



Cálculo 1 (MTM3101 e MTM3110)

Lista 1.3 - Teorema do Confronto

Última atualização: 30 de abril de 2022.

Exercícios Principais

P1. Calcule os limites abaixo, se existirem.

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \operatorname{sen} \left(\frac{1}{x} \right)$. (b) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cos \left(\frac{1}{x^3} \right)$.
(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \cos \left(\frac{1}{x} \right) + ae^{2x+2} \right)$, em que $a \in \mathbb{R}$. (d) $\lim_{x \rightarrow 0} \cos \left(\frac{1}{x} \right)$.

P2. Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função que satisfaz $-x^2 + 3x \leq f(x) < \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ para todo $x \neq 1$. Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

P3. Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função limitada. Calcule os limites abaixo, se existirem.

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} x^5 f(x)$. (b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - f(x) \operatorname{sen}(x - 3)}{x^2 - 2x + 2}$.

P4. Seja f uma função que satisfaz

- (i) $11 + 9x \leq f(x) \leq 2 + 6x$, para todo $x < -3$,
(ii) $2 + 6x \leq f(x) \leq 11 + 9x$, para todo $x > -3$.

Determine $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$.

Exercícios Complementares

C1. Sejam $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funções tais que $g(x)^2 + f(x)^2 = 9$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Calcule os limites abaixo, se existirem, e justifique as suas respostas.

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} x^5 g(x)$. (b) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) \operatorname{sen}(x - 3)$.

C2. Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função satisfazendo $|f(x)| \leq x^2$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Mostre que

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0.$$

Podemos dizer alguma coisa sobre $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$?

C3. Sejam $a, b \in \mathbb{R}$ e assumamos que $|ax + b| \leq x^2$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Mostre que $a = b = 0$.

C4. Encontre o valor de $a \in \mathbb{R}$ tal que

$$\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{a(x^2 - 25)}{x^2 - 4x - 5} + (x - 5)^3 \operatorname{sen} \left(\frac{1}{x - 5} \right) \right) = 5.$$



Cálculo 1 (MTM3101 e MTM3110)

Gabarito parcial da Lista 1.3

Teorema do Confronto

Última atualização: 30 de abril de 2022.

Exercícios Principais

P1.

(a) Como $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$ e a função $\sin\left(\frac{1}{x}\right)$ é limitada, segue do segundo teorema visto na videoaula que $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0$. Aqui, usamos que o resultado do seno de qualquer número pertence a $[-1, 1]$ e, com isso, $\left|\sin\left(\frac{1}{x}\right)\right| \leq 1$ para qualquer $x \neq 0$.

(b) 0.

(c) ae^2 .

(d) Não existe.

P2. 2.

P3.

(a) 0.

(b) $\frac{18}{5}$.

P4. $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = -16$.

Exercícios Complementares

C1.

(a) 0, pois o limite de uma função limitada multiplicada por uma que vai a zero é igual a zero.

(b) 0, pois o limite de uma função limitada multiplicada por uma que vai a zero é igual a zero.

C2.

C3.

C4. $a = 3$.