Produto de Matrizes

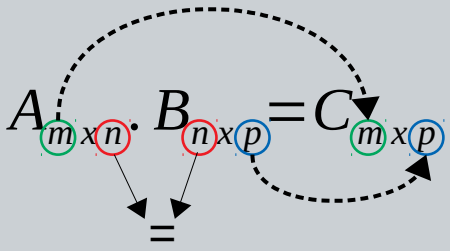
Prof. Antonio Carlos Mariani

INE | CTC

UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA

Produto de Matrizes

Na matemática, o produto de duas matrizes A . B só é definido quando o número de colunas de A for igual ao número de linhas de B. A dimensão da matriz resultante corresponde ao número de linhas de A e o número de colunas de B.



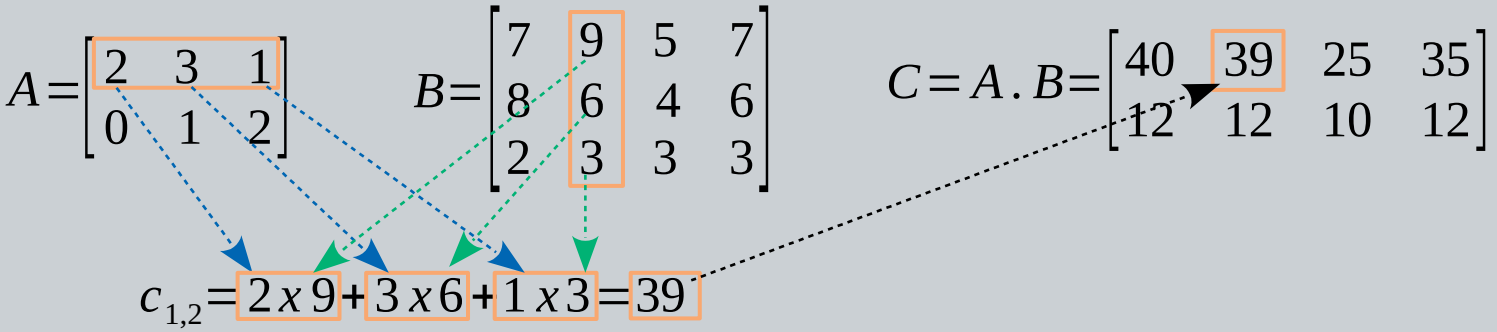
Exemplo:

$$A=\begin{bmatrix}2 & 3 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}7 & 9 & 5 & 7\\ 8 & 6 & 4 & 6\\ 2 & 3 & 3 & 3\end{bmatrix} \qquad C=A.B=\begin{bmatrix}40 & 39 & 25 & 35\\ 12 & 12 & 10 & 12\end{bmatrix}$$

$$A_{2\,x\,3}.B_{3\,x\,4}=C_{2\,x\,4}$$

Produto de Matrizes

O valor de um elemento de C é obtido por meio de uma soma de produtos, conforme exemplificado abaixo:



Ou seja: $c_{1,2} = a_{1,1}.b_{1,2} + a_{1,2}.b_{2,2} + a_{1,3}.b_{3,2}$

Generalizando, dadas duas matrizes $A_{m\,x\,n}$ e $B_{n\,x\,p}$, os elementos de $C_{m\,x\,p}$ são calculados por:

$$c_{i,j} = \sum_{k=1}^{n} a_{i,k}.b_{k,j} = a_{i,1}.b_{1,j} + a_{i,2}.b_{2,j} + \ldots + a_{i,n}.b_{n,j}$$

com $1 \le i \le m$ e $1 \le j \le p$

Produto de Matrizes

O fragmento de código abaixo mostra como obter o valor de um elemento $c_{i,j}$ da matriz C.

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix} 7 & 9 & 5 & 7 \\ 8 & 6 & 4 & 6 \\ 2 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \qquad C=A.B=\begin{bmatrix} 40 & 39 & 25 & 35 \\ 12 & 12 & 10 & 12 \end{bmatrix}$$

$$c_{i,j}=\sum_{k=1}^{n} a_{i,k}.b_{k,j}=a_{i,1}.b_{1,j}+a_{i,2}.b_{2,j}+\ldots+a_{i,n}.b_{n,j}$$

produto_matrizes.py

```
1
2  n = len(b) # n = nº de linhas de B
3  i = 1
4  j = 2
5
6  soma = 0
7  for k in range(1, n+1):
8      soma += a[i][k] * b[k][j]
9  c[i][j] = soma
```

Com índices na escala matemática [1 .. n]

Com índices na escala Python [0 .. n-1]

produto_matrizes.py *

```
1
2  n = len(b) # n = nº de linhas de B
3  i = 0
4  j = 1
5
6  soma = 0
7  for k in range(n):
8      soma += a[i][k] * b[k][j]
9  c[i][j] = soma
```

Produto de Matrizes

Para calcular a matriz C basta repetir o fragmento de código anterior para todos os elementos de C:

Percorrimento cada um dos elementos de C

produto_matrizes.py

```
1  def multiplica_matrizes(a, b):
2      ''' Multiplica duas matrizes a(m,n) e b(n,p), retornando c(m,p) '''
3      m = len(a) # o número de linhas de a
4      n = len(b) # o número de linhas de b
5      p = len(b[0]) # o número de colunas de b
6
7      c = [] # inicia com uma matriz vazia
8      for i in range(m):
9          c.append([0] * p) # insere a linha i
10         for j in range(p):  # calcula os valores da linha i
11             soma = 0
12             for k in range(n):
13                 soma += a[i][k] * b[k][j]
14             c[i][j] = soma
15
16     return c
```

Contato

antonio.c.mariani@ufsc.br

CTC/INE

UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA