

Passa Bolina (recursão)

Prof. Antonio Carlos Mariani

INE | CTC

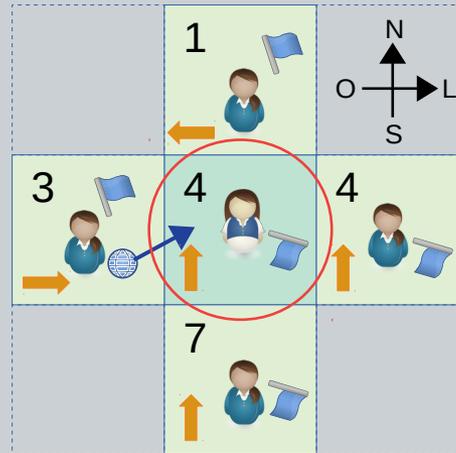


UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA

Passa Bolinha

<https://www.urionlinejudge.com.br/judge/pt/problems/view/2465>

Uma configuração parcial do pátio do colégio do ponto de vista de estudante genérico (em destaque), antes de receber a bolinha

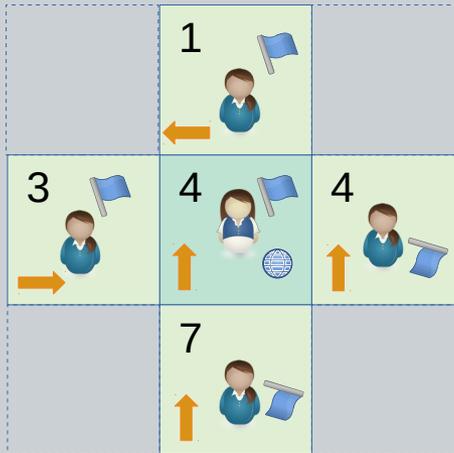


A bolinha será passada para estudante em destaque.

↑ A seta indica a direção (N, S, L ou O) para onde o estudante está virado.

Passa Bolinha

Estudante recebe a bolinha e levanta a bandeira

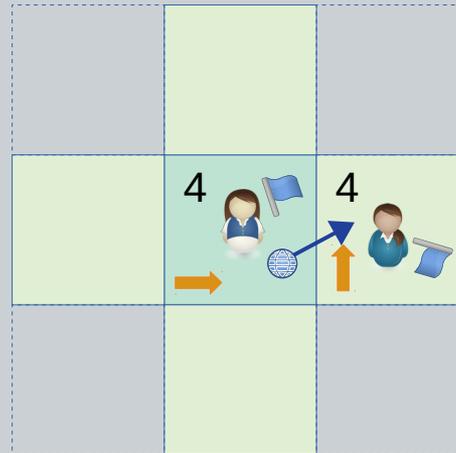


Passa Bolinha

Gira 90° no sentido horário.

Colega à frente satisfaz as condições (bandeira abaixada e $n^{\circ} \geq$)

Passa a bolinha e aguarda devolução.

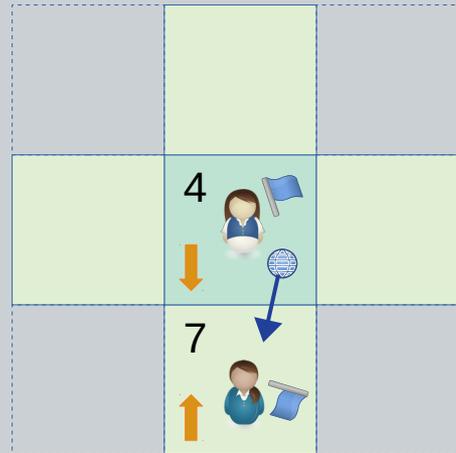


Passa Bolinha

Gira 90° no sentido horário.

Colega à frente satisfaz as condições (bandeira abaixada e $n^o \geq$)

Passa a bola e aguarda devolução.

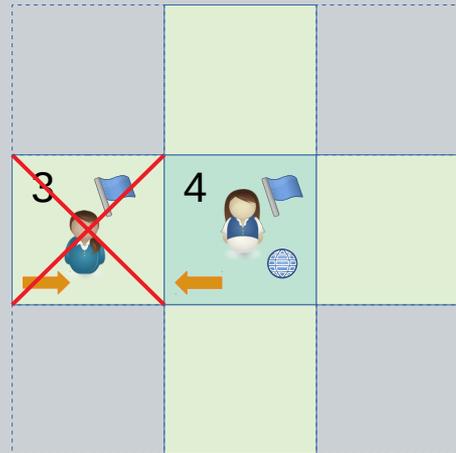


Passa Bolinha

Gira 90° no sentido horário.

Colega à frente não satisfaz as condições (bandeira levantada e nº <)

Pula.

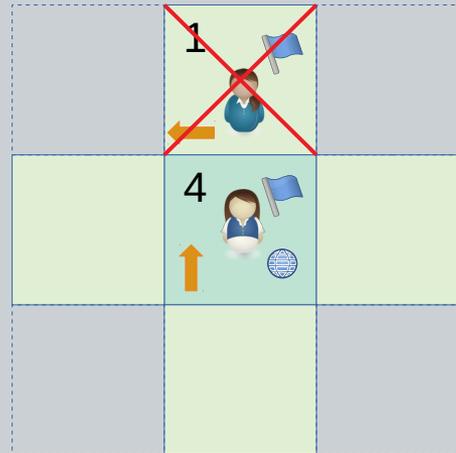


Passa Bolinha

Gira 90° no sentido horário.

Colega à frente não satisfaz as condições (bandeira levantada e nº <)

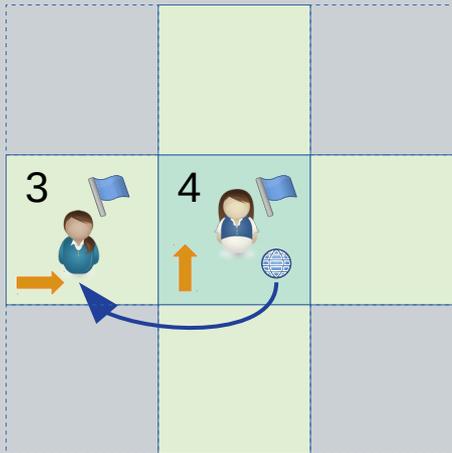
Pula.



Passa Bolinha

Completo o giro.

Devolve a bolinha para quem a passou inicialmente.



Passa Bolinha

Algoritmo do ponto de vista de estudante em destaque:

1. Recebe a bolinha.
2. Levanta a bandeira.
3. Repete 4 vezes:
 - a) Gira 90° do sentido horário.
 - b) Se seu colega à frente estiver com a bandeira abaixada e se o nº do colega for maior ou igual ao seu, passa a bolinha para ele e aguarda a devolução
4. Devolve a bolinha para quem a passou inicialmente.

Em realidade este mesmo algoritmo será executado por todos os estudantes, podendo, então, ser generalizado.

Passa Bolinha

Algoritmo generalizado

def passa bolinha para(estudante):

- estudante recebe a bolinha
- estudante levanta a bandeira
- estudante repete 4 vezes:
 - gira 90° do sentido horário
 - se seu colega à frente estiver com a bandeira abaixada e se o n° do colega for maior ou igual ao seu:
 - passa bolinha para(colega)
 - aguarda retorno
- estudante devolve a bolinha para quem a passou inicialmente

Observe a recursão que surgiu no algoritmo.

Passa Bolinha

Como transformar este algoritmo num programa escrito em Python?

Precisamos excluir aquilo que não é relevante para a obter a solução do problema e ficar apenas com o que efetivamente importa. Este processo de “limpeza” é chamado de **abstração**.

1. No algoritmo nos referimos a “estudante” e “colega”. Mas no fundo, no contexto desse problema a pessoa em si não importa, mas sim a sua localização, ou seja, um par ordenado que indica a linha e a coluna pretensamente ocupada pelo estudante/colega.

2. A bolinha em si também não é relevante uma vez que o algoritmo é sempre executado do ponto de vista de quem está com a bolinha. Ela funciona de forma similar à ideia do “bastão” (analogia com uma corrida de 4x100m do atletismo), conforme discussão relacionada à função recursiva de cálculo de fatorial (ver material de aula). Assim, passar a bolinha equivale a chamar a função “*passa_bolinha_para()*”. Quanto a “*devolver a bolinha*” e “*aguardar o retorno*”, isto é naturalmente feito pelo próprio processo de invocação e retorno de uma função (ver material de aula sobre funções).

Passa Bolinha

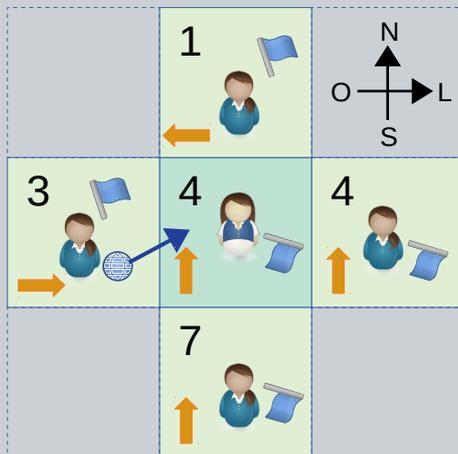
3. O giro de 90° funcionava bem com a tartaruga (módulo turtle). Mas tratando-se de uma matriz, o giro pode ser transformado num percorrimento das quatro células vizinhas, cujos deslocamentos em relação a uma célula (i,j) , i denotando a linha e j a coluna, são dados pela lista: $[(0,1), (1,0), (0,-1), (-1,0)]$, nesta ordem, conforme mostrado na tabela abaixo:

	(-1,0)	
(0,-1)	(i,j)	(0,1)
	(1,0)	

4. Quanto ao controle da bandeira (levantada ou abaixada), há pelo menos duas formas de controle, uma explícita e outra implícita. Inicialmente vamos tratar de forma explícita por meio de uma matriz de valores lógicos (booleanos), *True* indicando bandeira levantada e *False* indicando bandeira abaixada, de dimensão equivalente à de estudantes.

Passa Bolinha

Considerando as abstrações descritas anteriormente, o esquema abaixo mostra como podemos representar uma situação:



Números nas camisetas

3	1	5
3	4	4
1	7	2

Bandeira levantada

True	True	True
True	False	False
True	False	True

Passa Bolinha

Função `passa_bolinha` implementada em Python:

passa_bolinha.py ×

```
1 def passa_bolinha(lin, col, camisetas, bandeiras):
2     ''' Passa bolinha para colega
3         (lin, col): posição do estudante que está com a bolinha
4         camisetas: matriz com os números das camisetas do estudantes
5         bandeiras: matriz de booleans, True indicando bandeira levantada '''
6
7     bandeiras[lin][col] = True # Levanta a bandeira
8     for desloc_lin, desloc_col in ( (0,1), (1,0), (0,-1), (-1,0) ):
9         lin_nova = lin + desloc_lin
10        col_nova = col + desloc_col
11        if 0 <= lin_nova < len(camisetas) and 0 <= col_nova < len(camisetas) \
12            and not bandeiras[lin_nova][col_nova] \
13            and camisetas[lin_nova][col_nova] >= camisetas[lin][col]:
14            passa_bolinha(lin_nova, col_nova, camisetas, bandeiras)
15
```

Passa Bolinha

Mas note que a situação da bandeira (levantada ou abaixada), serve apenas para indicar se um determinado estudante já recebeu a bolinha anteriormente e, desta forma, evitar que ele receba novamente. Assim, se quisermos economizar alguns bytes de memória, é possível utilizar a própria matriz de números das camisetas para este fim, bastando anotar um número fora do padrão, o qual deve ser pequeno em função do teste da linha 12. Usaremos 0 (zero).

passa_bolinha.py ×

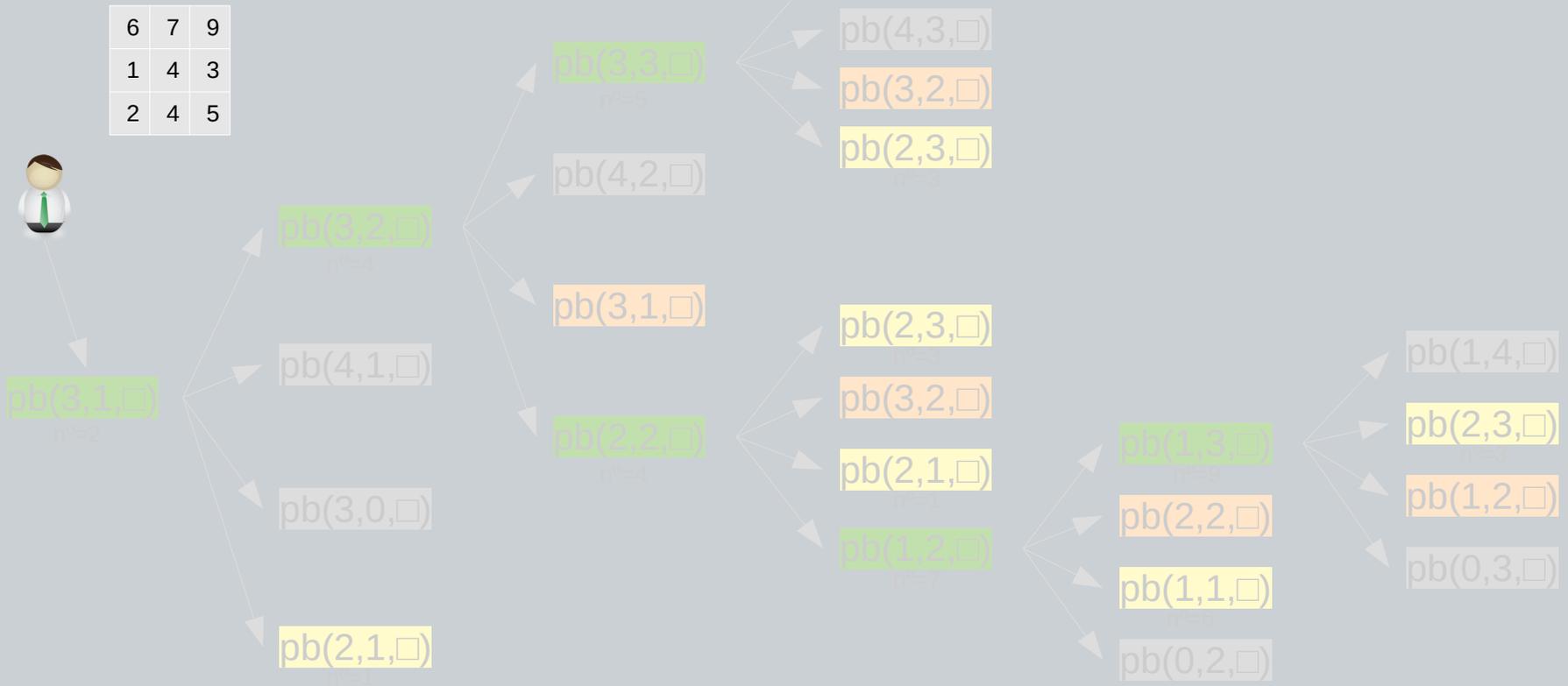
```
1 def passa_bolinha(lin, col, camisetas):
2     ''' Passa bolinha para colega
3         (lin, col): posição do estudante que está com a bolinha
4         camisetas: matriz com os números das camisetas do estudantes '''
5
6     numero_camiseta = camisetas[lin][col] # Guarda o número da camiseta
7     camisetas[lin][col] = 0 # Levanta a bandeira
8     for desloc_lin, desloc_col in ( (0,1), (1,0), (0,-1), (-1,0) ):
9         lin_nova = lin + desloc_lin
10        col_nova = col + desloc_col
11        if 0 <= lin_nova < len(camisetas) and 0 <= col_nova < len(camisetas) \
12            and camisetas[lin_nova][col_nova] >= numero_camiseta:
13            passa_bolinha(lin_nova, col_nova, camisetas)
```

