Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

Cálculo 1 (MTM3101 e MTM3110)

Lista 1.7 - Indeterminações e limites infinitos

Última atualização: 10 de maio de 2022.

Exercícios Principais

P1. Nesse exercício, vamos revisitar alguns limites que já apareceram em listas anteriores. Como agora temos à disposição a noção de limites infinitos, podemos nos perguntar se limites que antes eram classificados simplesmente como *não existentes* agora podem ser classificados como iguais a $-\infty$ ou $+\infty$. Classifique os limites abaixo agora usando a noção generalizada que inclui $-\infty$ ou $+\infty$ como resposta.

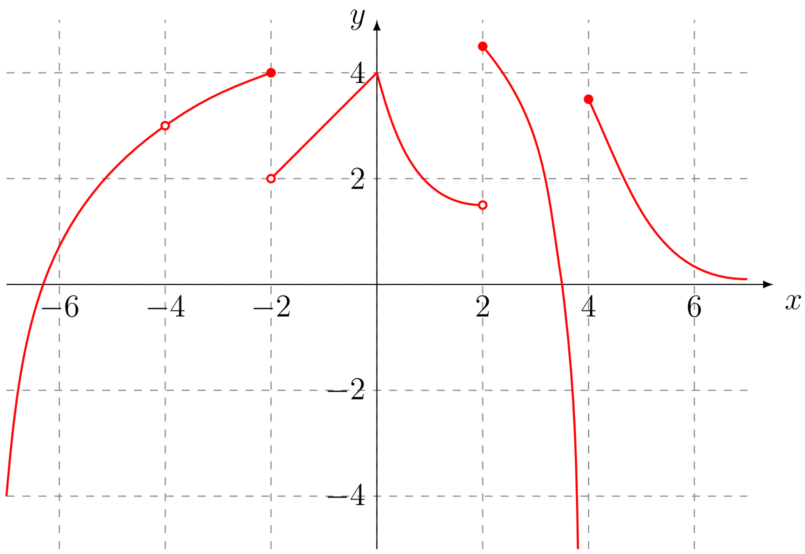
(a) $\displaystyle\lim_{x\to0^+}\frac{3x^3-x^2+5x+1}{x(2x^2+x-2)}$, $\displaystyle\lim_{x\to0^-}\frac{3x^3-x^2+5x+1}{x(2x^2+x-2)}$ e $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{3x^3-x^2+5x+1}{x(2x^2+x-2)}$.

(b) $\displaystyle\lim_{x\to-2^+}\frac{3x^3-4x^2+x-1}{x^2+x-2}$, $\displaystyle\lim_{x\to-2^-}\frac{3x^3-4x^2+x-1}{x^2+x-2}$ e $\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{3x^3-4x^2+x-1}{x^2+x-2}$.

(c) $\displaystyle\lim_{x\to0^+}\cos\left(\frac{1}{x}\right)$, $\displaystyle\lim_{x\to0^-}\cos\left(\frac{1}{x}\right)$ e $\displaystyle\lim_{x\to0}\cos\left(\frac{1}{x}\right)$.

(d) $\displaystyle\lim_{x\to3}\frac{|x-3|}{x-3}$.

(e) $\displaystyle\lim_{x\to4^-}f(x)$, $\displaystyle\lim_{x\to4}f(x)$, $\displaystyle\lim_{x\to2}f(x)$ e $\displaystyle\lim_{x\to-2}f(x)$, em que f é a função cujo gráfico é dado abaixo:



P2. Calcule, se existirem, os limites abaixo, usando a generalização de limites infinitos.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to3^+}\frac{x}{x-3}$.

(b) $\displaystyle\lim_{x\to3^-}\frac{x}{x-3}$.

(c) $\displaystyle\lim_{x\to3}\frac{x}{x-3}$.

(d) $\displaystyle\lim_{x\to2^+}\frac{x-3}{x^2-2x}$.

(e) $\displaystyle\lim_{x\to2^-}\frac{x-3}{x^2-2x}$.

(f) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^2-3x+3}{x^3-2x^2+x}$.

(g) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{2x - x^2}{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}$. **(h)** $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^2 - 3x}{|x-1|}$. **(i)** $\displaystyle\lim_{x\to \pi^-} \frac{x-3}{(x^2-\pi^2)\operatorname{sen} x}$.

(j) $\displaystyle\lim_{x\to 3^+} \ln(x^2 - 9)$.

