Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

Cálculo 1 (MTM3101 e MTM3110)

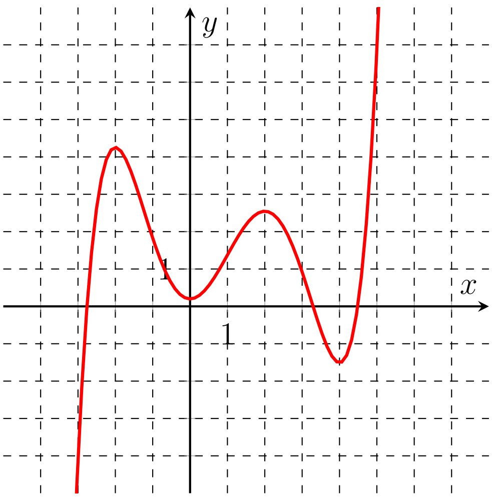
Lista 3.5 - Máximos e mínimos

Última atualização: 1 de agosto de 2022.

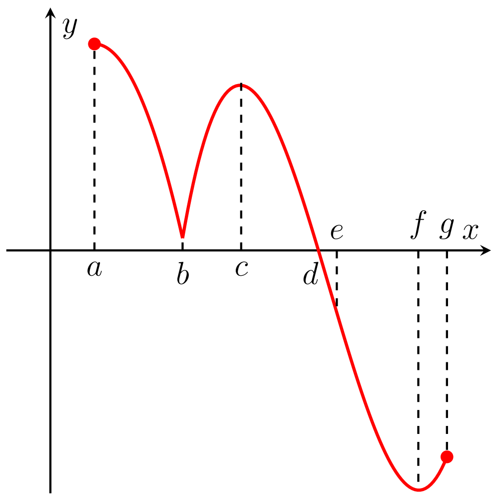
Exercícios Principais

P1. Em cada item abaixo, identifique todos os pontos de máximo/mínimo locais/absolutos e todos os máximos/mínimos locais/absolutos da função h cujo gráfico é apresentado.

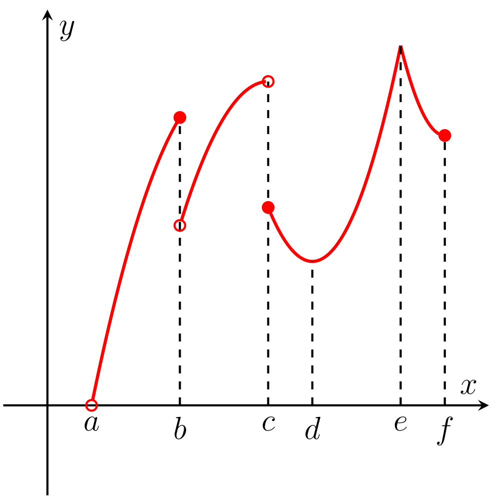
(a)



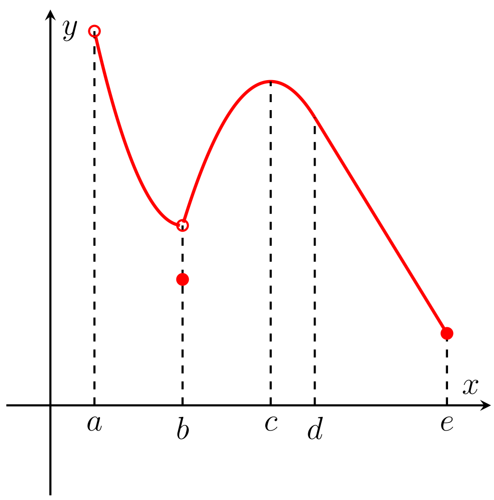
(b)



(c)



(d)



P2. Faça o gráfico de cada uma das funções abaixo e, a partir do gráfico, determine (quando houver) pontos de máximo/mínimo locais/absolutos e máximos/mínimos locais/absolutos.

(a) $f(x) = e^x$.

(b) $f(x) = e^x, \quad x \geqslant 0$.

(c) $f(x) = e^x, \quad x > 0$.

(d) $f(x) = e^x, \quad 0 \leqslant x \leqslant 2$.

(e) $f(x) = 1/x$.

(f) $f(x) = 1/x, \quad x \geqslant 1$.

(g) $f(x) = \operatorname{sen} x, \quad 0 < x \leqslant \pi/2$.

P3. Dê um exemplo de uma função com domínio $[0, 1]$ que não possua nem máximo e nem mínimo absolutos. Por que essa função não contraria o Teorema de Weierstrass?

P4. Para que o Teorema de Weierstrass possa ser aplicado, é necessário que a função seja diferenciável no intervalo considerado?

Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

Cálculo 1 (MTM3101 e MTM3110)

Gabarito da Lista 3.5

Máximos e mínimos

Última atualização: 1 de agosto de 2022.

Exercícios Principais

P1.

(a) Não há máximos nem mínimos absolutos. Os pontos de máximo locais são -2 e 2 e os pontos de mínimo locais são 0 e 4. Os máximos locais são $h(-2)$ e $h(2)$ e os mínimos locais são $h(0)$ e $h(4)$.

(b) Os pontos de máximo locais são a, c e g. Os pontos de mínimo locais são b e f. Os máximos locais são $h(a)$, $h(c)$ e $h(g)$. Os mínimos locais são $h(b)$ e $h(f)$. O ponto de máximo absoluto é a e o máximo absoluto é $h(a)$. O ponto de mínimo absoluto é f e o mínimo absoluto é $h(f)$. *Observação.* Em alguns livros, a e g, que são os extremos do domínio da função, não são considerados pontos de máximo ou mínimo locais

(c) Os pontos de máximo locais são b e e Os pontos de mínimo locais são d e f. Os máximos locais são $h(b)$ e $h(e)$. Os mínimos locais são $h(d)$ e $h(f)$. O ponto de máximo absoluto é e e o máximo absoluto é $h(e)$. A função não possui mínimo absoluto.

(d) O ponto de máximo local é c e o máximo local é $h(c)$. Os pontos de mínimo locais são b e e e os mínimos locais são $h(b)$ e $h(e)$. A função não possui máximo absoluto. O ponto de mínimo absoluto é e e o mínimo absoluto é $h(e)$.

P2.

(a) Não possui nenhum tipo de máximo ou mínimo.

(b) $x = 0$ é ponto de mínimo local e absoluto. $f(0) = 1$ é mínimo local e absoluto. Não possui máximo.

(c) Não possui nenhum tipo de máximo ou mínimo.

(d) $x = 0$ é ponto de mínimo local e absoluto. $f(0) = 1$ é mínimo local e absoluto. $x = 2$ é ponto de máximo local e absoluto. $f(2) = e^2$ é máximo local e absoluto.

(e) Não possui nenhum tipo de máximo ou mínimo.

(f) $x = 1$ é ponto de máximo local e absoluto. $f(1) = 1$ é máximo local e absoluto. Não possui mínimo.

(g) $x = \pi/2$ é ponto de máximo local e absoluto. $f(\pi/2) = 1$ é máximo local e absoluto. Não possui mínimo.

P3. Por exemplo, a função f dada por $f(x) = x$ para $0 < x < 1$ e $f(0) = f(1) = 1/2$. Não contraria o Teorema de Weierstrass porque o teorema garante a existência de máximos e mínimos absolutos em intervalos fechados apenas para funções contínuas, mas o exemplo fornecido não é uma função contínua.

P4. Não, basta que a função seja contínua.