Passa Bolinha

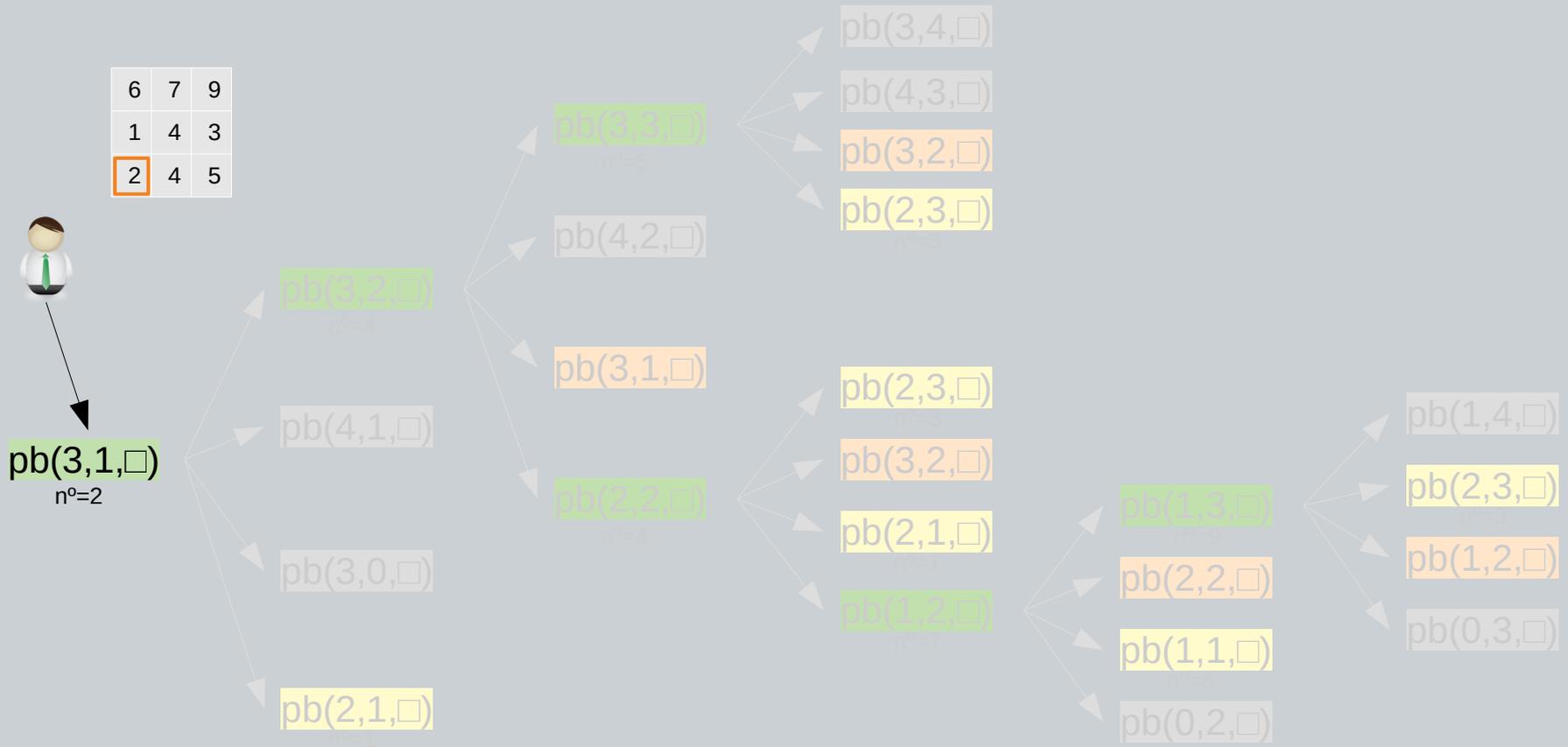
A seguir está um esquema que mostra o funcionamento do programa para o caso específico da matriz abaixo quando o professor passa a bolinha para o estudante que está na posição (3, 1).

