Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

Cálculo 1 (MTM3101 e MTM3110)

Lista 3.11 - Polinômio de Taylor de primeira e segunda ordens

Última atualização: 22 de junho de 2022.

Exercícios Principais

P1. Em cada item, determine os polinômios de Taylor de ordens 1 e 2 da função f no ponto a.

(a) $f(x) = \operatorname{sen} x$, $a = 0$.

(b) $f(x) = \cos x$, $a = 0$.

(c) $f(x) = e^x$, $a = 0$.

(d) $f(x) = \ln x$, $a = 1$.

(e) $f(x) = \operatorname{arctg} x$, $a = 0$.

(f) $f(x) = \operatorname{sen} x$, $a = \frac{\pi}{4}$.

(g) $f(x) = 3x^2 - x + 7$, $a = 0$.

(h) $f(x) = 3x^2 - x + 7$, $a = 2$.

(i) $f(x) = 3x^2 - x + 7$, $a = -1$.

P2. Fixe n um número natural positivo, f uma função que possui derivadas até ordem n e $a \in \operatorname{Dom}(f)$. Considere também um polinômio $P(x) = a_0 + a_1(x-a) + a_2(x-a)^2 + \cdots + a_n(x-a)^n$.

(a) Determine, em termos da função f, o valor de a_0 para que $P(a) = f(a)$.

(b) Determine, em termos da função f, os valores de a_0 e a_1 para que $P(a) = f(a)$ e $P'(a) = f'(a)$.

(c) Determine, em termos da função f, os valores de a_0, a_1 e a_2 para que $P(a) = f(a)$, $P'(a) = f'(a)$ e $P''(a) = f''(a)$.

(d) Determine, em termos da função f, os valores de a_0, a_1, a_2 e a_3 para que $P(a) = f(a)$, $P'(a) = f'(a)$, $P''(a) = f''(a)$ e $P^{(3)}(a) = f^{(3)}(a)$.

(e) Determine, em termos da função f, os valores de a_0, a_1, $\ldots$, a_n para que $P(a) = f(a)$, $P'(a) = f'(a)$, $\ldots$, $P^{(n)}(a) = f^{(n)}(a)$.

(f) Escreva o polinômio $P(x)$ com os valores dos coeficientes obtidos na resposta do item anterior. Você reconhece esse polinômio de algum lugar?

Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

Cálculo 1 (MTM3101 e MTM3110)

Gabarito da Lista 3.11

Polinômio de Taylor de primeira e segunda ordens

Última atualização: 22 de junho de 2022.

Exercícios Principais

P1.

(a) $P_1(x) = x$, $P_2(x) = x$.

(b) $P_1(x) = 1$, $P_2(x) = 1 - \dfrac{x^2}{2}$.

(c) $P_1(x) = 1 + x$, $P_2(x) = 1 + x + \dfrac{x^2}{2}$.

(d) $P_1(x) = (x-1)$, $P_2(x) = (x-1) - \dfrac{(x-1)^2}{2}$.

(e) $P_1(x) = x$, $P_2(x) = x$.

(f) $P_1(x) = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}(x - \frac{\pi}{4}) - \dfrac{\sqrt{2}}{4}(x - \frac{\pi}{4})^2$.

(g) $P_1(x) = 7 - x$, $P_2(x) = 7 - x + 3x^2$.

(h) $P_1(x) = 17 + 11(x-2)$, $P_2(x) = 17 + 11(x-2) + 3(x-2)^2$.

(i) $P_1(x) = 11 - 7(x+1)$, $P_2(x) = 11 - 7(x+1) + 3(x+1)^2$.

P2.

(a) $a_0 = f(a)$.

(b) $a_0 = f(a)$ e $a_1 = f'(a)$.

(c) $a_0 = f(a)$, $a_1 = f'(a)$ e $a_2 = \dfrac{f''(a)}{2}$.

(d) $a_0 = f(a)$, $a_1 = f'(a)$, $a_2 = \dfrac{f''(a)}{2!}$ e $a_3 = \dfrac{f^{(3)}(a)}{3!}$.

(e) $a_0 = f(a)$, $a_1 = \dfrac{f'(a)}{1!}$, $\ldots$, $a_n = \dfrac{f^{(n)}(a)}{n!}$.

(f) $P(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \dfrac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \cdots + \dfrac{f^{(n)}}{n!}(x-a)^n$. Este é o polinômio de Taylor de grau n de f no ponto a.