



Cálculo 1 (MTM3101 e MTM3110)

Lista 2.8 - Derivada da função implícita

Última atualização: 25 de maio de 2022.

Exercícios Principais

P1. Em cada item: (1) determine y' implicitamente, (2) encontre y explicitamente, (3) derive o resultado obtido em (2) para encontrar y' em termos de x , (4) substitua y encontrado em (2) na expressão encontrada em (1) e verifique que a resposta é consistente com o (3).

(a) $9x^2 - y^2 = 1$.

(b) $2x^2 + x + xy = 1$.

(c) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$.

(d) $\frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 4$.

P2. Encontre dy/dx por derivação implícita.

(a) $\sqrt{xy} = 1 + x^2y$.

(b) $\frac{y}{x-y} = 2 + x^2$.

(c) $x^2y^2 + x \sin y = 4$.

(d) $x^3 + x^2y + 4y^2 = 6$.

P3. Encontre uma equação da reta tangente à curva $16x^4 + y^4 = 32$ no ponto $(1, 2)$.

P4. Determine uma reta que seja paralela à reta $y = -x + 1$ e que seja tangente à curva $x^2 + xy + y^2 = 3$.

P5. Seja $y = f(x)$ uma função diferenciável tal que, para todo $x \in D_f$, o ponto $(x, f(x))$ é solução da equação $xy^3 + 2xy^2 + x = 4$. Sabendo que $f(1) = 1$, calcule $f'(1)$.

P6. Sabendo que o ponto $(1, -1)$ pertence à curva $x^2y + ay^2 = b$ e que a equação da reta tangente à curva nesse ponto é dada por $3y + 2x = -1$, determine a e b .

Exercícios Complementares

C1. Encontre dy/dx por derivação implícita.

(a) $\sin(x + y) = y^2 \cos x$.

(b) $\cos^2(x + y) = 1/4$.

(c) $\sqrt{2x + y} + \sqrt{x + 2y} = 6$.

(d) $e^{2x} = \sin(x + 3y)$.

C2. Encontre uma equação da reta tangente à curva $x^2 - xy - y^2 = 1$ no ponto $(2, 1)$.

C3. Encontre uma equação da reta tangente à curva $x^2 + y^2 = (2x^2 + 2y^2 - x)^2$ no ponto $(0, \frac{1}{2})$.

C4. Sabe-se que f é uma função tal que $y = f(x)$ é solução da equação $xy^2 + y + x = 1$. Determine $f'(x)$.



Cálculo 1 (MTM3101 e MTM3110)

Gabarito da Lista 2.8

Derivada da função implícita

Última atualização: 25 de maio de 2022.

Exercícios Principais

P1.

(a)

(1) $y' = \frac{9x}{y}$.

(2) $y = \pm\sqrt{9x^2 - 1}$.

(3) $y' = \pm \frac{9x}{\sqrt{9x^2 - 1}}$.

(c)

(1) $y' = -\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$.

(2) $y = (1 - \sqrt{x})^2$.

(3) $y' = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}}$.

(b)

(1) $y' = -\frac{4x + 1 + y}{x}$.

(2) $y = \frac{1}{x} - 2x - 1$.

(3) $y' = -\frac{1}{x^2} - 2$.

(d)

(1) $y' = \frac{2y^2}{x^2}$.

(2) $y = \frac{x}{2 - 4x}$.

(3) $y' = \frac{2}{(2 - 4x)^2}$.

P2.

(a) $\frac{dy}{dx} = \frac{4xy\sqrt{xy} - y}{x - 2x^2\sqrt{xy}}$.

(c) $\frac{dy}{dx} = -\frac{2xy^2 + \sin y}{2yx^2 + x \cos y}$.

(b) $\frac{dy}{dx} = 2(x - y)^2 + \frac{y}{x}$.

(d) $\frac{dy}{dx} = -\frac{3x^2 + 2xy}{8y + x^2}$.

P3. $y = -2x + 4$.

P4. $y = -x + 2$ ou também $y = -x - 2$.

P5. $f'(1) = -\frac{4}{7}$

P6. $a = 2$ e $b = 1$.

Exercícios Complementares

C1.

(a) $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 \sin x + \cos(x + y)}{2y \cos x - \cos(x + y)}.$

(c) $\frac{dy}{dx} = -\frac{2\sqrt{x+2y} + \sqrt{2x+y}}{2\sqrt{2x+y} + \sqrt{x+2y}}.$

(b) $\frac{dy}{dx} = -1.$

(d) $\frac{dy}{dx} = \frac{2e^{2x} - \cos(x + 3y)}{3 \cos(x + 3y)}.$

C2. $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}.$

C3. $y = x + \frac{1}{2}.$

C4. $f'(x) = -\frac{1 + [f(x)]^2}{2xf(x) + 1}.$