6	7	9
1	4	3
2	4	5

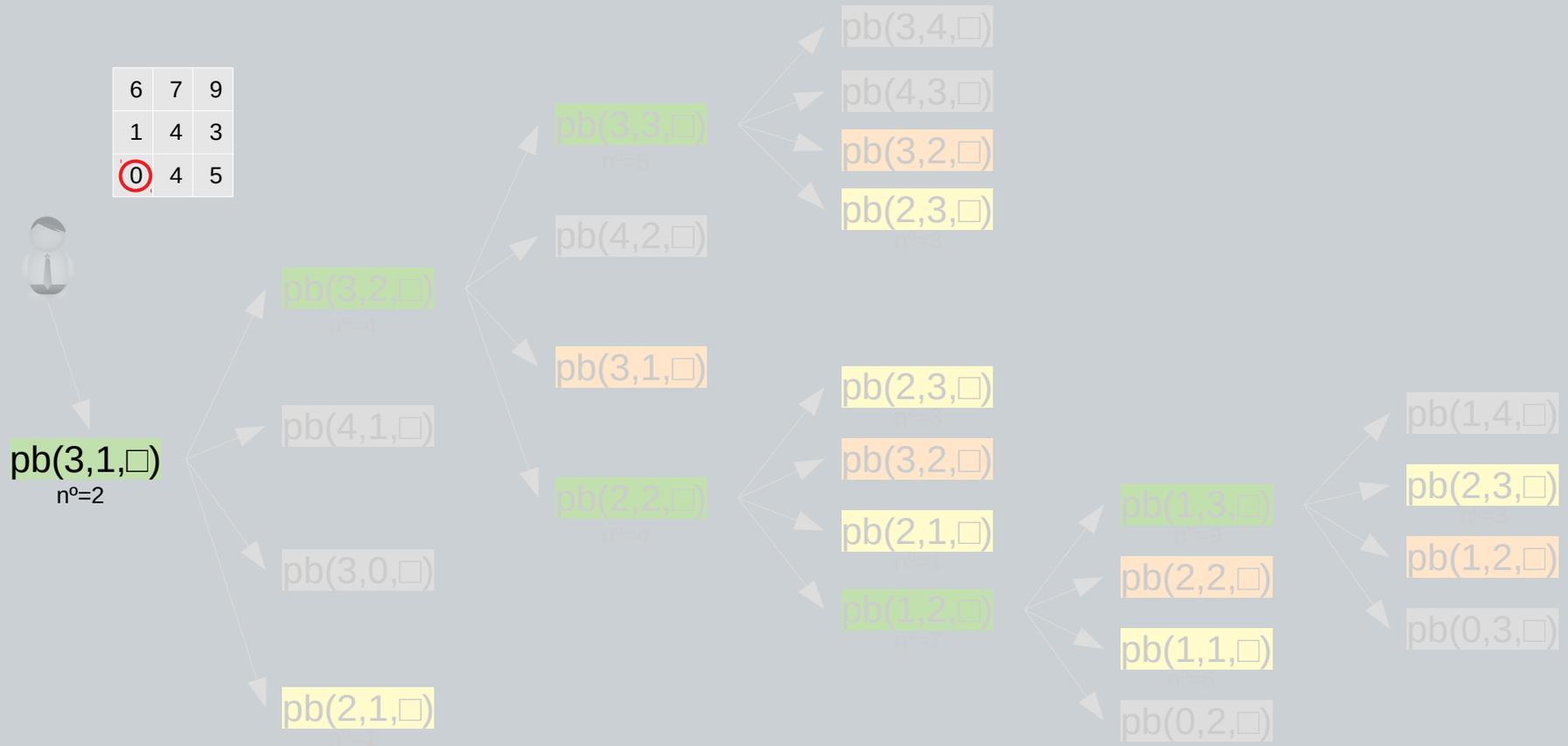
Passa Bolinha



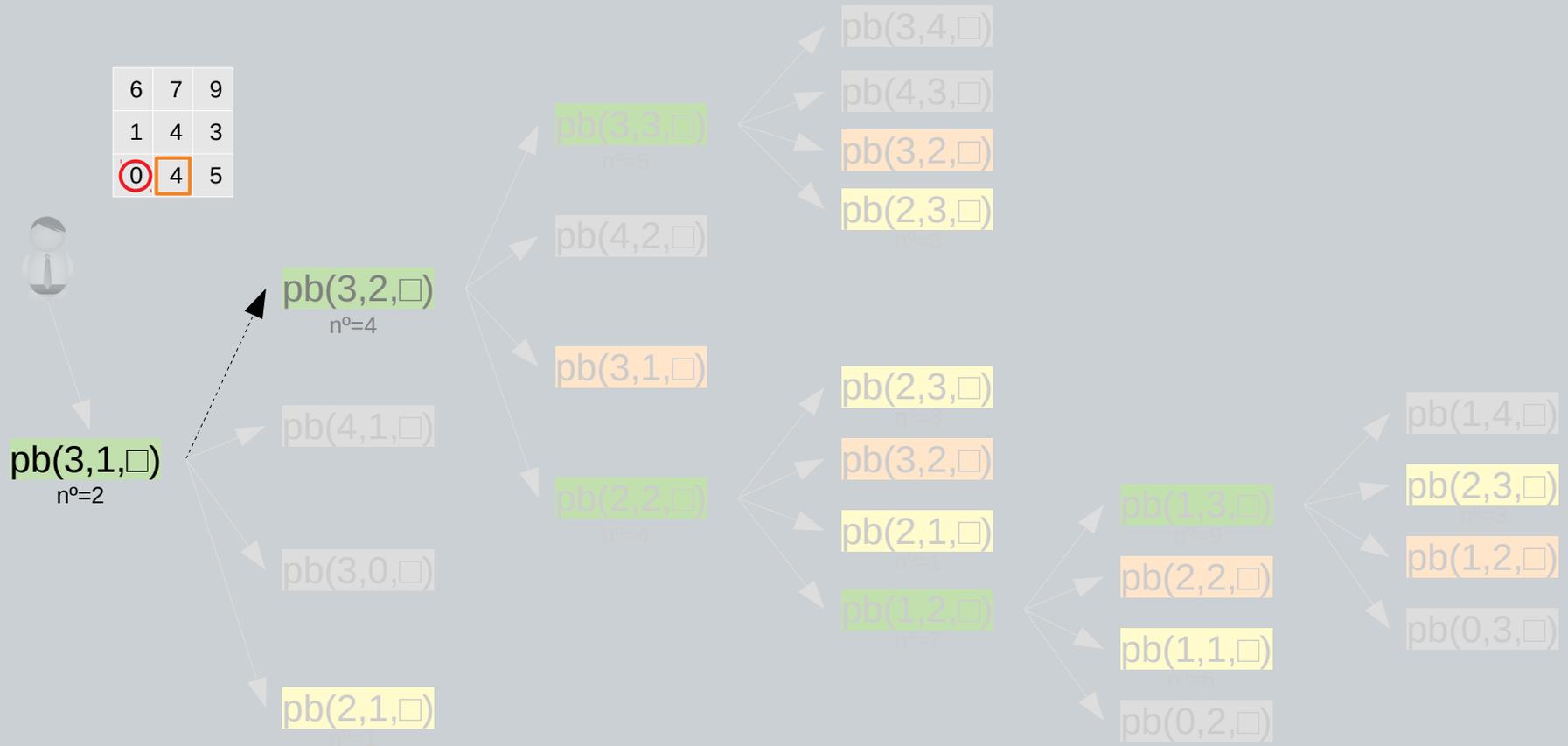
Passa Bolinha



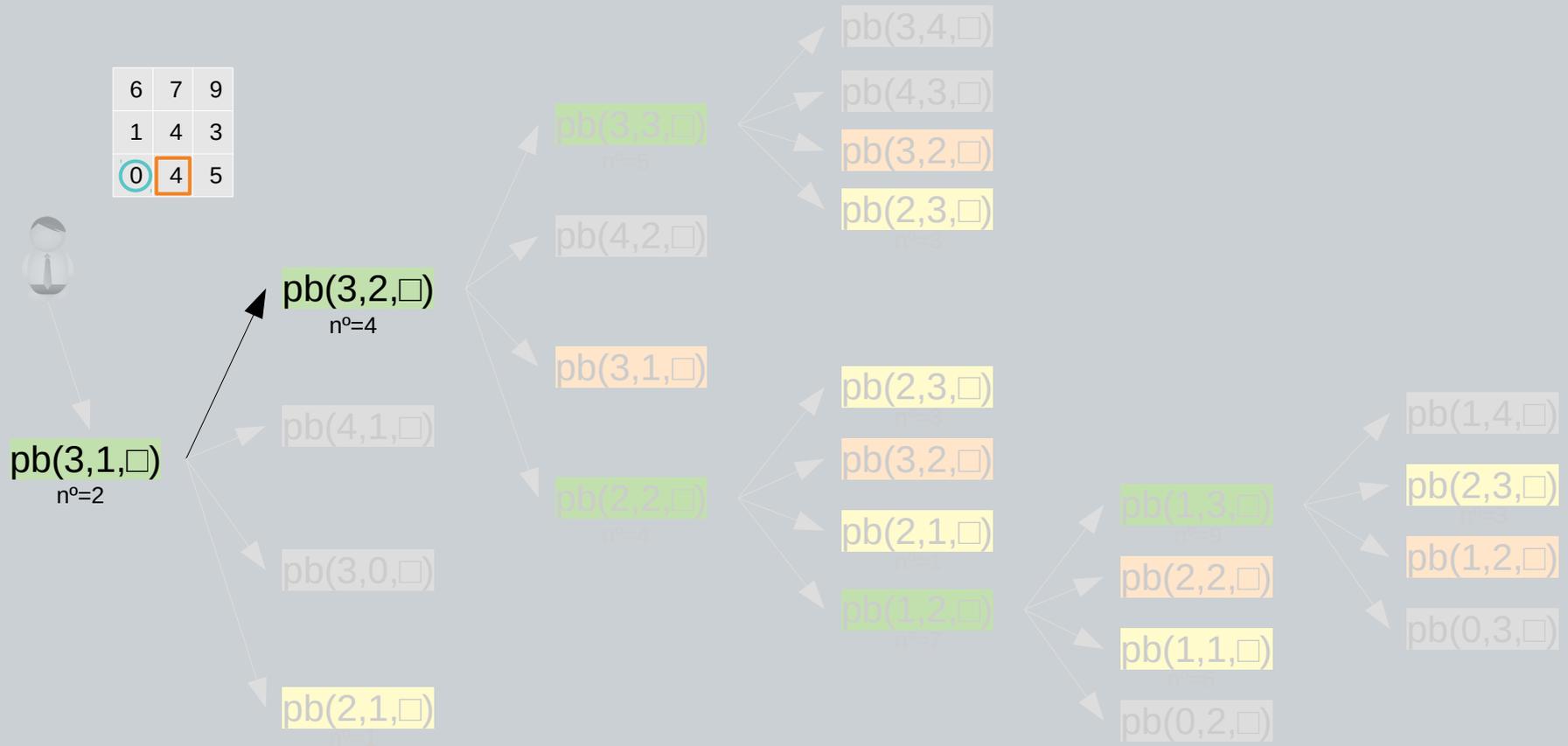
Passa Bolinha



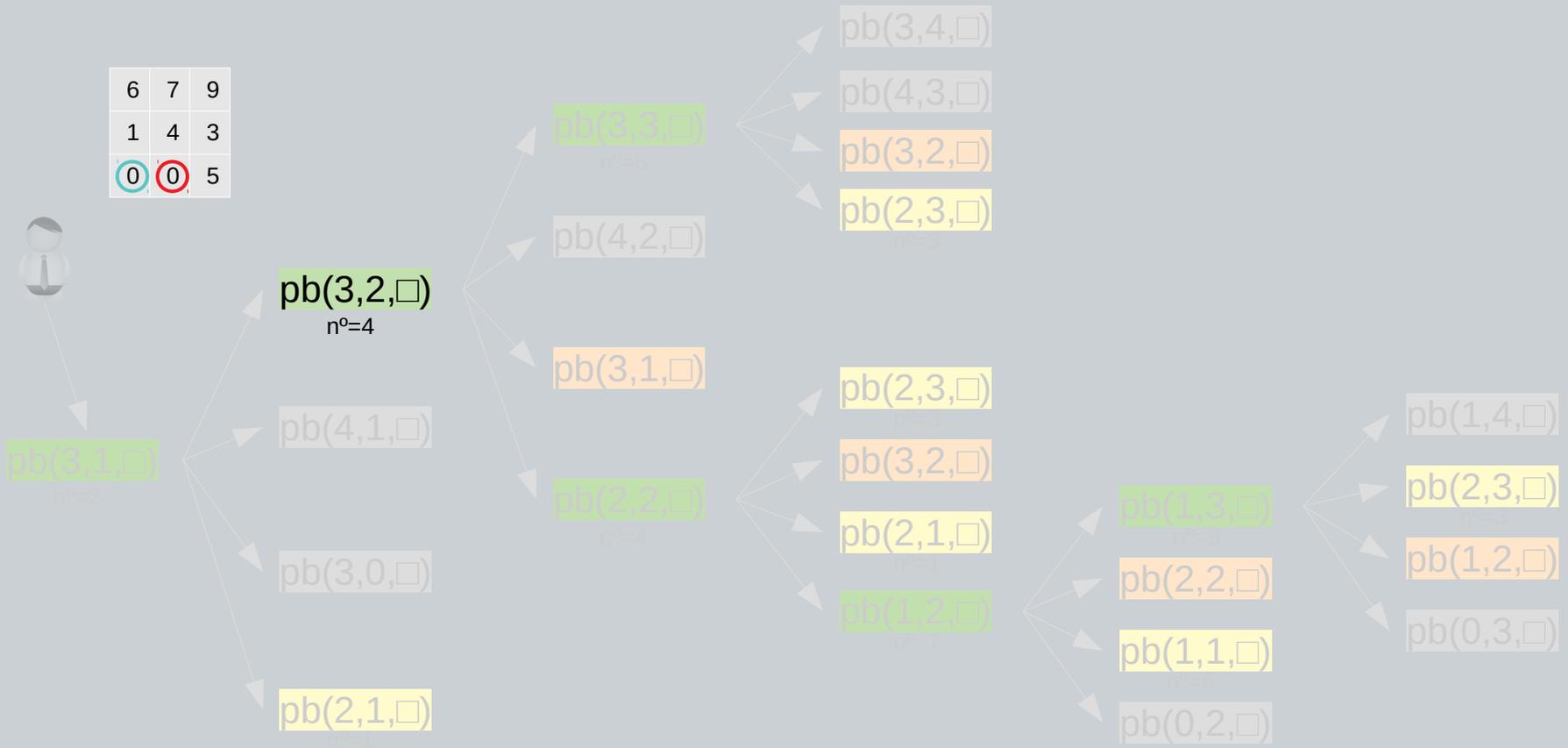
Passa Bolinha



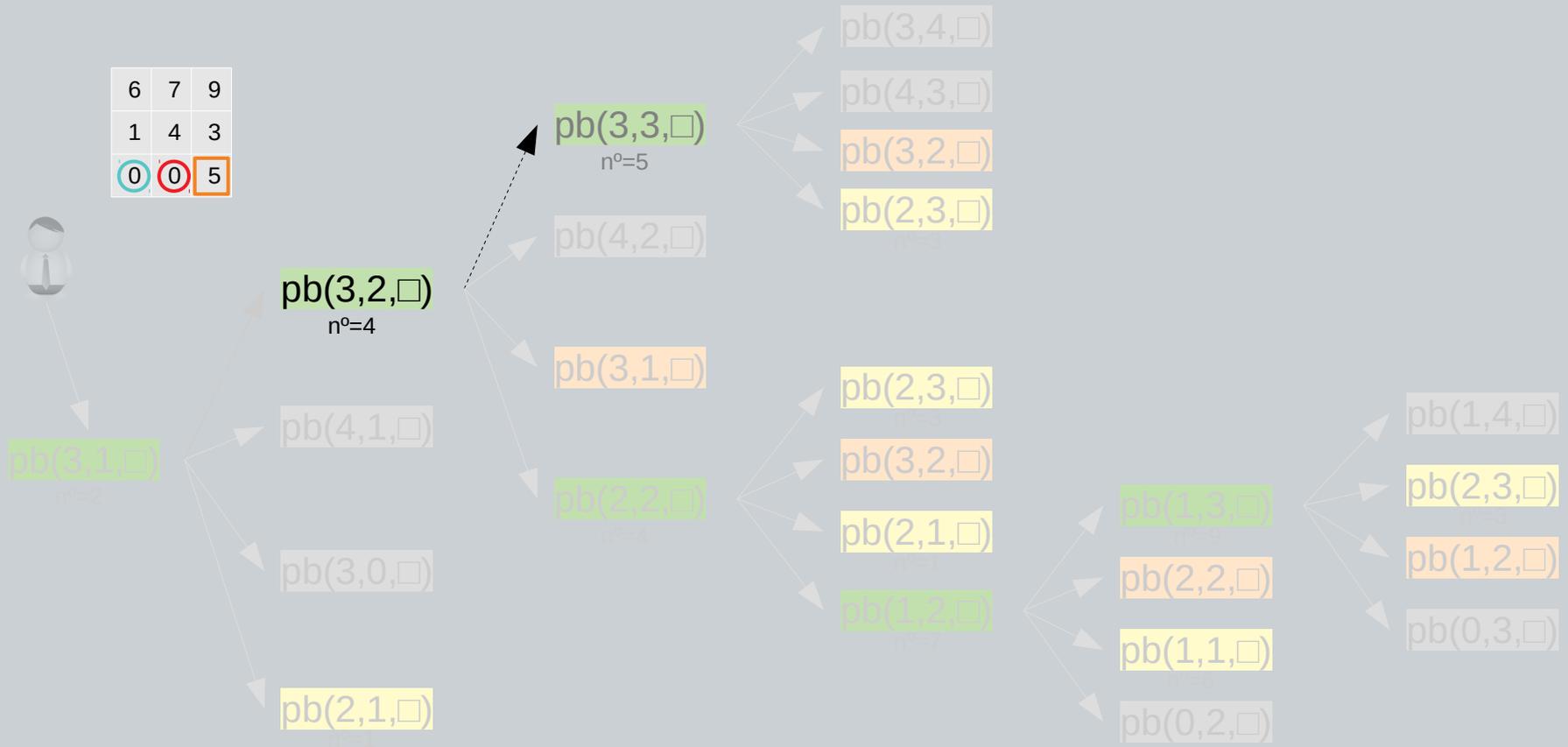
