



Cálculo 1 (MTM3101 e MTM3110)

Lista 3.3 - Teorema de Rolle e o Teorema do Valor Médio

Última atualização: 22 de junho de 2022.

Exercícios Principais

P1. Em cada um dos itens abaixo, verifique que a função f satisfaz as três condições do Teorema de Rolle no intervalo indicado. Em seguida, encontre todos os números c que satisfazem a conclusão do Teorema.

(a) $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$, $[-1, 3]$.

(b) $f(x) = \text{sen}(x/2)$, $[\pi/2, 3\pi/2]$.

P2. Seja $f(x) = 1 - x^{2/3}$. Verifique que f é contínua em $[-1, 1]$, que $f(-1) = f(1)$, mas que não existe $c \in (-1, 1)$ tal que $f'(c) = 0$. Por que isso não contradiz o Teorema de Rolle?

P3. Seja $f(x) = \text{tg } x$. Verifique que $f(0) = f(\pi)$ mas que não existe $c \in (0, \pi)$ tal que $f'(c) = 0$. Por que isso não contradiz o Teorema de Rolle?

P4. Em cada um dos itens abaixo, verifique que a função f satisfaz as hipóteses do Teorema do Valor Médio no intervalo indicado. Em seguida, encontre todos os números c que satisfazem a conclusão do Teorema.

(a) $f(x) = x^3 - 3x + 2$, $[-2, 2]$.

(b) $f(x) = \frac{x}{x+2}$, $[1, 4]$.

P5. Seja $f(x) = (x - 3)^{-2}$. Mostre que não existe $c \in (1, 4)$ tal que $f(4) - f(1) = f'(c)(4 - 1)$. Por que isso não contradiz o Teorema do Valor Médio?

P6. Seja $f(x) = 2 - |2x - 1|$. Mostre que não existe $c \in (0, 3)$ tal que $f(3) - f(0) = f'(c)(3 - 0)$. Por que isso não contradiz o Teorema do Valor Médio?

P7. Às 14h o velocímetro de um carro marca 50 km/h . Às 14h10min, marca 65 km/h . Prove que em algum momento entre 14h e 14h10min a aceleração do carro era exatamente 90 km/h^2 .

P8. Dois corredores iniciam uma corrida da mesma posição e no mesmo instante e terminam empatados. Prove que, em algum momento da corrida, os dois corredores tinham a mesma velocidade.



Cálculo 1 (MTM3101 e MTM3110)

Gabarito da Lista 3.3

Teorema de Rolle e o Teorema do Valor Médio

Última atualização: 22 de junho de 2022.

Exercícios Principais

P1.

(a) $c = 1$.

(b) $c = \pi$.

P2. Porque f não é derivável em $(-1, 1)$: a derivada não existem em $x = 0$.

P3. f não está definida em $\pi/2$.

P4.

(a) $c = -\frac{2}{\sqrt{3}}$ ou $c = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

(b) $c = 3\sqrt{2} - 2$.

P5. A função f não está definida em $x = 3$.

P6. A função f não é diferenciável em $x = 1/2$.

P7. Veja que a aceleração média do carro entre 14h e 14h10 é dada por

$$a_m = \frac{\text{velocidade final} - \text{velocidade inicial}}{\text{tempo decorrido (em horas)}} = \frac{65 \text{ km/h} - 50 \text{ km/h}}{1/6 \text{ h}} = 90 \text{ km/h}^2.$$

Segue então do Teorema do Valor Médio que em algum instante entre 14h e 14h10, a aceleração do carro $a = \frac{dv}{dt}$ foi igual à sua aceleração média de 90 km/h^2 .

P8.