P3. Calcule, se existirem, os limites abaixo.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to -2} \frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{(x+2)(x-3)}$. **(b)** $\displaystyle\lim_{x\to 5/2} \frac{2x^2 - 3x - 5}{2x - 5}$. **(c)** $\displaystyle\lim_{x\to a} \frac{x^2 + (1-a)x - a}{x - a}$.

(d) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{3x^3 - 14x^2 + 20x - 8}{x^4 - 8x^2 + 16}$. **(e)** $\displaystyle\lim_{x\to 4} \frac{3x^2 - 17x + 20}{4x^2 - 25x + 36}$. **(f)** $\displaystyle\lim_{x\to -1} \frac{x^2 + 6x + 5}{x^2 - 3x - 4}$.

Exercícios Complementares

C1. Calcule, se existirem, os limites abaixo.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$. **(b)** $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. **(c)** $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(2+x)^4 - 16}{x}$.

(d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{25 + 3x} - 5}{x}$. **(e)** $\displaystyle\lim_{x\to -4} \frac{\sqrt{2(x^2 - 8)} + x}{x + 4}$. **(f)** $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1 + x} - 1}{-x}$.

C2. As definições de limites infinitos possuem versões formais semelhantes às que vimos para o limite usual. Escreva a definição precisa para cada tipo de limite infinito depois pesquise se sua definição está correta.

C3. Determine a e b sabendo que

$$\lim_{x\to -4} \frac{(x+4)(a - x^2)}{x^2 + 8x + 16} = b.$$

Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

Cálculo 1 (MTM3101 e MTM3110)

Gabarito da Lista 1.7

Indeterminações e limites infinitos

Última atualização: 10 de maio de 2022.

Exercícios Principais

P1.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}\frac{3x^3-x^2+5x+1}{x(2x^2+x-2)}=-\infty$, $\displaystyle\lim_{x\to 0^-}\frac{3x^3-x^2+5x+1}{x(2x^2+x-2)}=+\infty$ e $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{3x^3-x^2+5x+1}{x(2x^2+x-2)}$ não existe.

(b) $\displaystyle\lim_{x\to -2^+}\frac{3x^3-4x^2+x-1}{x^2+x-2}=+\infty$, $\displaystyle\lim_{x\to -2^-}\frac{3x^3-4x^2+x-1}{x^2+x-2}=-\infty$ e $\displaystyle\lim_{x\to -2}\frac{3x^3-4x^2+x-1}{x^2+x-2}$ não existe.

(c) Nenhum dos três existe.

(d) Não existe.

(e) $\displaystyle\lim_{x\to 4^-}f(x)=-\infty$, $\displaystyle\lim_{x\to 4}f(x)$ não existe, $\displaystyle\lim_{x\to 2}f(x)$ não existe e $\displaystyle\lim_{x\to -2}f(x)$ não existe.

P2.

(a) $+\infty$.
(b) $-\infty$.
(c) Não existe.
(d) $-\infty$.
(e) $+\infty$.
(f) $+\infty$.
(g) $-\infty$.
(h) $-\infty$.
(i) $-\infty$.
(j) $-\infty$.

P3.

(a) 0.
(b) $7/2$.
(c) $a+1$.
(d) $1/4$.
(e) 1.
(f) $-4/5$.

Exercícios Complementares

C1.

(a) -2.
(b) 4.
(c) 32.
(d) $3/10$.
(e) -1.
(f) $-1/2$.

C2. **Definição (limite lateral à esquerda infinito).** Sejam f uma função e $a\in\mathbb{R}$ tal que existe $r>0$ de modo que $(a-r,a)\subset \mathrm{Dom}(f)$. Dizemos que o limite da função f à esquerda do ponto a é ∞ se, $\forall\, M>0$, $\exists\,\delta>0$ tal que, para todo x que satisfaz $0<a-x<\delta$, $f(x)>M$. Notação: $\displaystyle\lim_{x\to a^-}f(x)=\infty$.

Os outros casos $\displaystyle\lim_{x\to a^+}f(x)=\infty$, $\displaystyle\lim_{x\to a}f(x)=\infty$, $\displaystyle\lim_{x\to a^-}f(x)=-\infty$, $\displaystyle\lim_{x\to a^+}f(x)=-\infty$ e $\displaystyle\lim_{x\to a}f(x)=-\infty$ possuem definições similares.

C3. $a = 16$ e $b = 8$.