Passa Bolinha



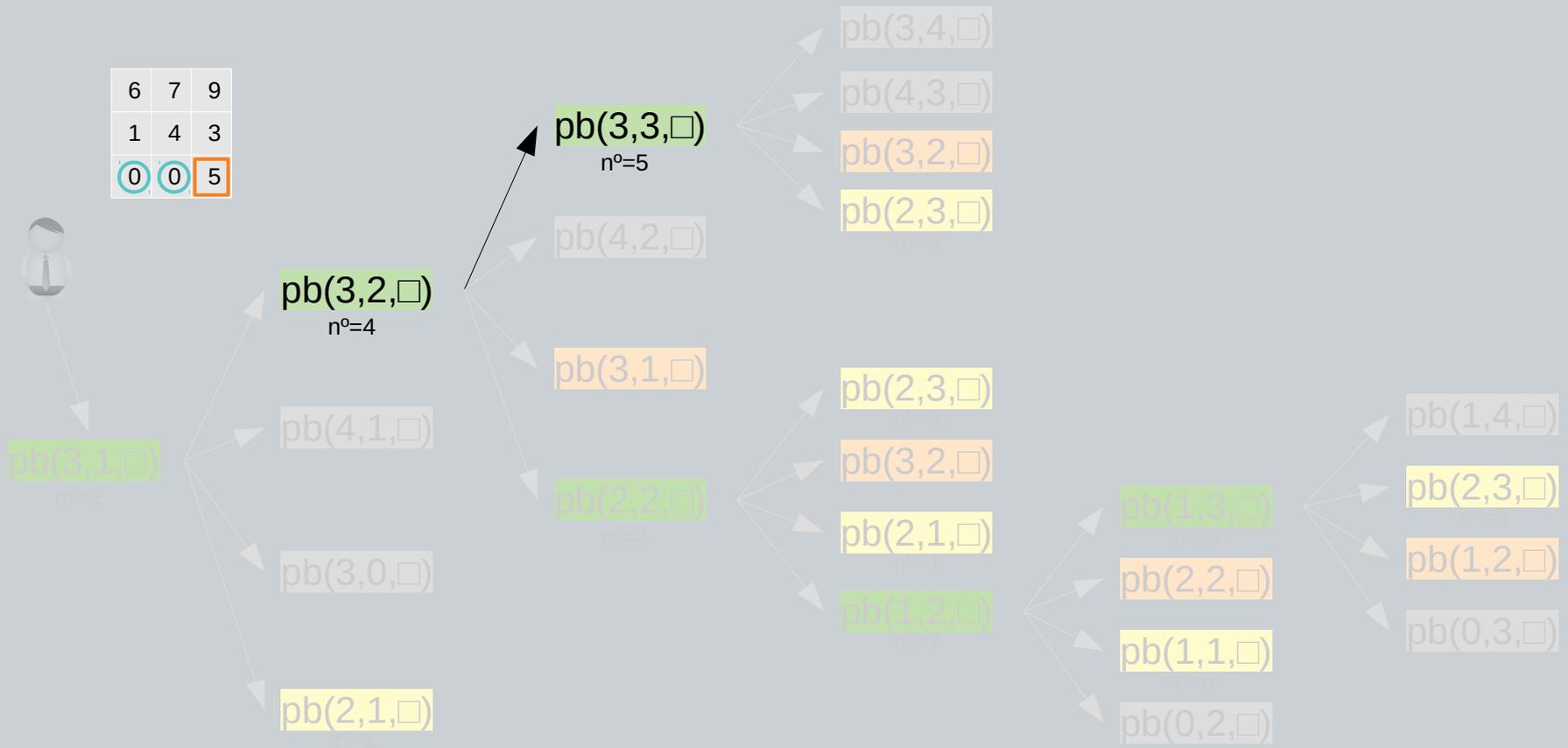
Passa Bolinha



Passa Bolinha



Passa Bolinha



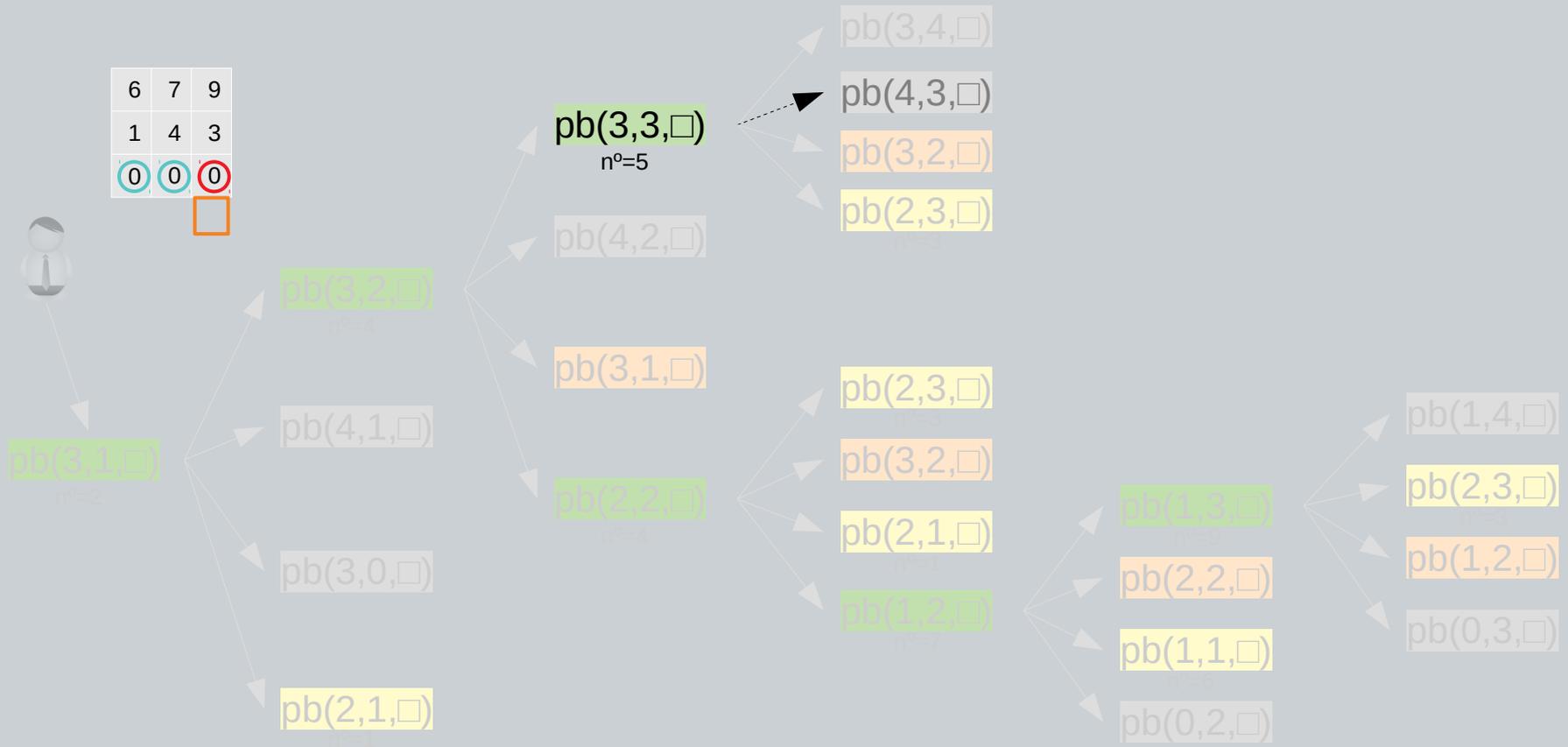
Passa Bolinha



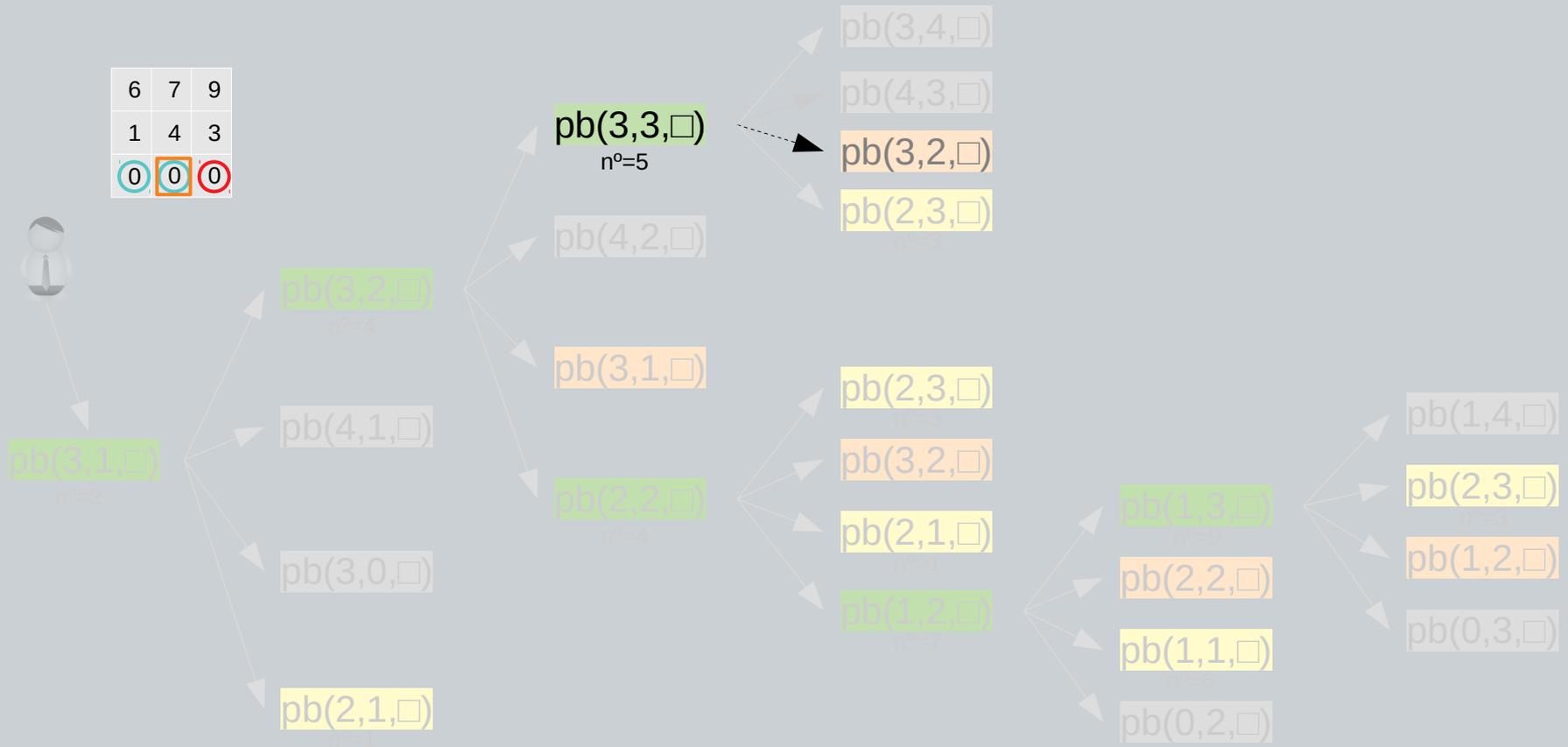
Passa Bolinha



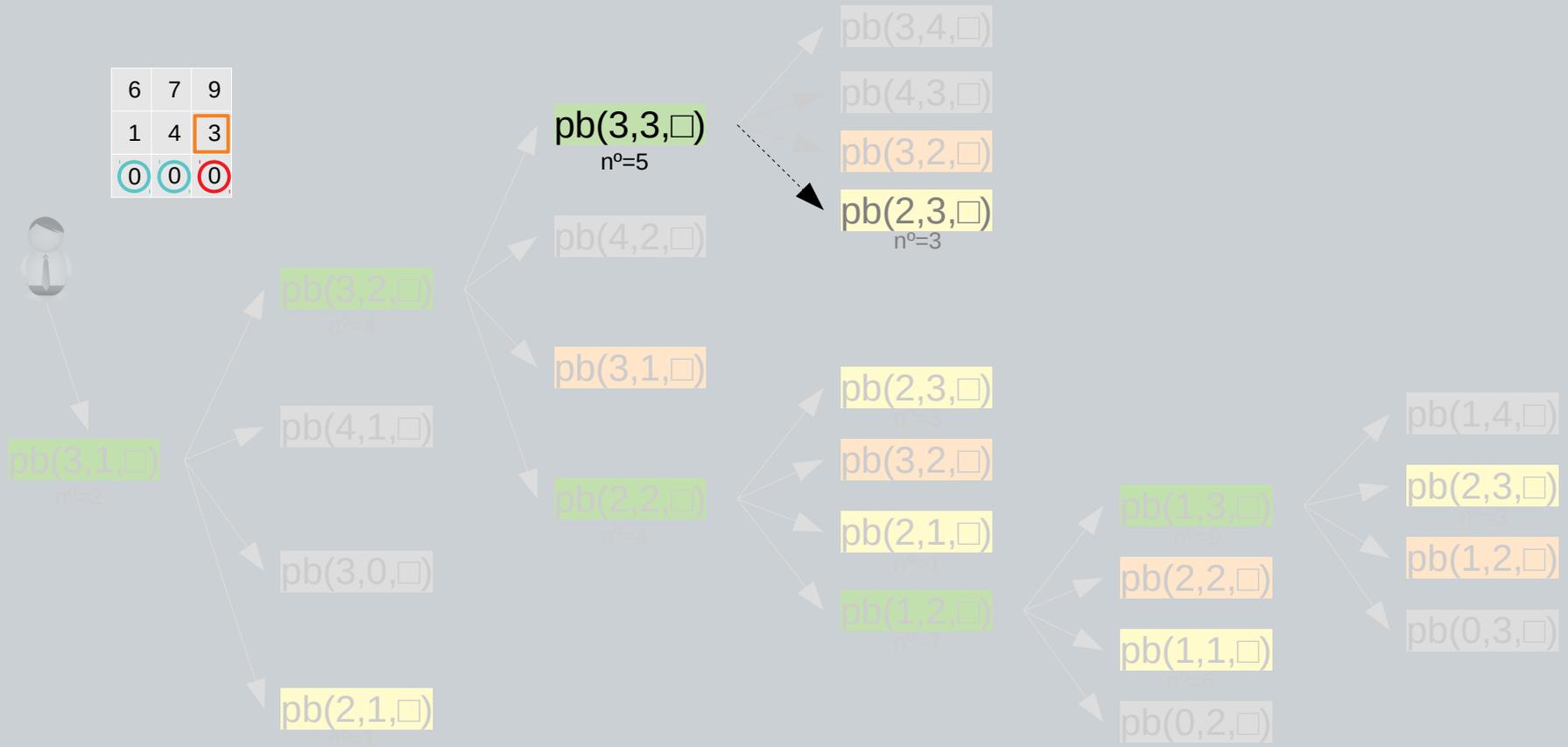
Passa Bolinha



Passa Bolinha



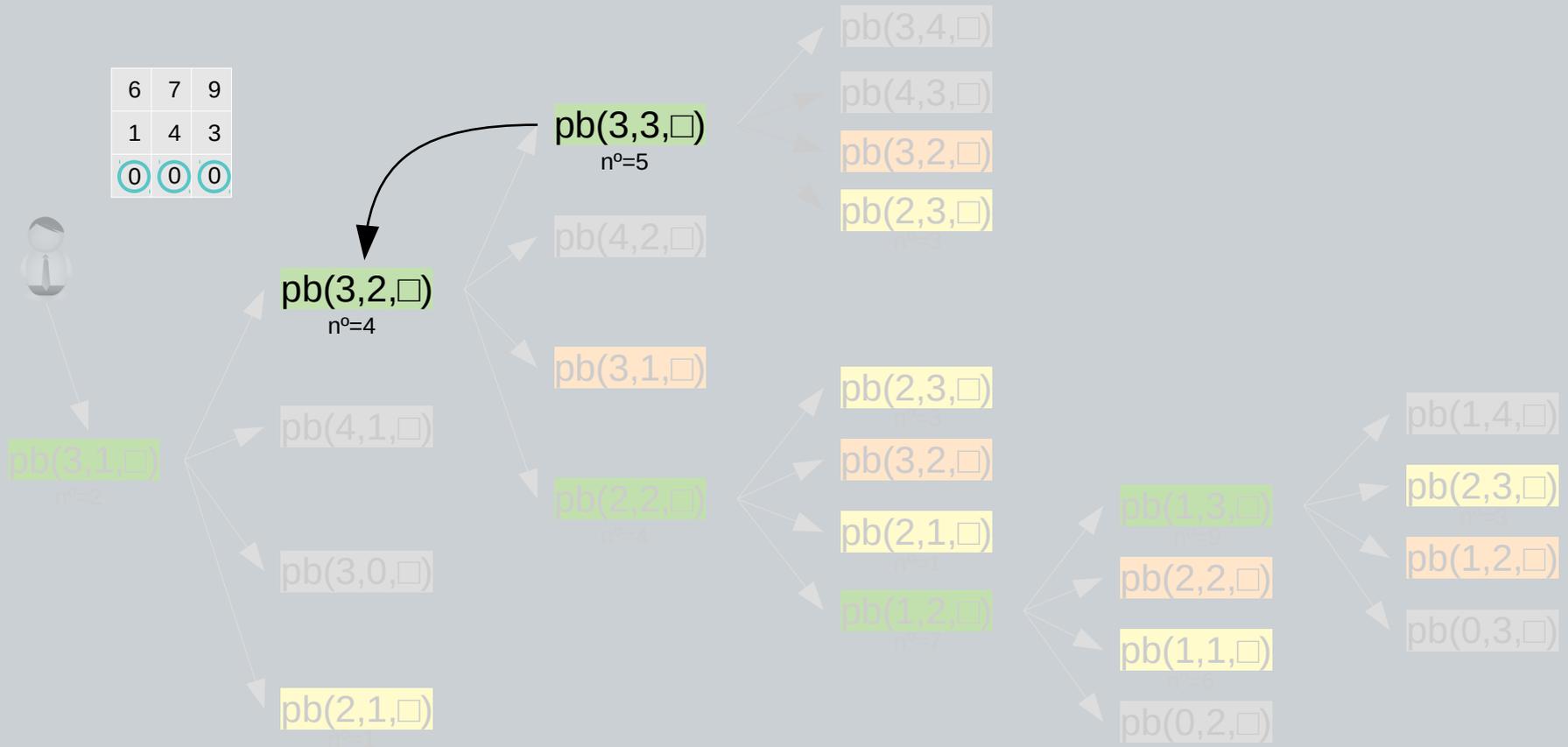
Passa Bolinha



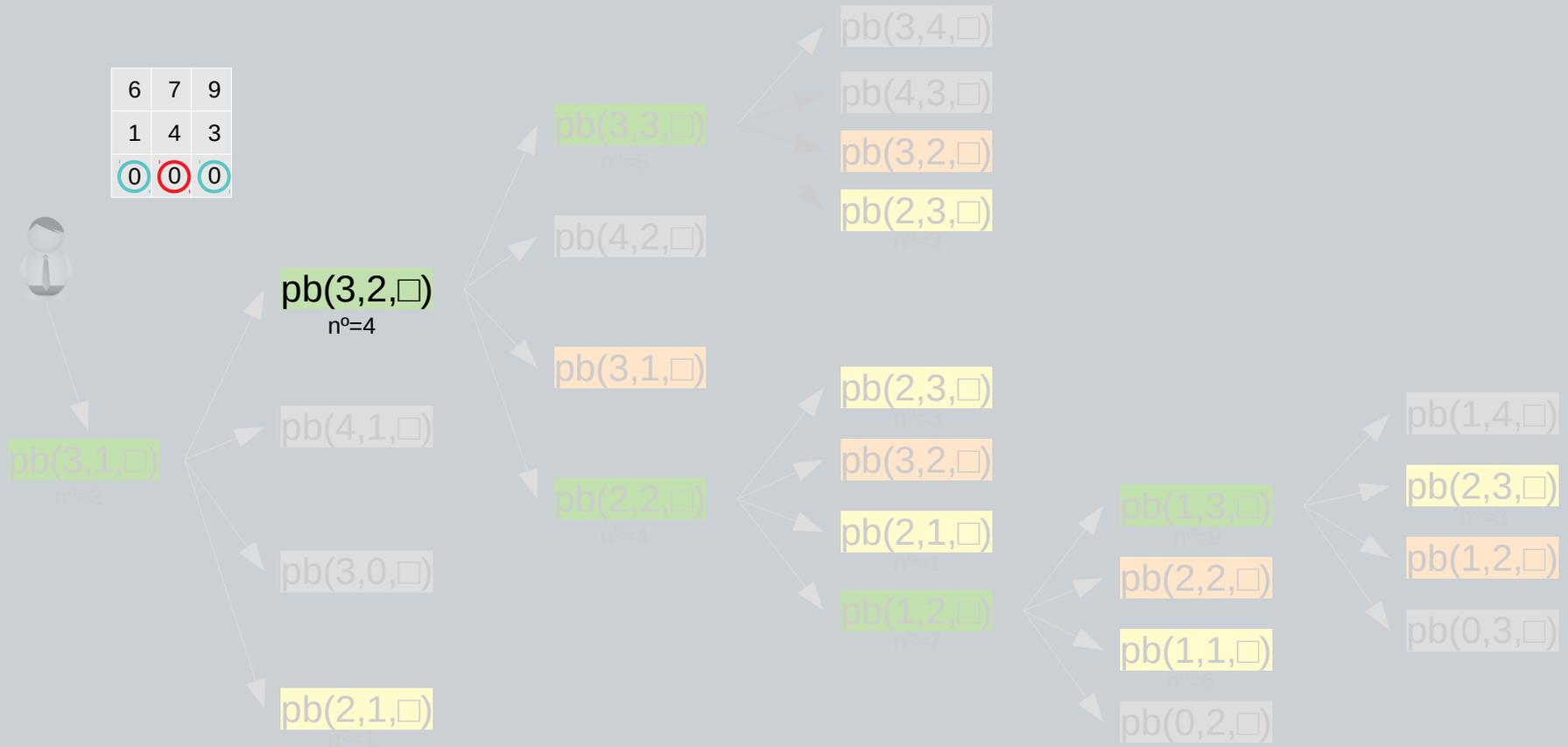
Passa Bolinha



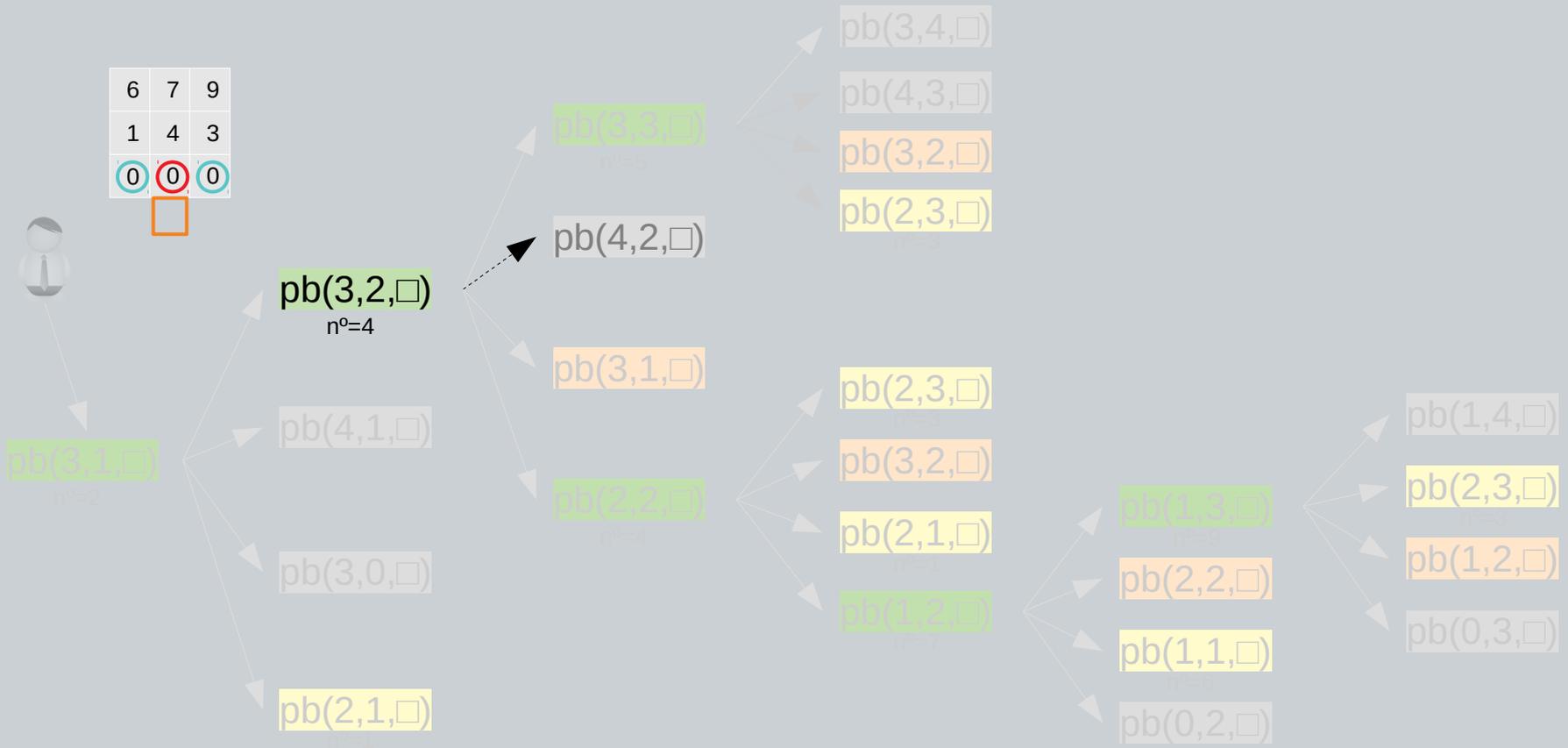
Passa Bolinha



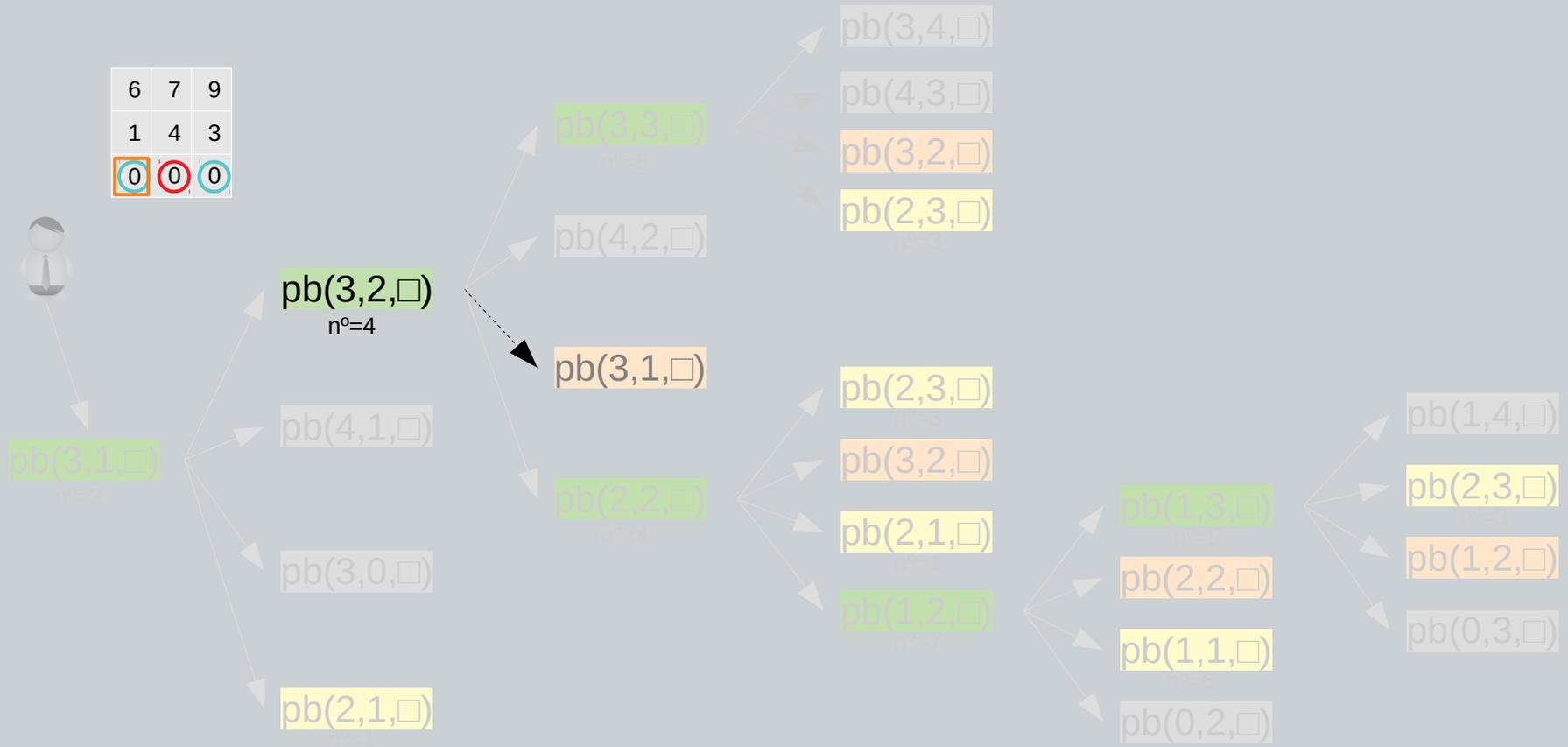
Passa Bolinha



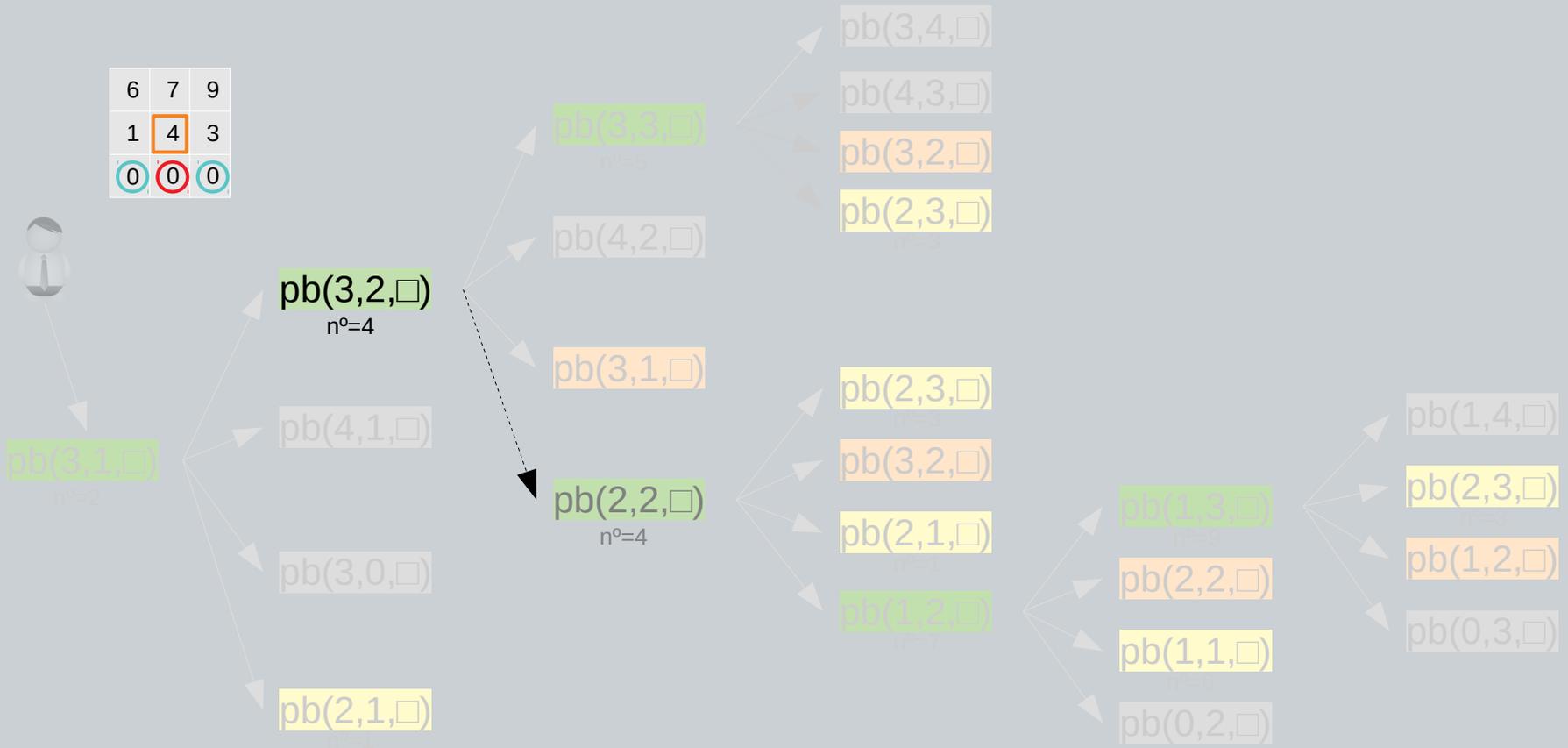
Passa Bolinha



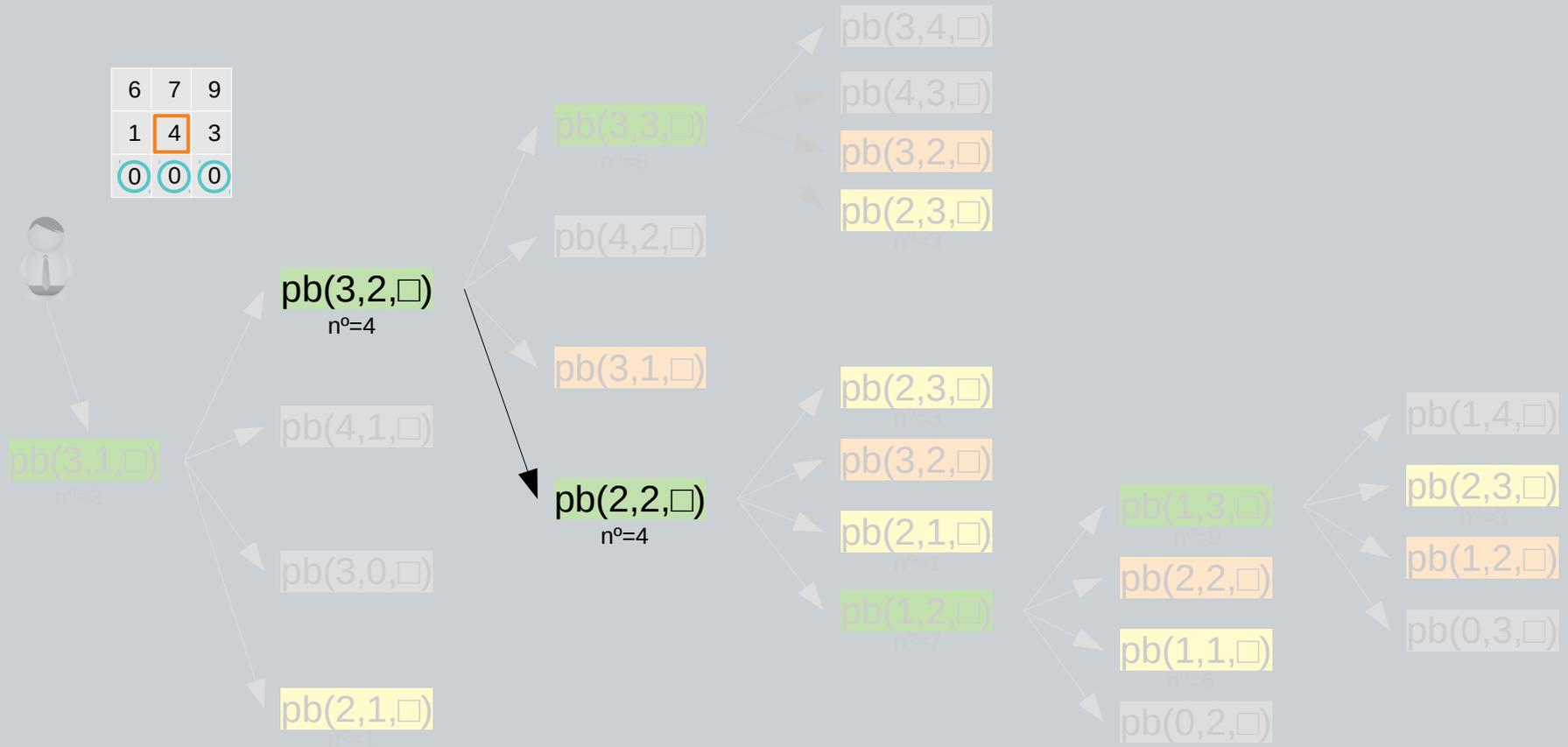
Passa Bolinha



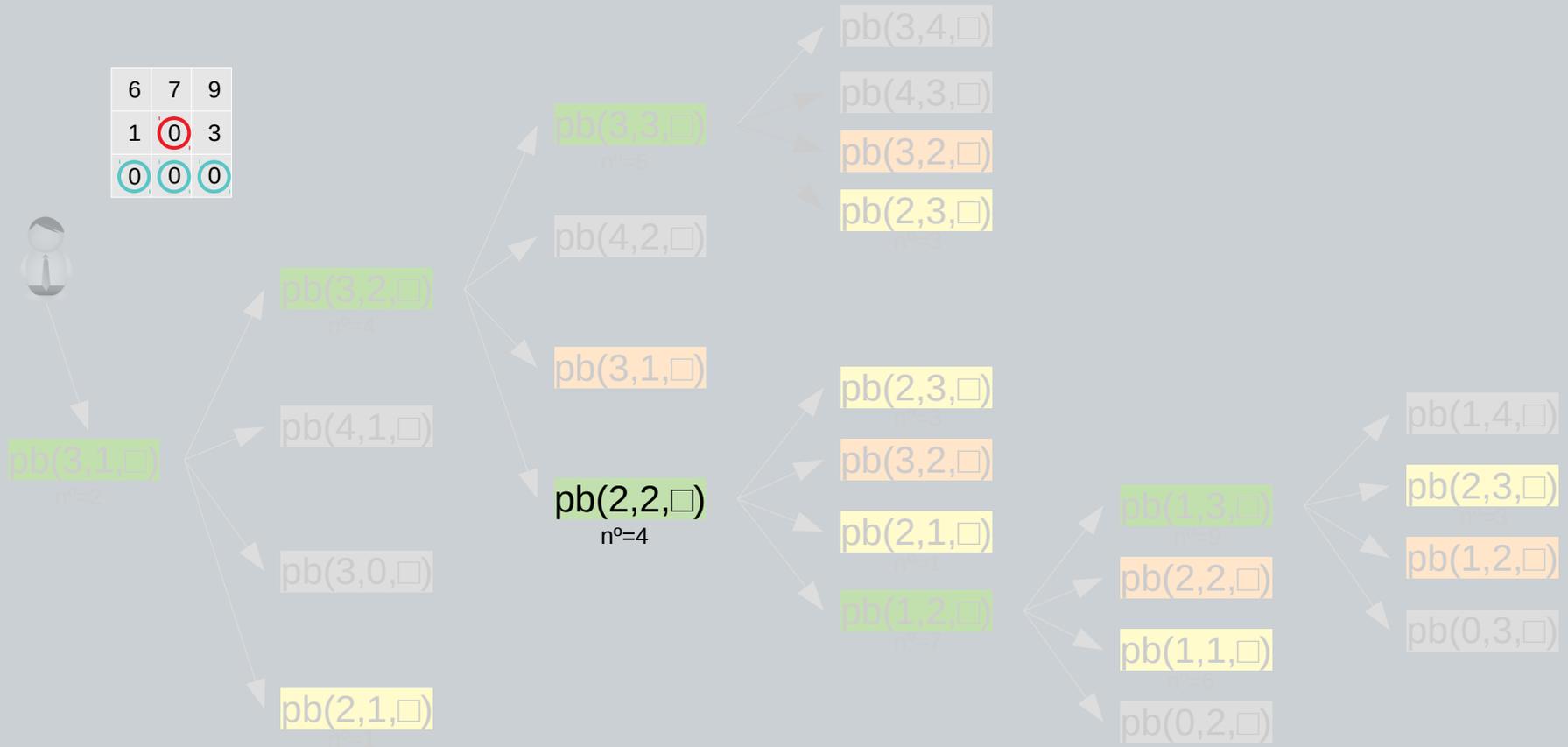
Passa Bolinha



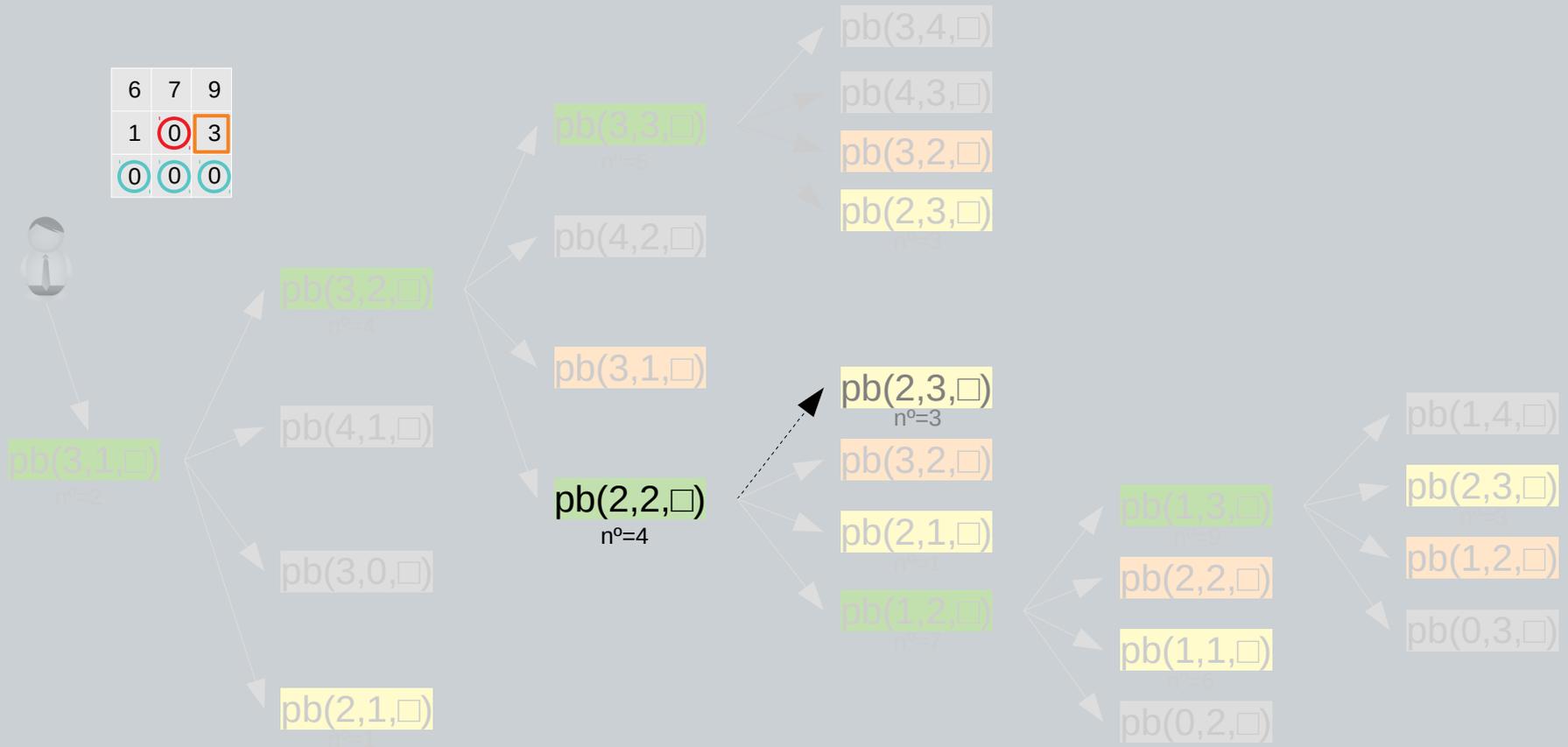
Passa Bolinha



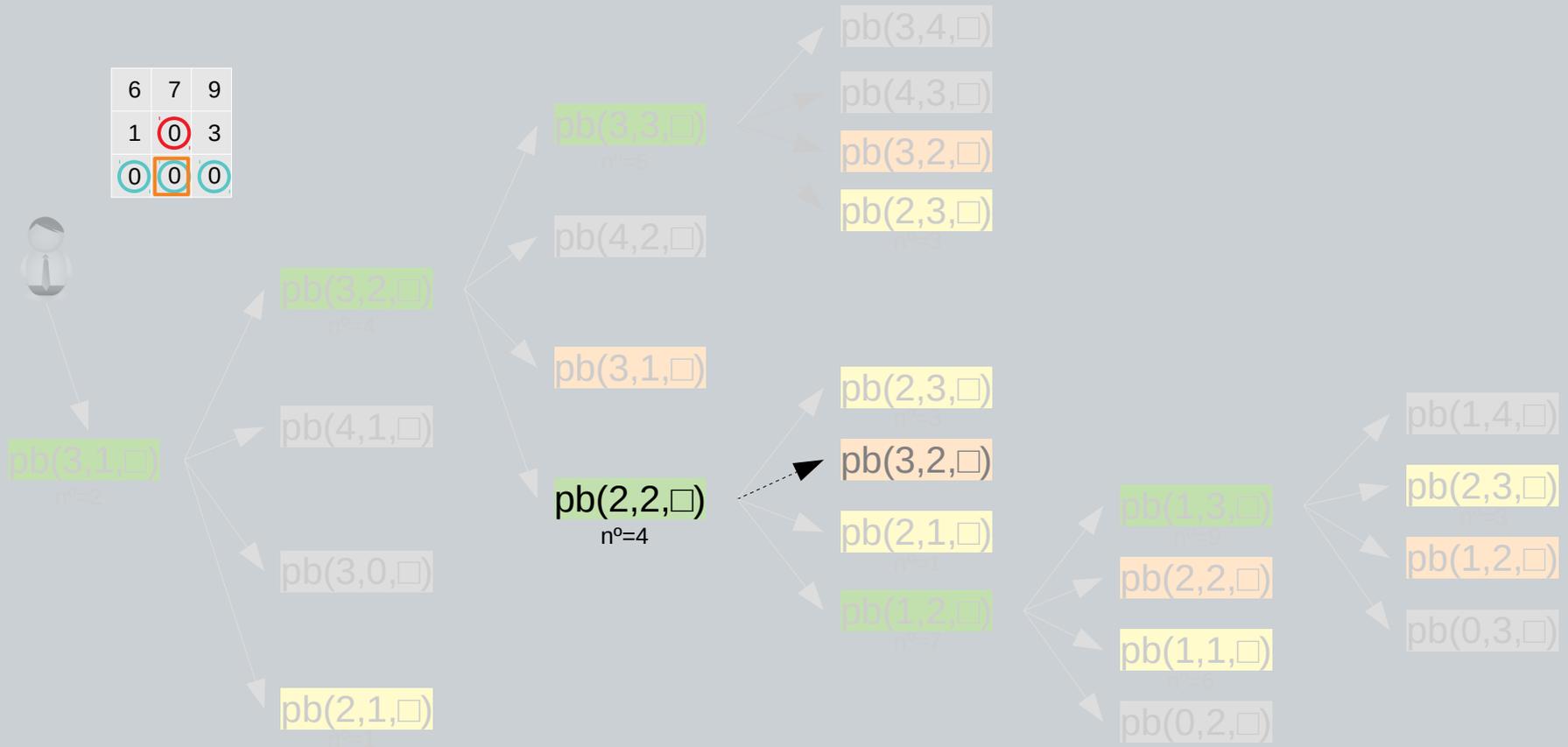
Passa Bolinha



