



Cálculo 1 (MTM3101 e MTM3110)

Lista 3.1 - Diferencial

Última atualização: 27 de maio de 2022.

Exercícios Principais

P1. Encontre a diferencial das funções abaixo.

(a) $f(x) = xe^{-4x}$.

(b) $y = \ln(1 + t^4)$.

P2. Determine a diferencial das funções abaixo, com os valores de x e dx indicados.

(a) $y = e^{x/10}$, $x = 0$, $dx = 0,1$.

(b) $f(x) = \cos(\pi x)$, $x = \frac{1}{3}$, $dx = -0,02$.

(c) $f(x) = \sqrt{3 + x^2}$, $x = 1$, $dx = -0,1$.

P3. Determine Δf e df para as funções abaixo, com os valores de x e $dx = \Delta x$ indicados.

(a) $f(x) = x^2 - 4x$, $x = 3$, $dx = 0,5$.

(b) $f(x) = \sqrt{x - 2}$, $x = 3$, $dx = 0,8$.

(c) $f(x) = e^x$, $x = 0$, $dx = 0,5$.

P4. Use diferencial para aproximar as quantidades abaixo.

(a) $(1,999)^4$.

(b) $\frac{1}{4,002}$.

(c) $\sqrt[3]{1001}$.

(d) $e^{0,1}$.

P5. Use diferencial para estimar o volume de tinta necessário para pintar uma grande esfera com raio 50 m com uma camada de 1 mm de tinta.

P6. A aresta de um cubo mede $10\text{ cm} \pm 0,05\text{ cm}$, indicando que a margem de erro na medida da aresta é $0,05\text{ cm}$, para mais ou para menos. Determine o volume e a área da superfície do cubo com suas respectivas incertezas nas medidas (use diferenciais para estimar a incerteza).

P7. Ao estudar o movimento de um pêndulo simples, os físicos costumam aproximar $\sin \theta$ por θ quando θ é um ângulo pequeno (próximo de 0). Justifique essa aproximação.

P8. Considere $f(x) = e^{ax} \cos(bx)$. Sabe-se que, para $x = 0$, $df = 5dx$ e $df' = 16dx$. Determine a e b .

P9. Interprete, geometricamente, o que significa $dV = 3a^2 da$, em que V é o volume de um cubo de aresta a . Também interprete geometricamente o diferencial da área de um quadrado.



Cálculo 1 (MTM3101 e MTM3110)

Gabarito parcial da Lista 3.1

Diferencial

Última atualização: 27 de maio de 2022.

Exercícios Principais

P1.

(a) $df = (1 - 4x)e^{-4x} dx$.

(b) $dy = \frac{4t^3}{1 + t^4} dt$.

P2.

(a) $dy = 0,01$.

(b) $df = \frac{\pi\sqrt{3}}{100}$.

(c) $df = -0,05$.

P3.

(a) $df = 1$ e $\Delta f = 1,25$.

(b) $df = 0,4$ e $\Delta f = \sqrt{1,8} - 1 \cong 0,34$.

(c) $df = 0,5$ e $\Delta f = e^{0,5} - 1 \cong 0,65$.

P4.

(a) Usando a função $f(x) = x^4$, $x = 2$ e $dx = -0,001$, e lembrando que $df = f'(x)dx = 4x^3dx$, temos

$$(1,999)^4 = f(x + dx) \cong f(x) + df = 16 - 0,032 = 15,968.$$

Portanto, $(1,999)^4 \cong 15,968$.

(b) $\frac{1}{4,002} \cong 0,249875$.

(c) $\sqrt[3]{1001} \cong \frac{3001}{300} \cong 10,00333$.

(d) $e^{0,1} \cong 1,1$.

P5. $10\pi m^3 \cong 31,4 m^3$.

P6. $V = 1000 cm^3 \pm 15 cm^3$ e $A = 600 cm^2 \pm 6 cm^2$.

P7. Seja $f(x) = \sin x$. Observe que $df = (\cos x)dx$ e que, para $x = 0$, $df = dx$. Para valores pequenos de dx , tem-se $\Delta f \cong df = dx$. Como $\Delta f = f(dx + 0) - f(0) = \sin(dx) - \sin 0 = \sin(dx)$, então $\sin(dx) \cong dx$ para valores pequenos de dx . Trocando o nome de dx para θ , concluímos que $\sin \theta \cong \theta$ para valores pequenos de θ .

P8. $a = 5$ e $b = 3$ ou $b = -3$.

P9.