Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

UFSC

MTM

Cálculo 1 (MTM3101 e MTM3110)

Lista 3.10 - Regras de L'Hospital

Última atualização: 22 de junho de 2022.

Exercícios Principais

P1. Calcule os limites abaixo.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to -1} \frac{x^2-1}{x+1}$.

(b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x}$.

(c) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} x\, e^{\frac{1}{x}}$.

(d) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} e^{-3x}\ln x$.

(e) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} (1-\cos x)\ln x$.

(f) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} (\cos 3x)^{\frac{1}{\operatorname{sen} x}}$.

(g) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x}{x^2+1}\right)^x$.

(h) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^{100}-x^2+x-1}{x^{10}-1}$.

(i) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2+2}}{\sqrt{2x^2+1}}$.

(j) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x-\operatorname{tg} x}{x^3}$.

(k) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+x}-x\right)$.

(l) $\displaystyle\lim_{x\to 5} \left(\frac{4x}{x-5}-\frac{4}{\ln(x/5)}\right)$

P2. Sejam $m, n > 0$. Calcule $\displaystyle\lim_{x\to\infty} (x^n+1)^{\frac{1}{\ln(x^m+1)}}$.

P3. Seja f uma função polinomial. Mostre que $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)e^{-x} = 0$.

P4. Sabendo que $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} (e^{rx}+3x)^{-10/x} = e^{-120}$, determine r.

P5. Encontre $n > 0$ sabendo que $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^n-x^4}{x^9-x^3} = 5$.

Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

Cálculo 1 (MTM3101 e MTM3110)

Gabarito da Lista 3.10

Regras de L'Hospital

Última atualização: 22 de junho de 2022.

Exercícios Principais

P1.

(a) -2	**(b)** 0	**(c)** ∞	**(d)** 0
(e) 0	**(f)** 1	**(g)** 0	**(h)** $99/10$
(i) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	**(j)** $-\dfrac{1}{3}$	**(k)** $\dfrac{1}{2}$	**(l)** 2

P2. $e^{\frac{n}{m}}$.

P3. Se f é a função nula ou uma outra função constante, não há nenhuma indeterminação no cálculo do limite e é imediato verificar que o resultado é 0. Se f não é constante, seja n o grau de f. Como todas as derivadas de f até a ordem $n-1$ são polinômios não constantes, então é possível aplicar repetidas vezes a regra de L'Hôpital para obter

$$\lim_{x\to\infty} f(x)e^{-x} = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{e^x} = \lim_{x\to\infty} \frac{f'(x)}{e^x} = \lim_{x\to\infty} \frac{f''(x)}{e^x} = \cdots = \lim_{x\to\infty} \frac{f^{(n-1)}(x)}{e^x} = \lim_{x\to\infty} \frac{f^{(n)}(x)}{e^x} = 0.$$

O último limite é igual a 0 pois $f^{(n)}(x)$ é constante.

P4. $r = 9$.

P5. $n = 34$.