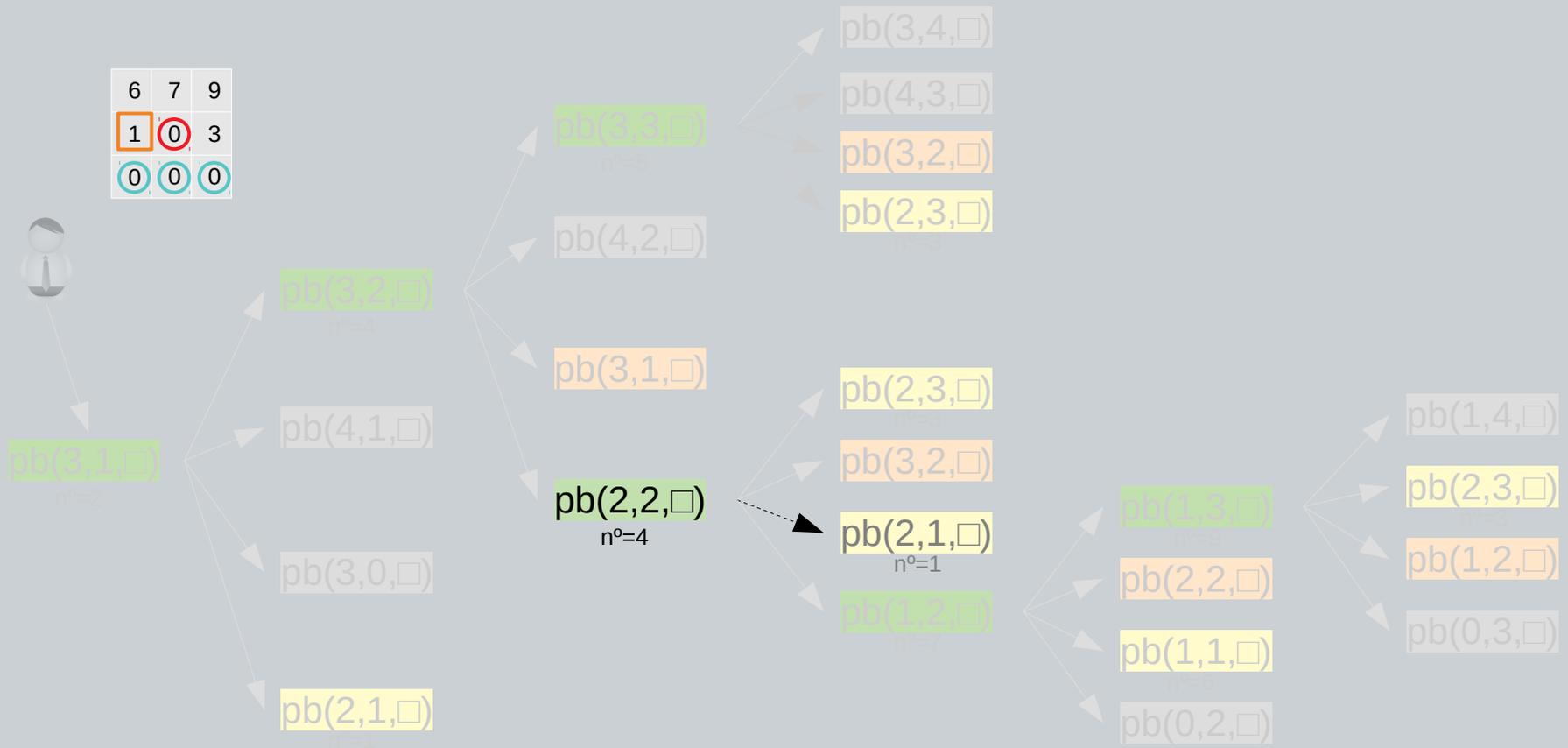
Passa Bolinha



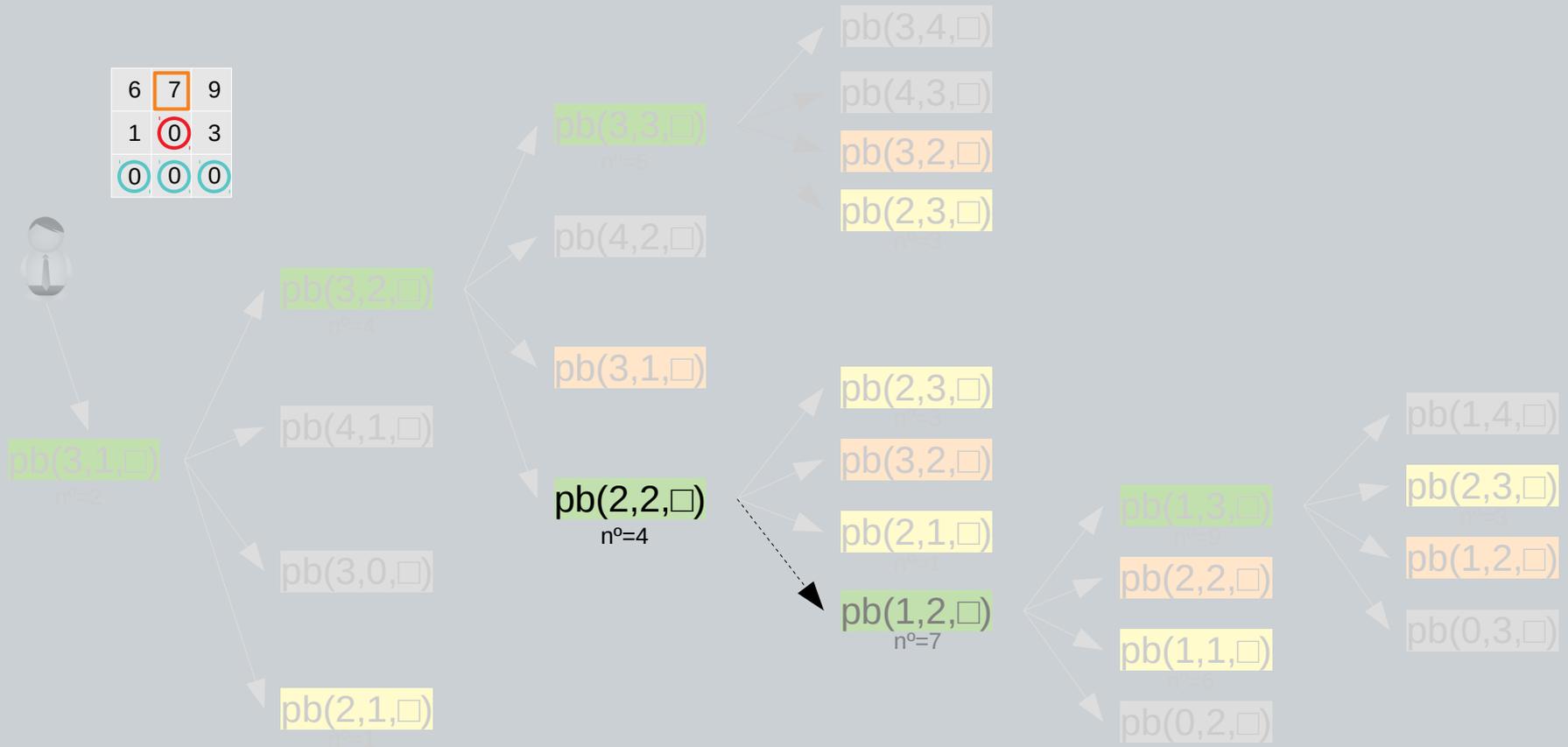
Passa Bolinha



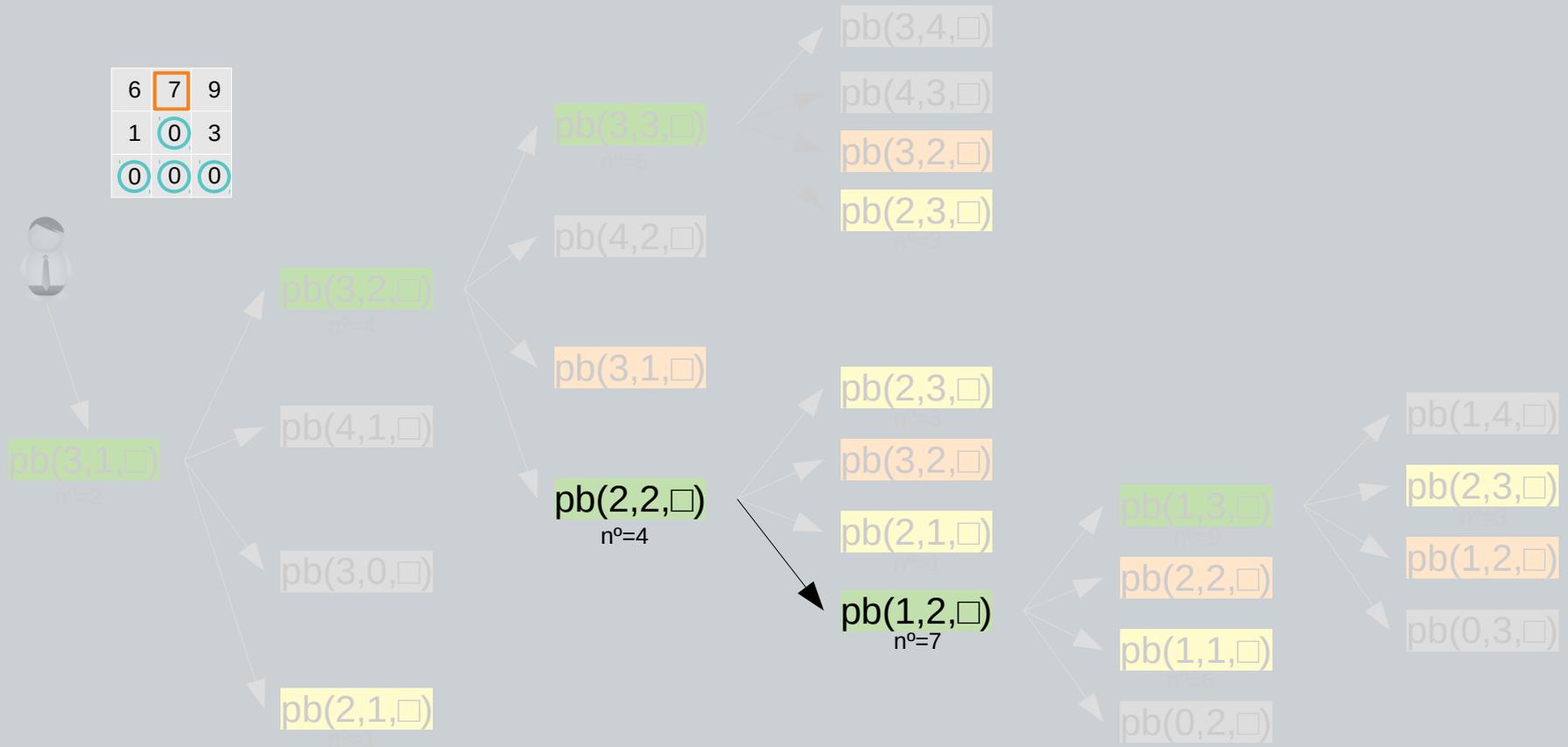
Passa Bolinha



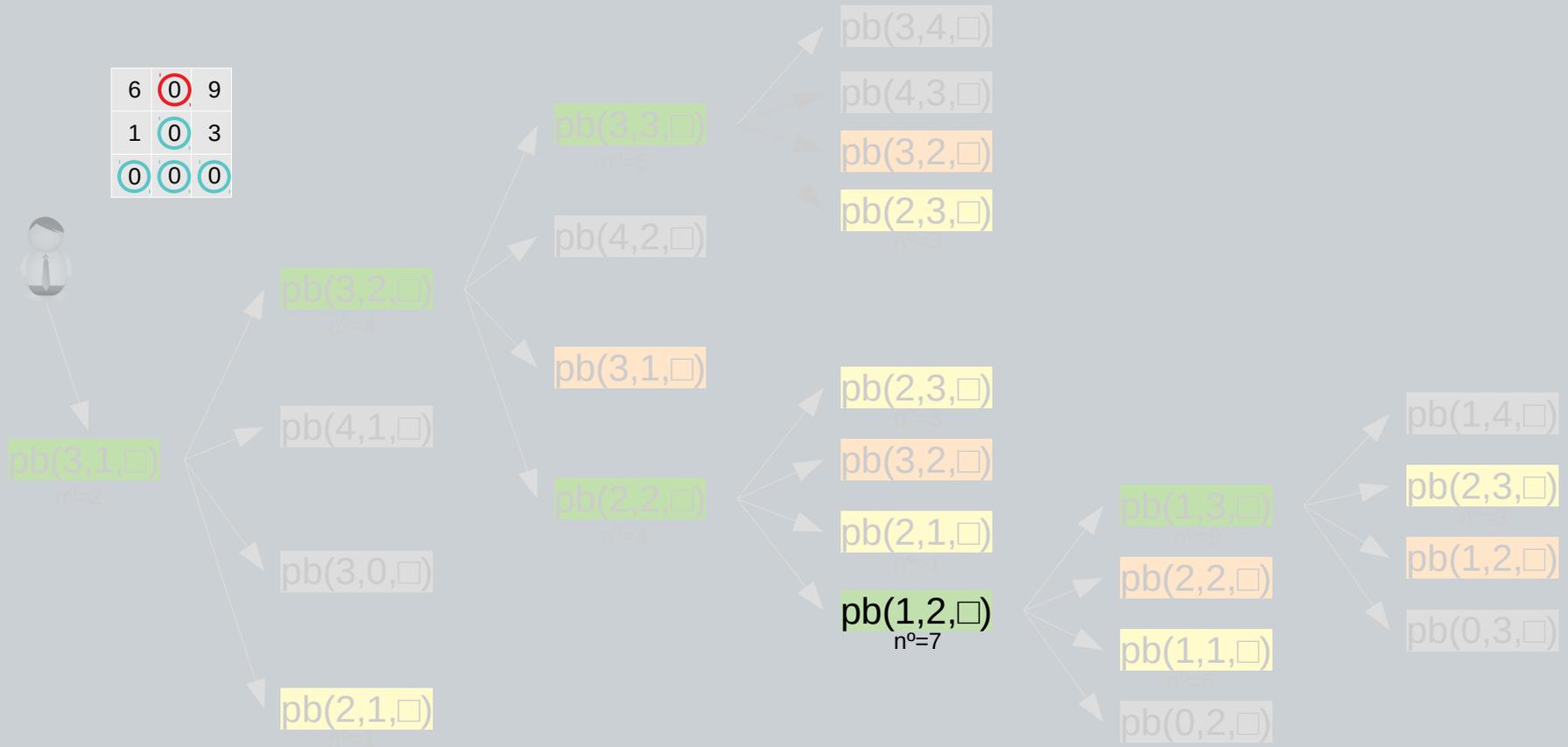
Passa Bolinha



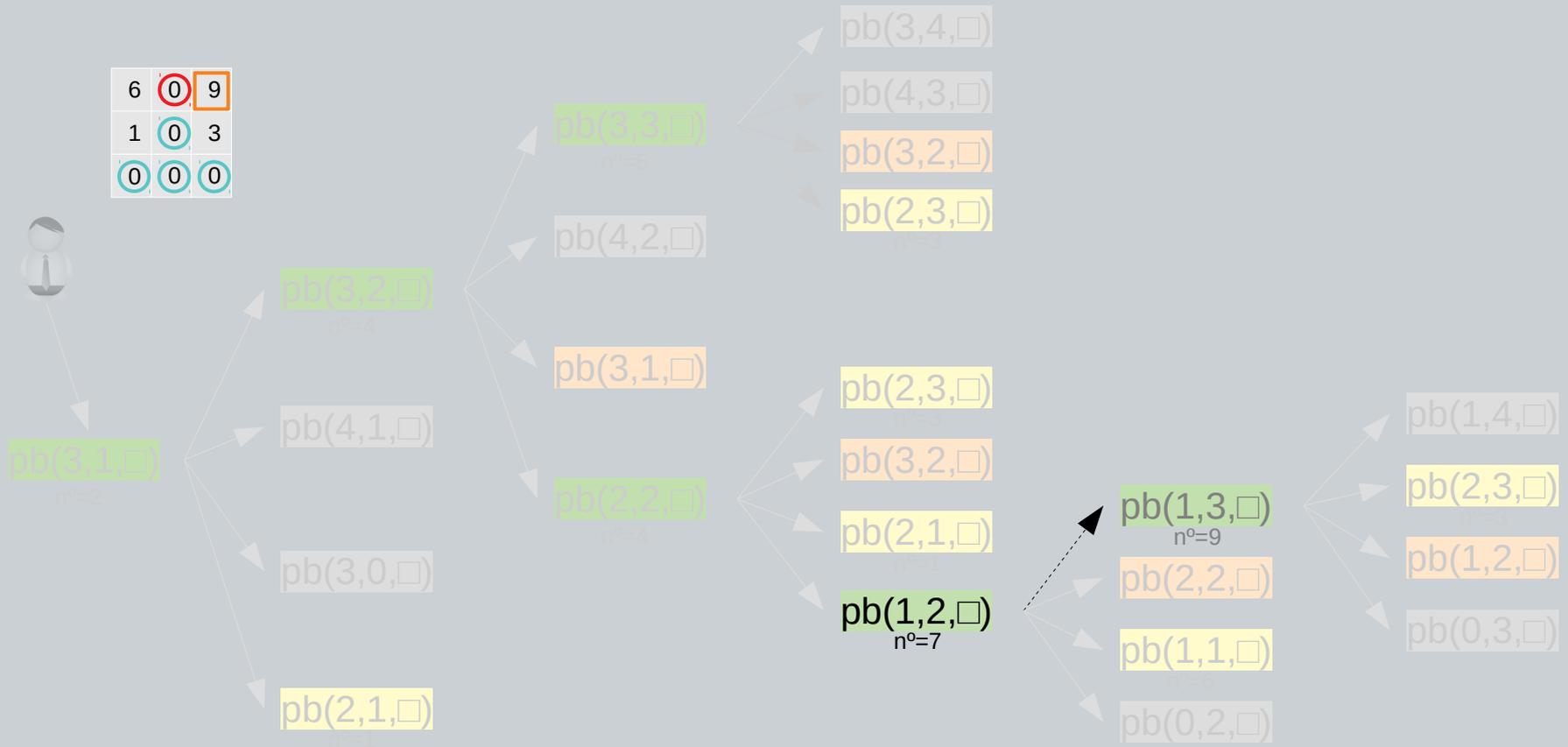
Passa Bolinha



