94, 95, 96, 97, 101, 128, 262, 263
Bartholomew, H. 240
Bauchspies, W. K. 39
Bauman, J. 189
Bauman, Z. 53, 54, 61, 62, 63, 64, 66, 145, 156, 189, 190, 191, 192, 193, 243
Beard, C. A. 103
Beck, U. 148, 149, 157, 159, 160, 170, 172, 181, 188, 228, 247
Bell, D. 55, 56, 57, 58, 155, 157, 222
Bendegem, J. P. 116
Benjamin, W. 166
Berenbaum, M. 191
Berkeley, G. 97, 199, 202
Berry, J. 108
Bessot, A. 48
Beth, E. W. 202
Bicudo, I. 15, 163
Bicudo, M. A. V. 16, 229
Biehler, R. 108
Bishop, A. J. 41, 42, 51, 244
Blomhøj, M. 15, 130, 131
Bloor, D. 116
Blum, W. 108
Bohman, J. 68
Booss-Bavnbek, B. 122, 127
Bopape, M. 15, 38, 39, 43, 45
Borba, M. 15, 16, 83, 229, 239, 246
Bourbaki, N. 30, 31
Bourdieu, P. 25, 26, 27, 37, 42, 43, 45, 51, 61, 70, 188, 266