



Cálculo 1 (MTM3101 e MTM3110)

Lista 4.15 - Integrais impróprias com integrandos descontínuos

Última atualização: 22 de junho de 2022.

Exercícios Principais

P1. Quais das integrais abaixo são impróprias? Por quê?

(a) $\int_0^{\pi/4} \operatorname{tg} x \, dx$

(b) $\int_0^{\pi} \operatorname{tg} x \, dx$

(c) $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} \, dx$

(d) $\int_{-2}^0 \frac{1}{x^2 - x - 2} \, dx$

(e) $\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} \, dx$

P2. Determine se cada integral é convergente ou divergente. Calcule aquelas que são convergentes.

(a) $\int_0^1 \frac{1}{x} \, dx.$

(b) $\int_0^5 \frac{1}{\sqrt[3]{5-x}} \, dx.$

(c) $\int_0^1 \frac{3}{x^5} \, dx.$

(d) $\int_{-2}^3 \frac{1}{x^4} \, dx.$

(e) $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx.$

(f) $\int_{-1}^4 \frac{1}{(x+1)^{3/2}} \, dx.$

(g) $\int_{-\infty}^3 \frac{1}{(3-x)^2} \, dx.$

P3. Determine a área da região

$$R = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq \frac{1}{\sqrt{x+2}} \text{ e } -2 < x \leq 0 \right\}.$$

P4. Considere a seguinte resolução para o cálculo da integral $\int_0^{\pi} \sec^2 x \, dx$:

Resolução. Como $(\operatorname{tg} x)' = \sec^2 x$, usando o Segundo Teorema Fundamental do Cálculo obtemos:

$$\int_0^{\pi} \sec^2 x \, dx = \operatorname{tg} x \Big|_0^{\pi} = \operatorname{tg}(\pi) - \operatorname{tg}(0) = 0 - 0 = 0.$$

Assinale a alternativa verdadeira.

- (a) A resolução está inteiramente correta e o Segundo Teorema Fundamental do Cálculo foi corretamente utilizado.
- (b) O resultado final está correto, mas o Segundo Teorema Fundamental do Cálculo não foi utilizado corretamente.
- (c) A resolução está correta, mas a integral em questão é imprópria.
- (d) A resolução está errada. A integral em questão é imprópria e divergente.
- (e) A resolução está errada. A integral em questão é imprópria e convergente.



Cálculo 1 (MTM3101 e MTM3110)

Gabarito da Lista 4.15

Integrais impróprias com integrandos descontínuos

Última atualização: 22 de junho de 2022.

Exercícios Principais

P1.

- | | | |
|----------------------|----------------------|------------------|
| (a) Não é imprópria. | (b) É imprópria. | (c) É imprópria. |
| (d) É imprópria. | (e) Não é imprópria. | |

P2.

- | | | |
|-----------------|---------------------------------|-----------------|
| (a) Divergente. | (b) $\frac{3\sqrt[3]{25}}{2}$. | (c) Divergente. |
| (d) Divergente. | (e) π . | (f) Divergente. |
| (g) Divergente. | | |

P3. $2\sqrt{2}$.

P4. Item (d).