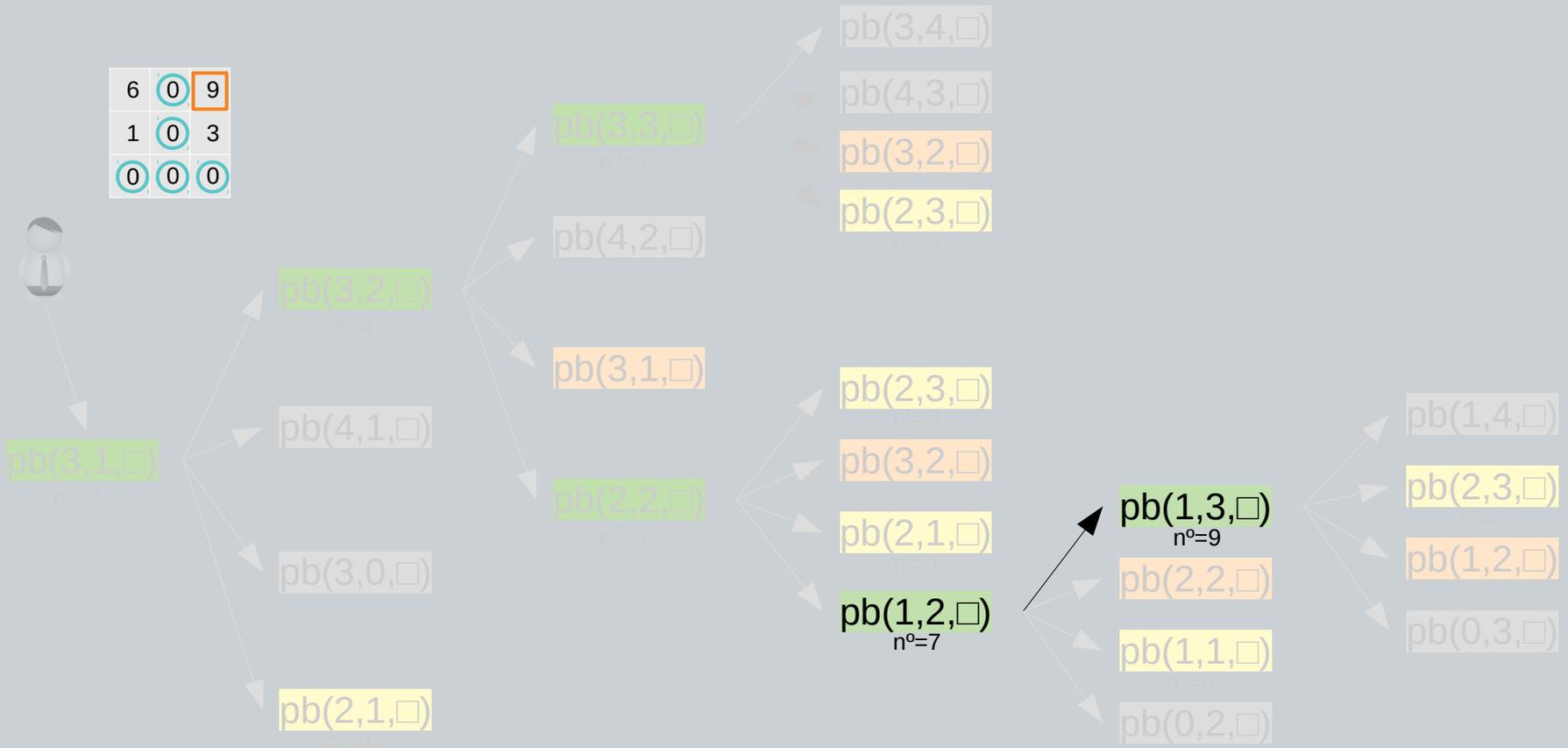
Passa Bolinha



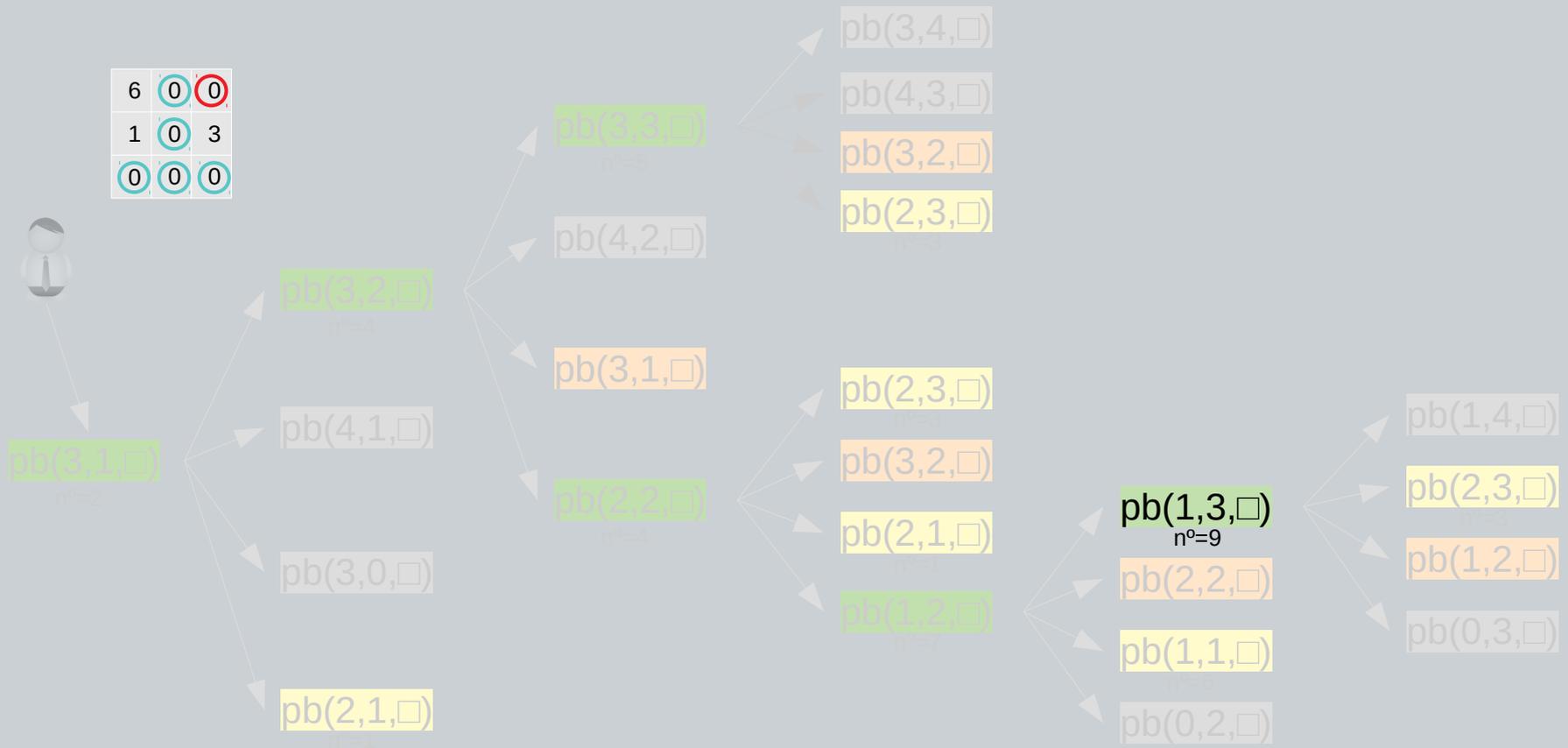
Passa Bolinha



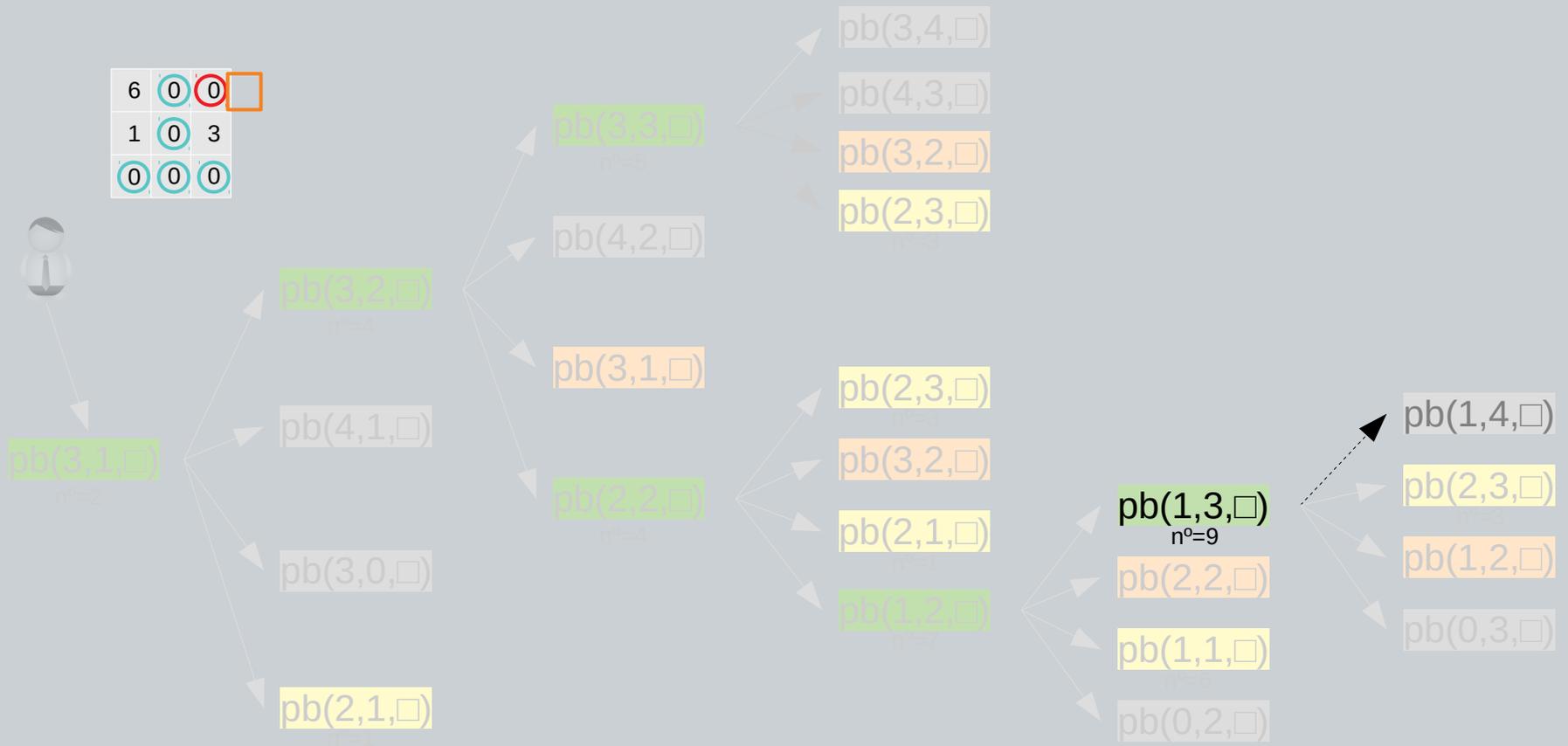
Passa Bolinha



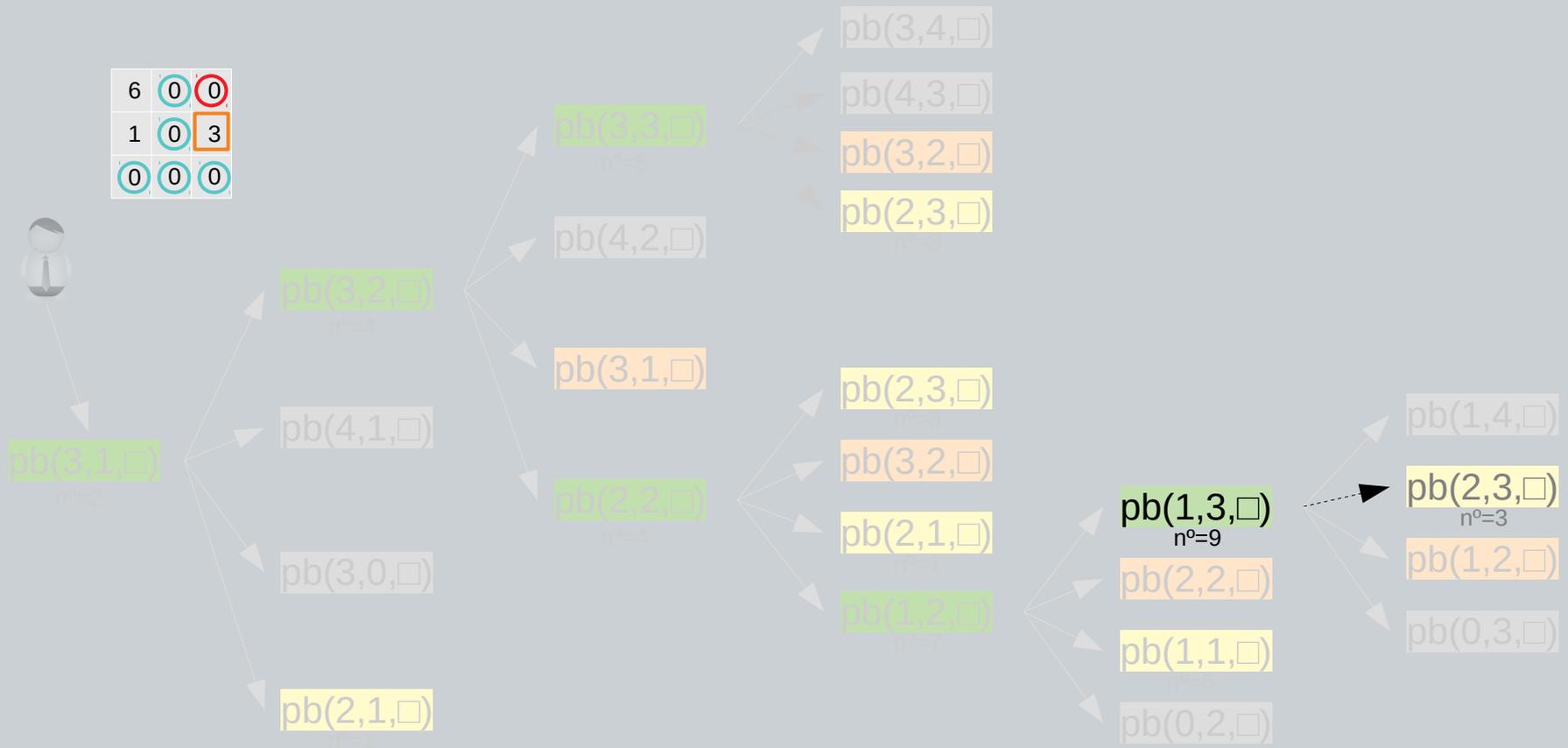
Passa Bolinha



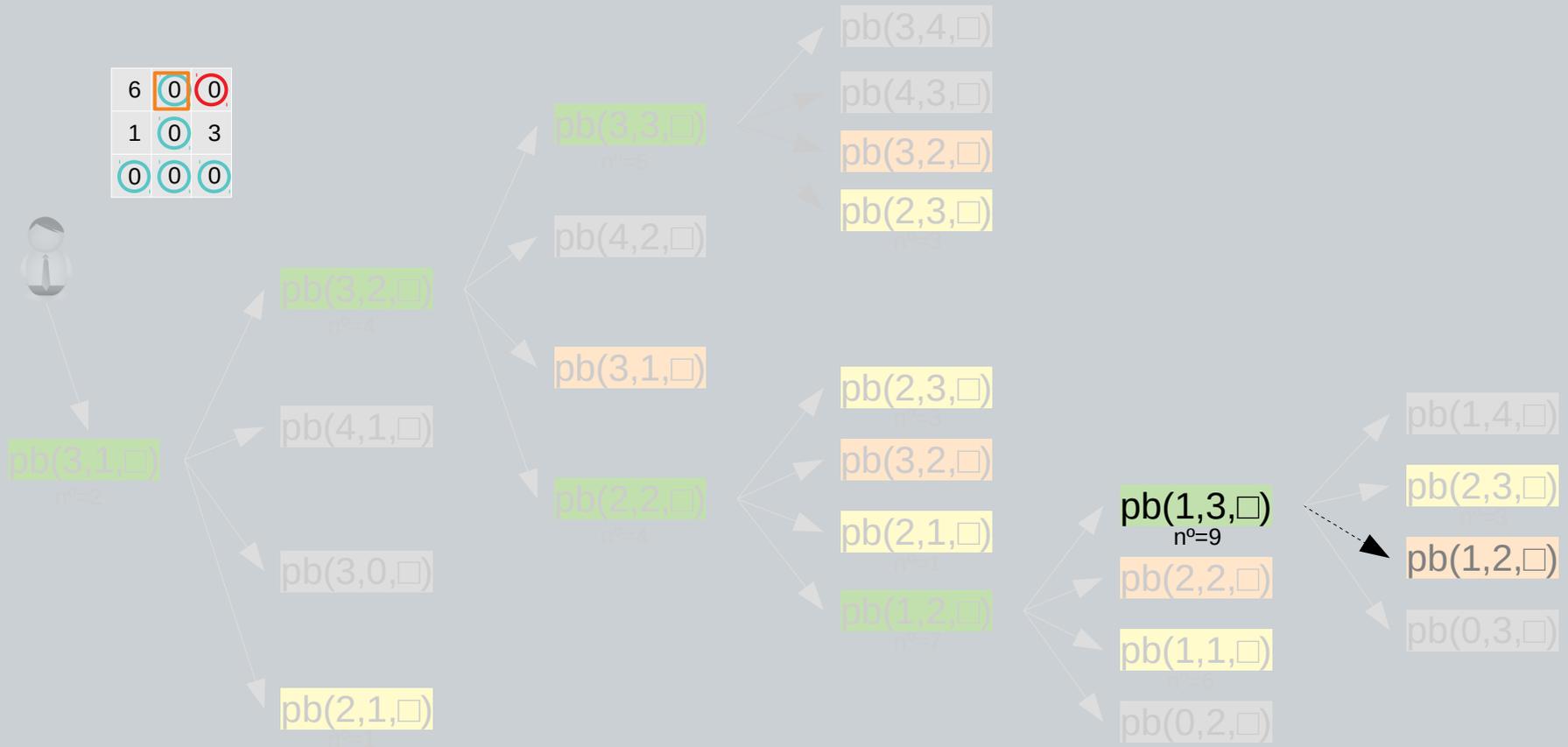
Passa Bolinha



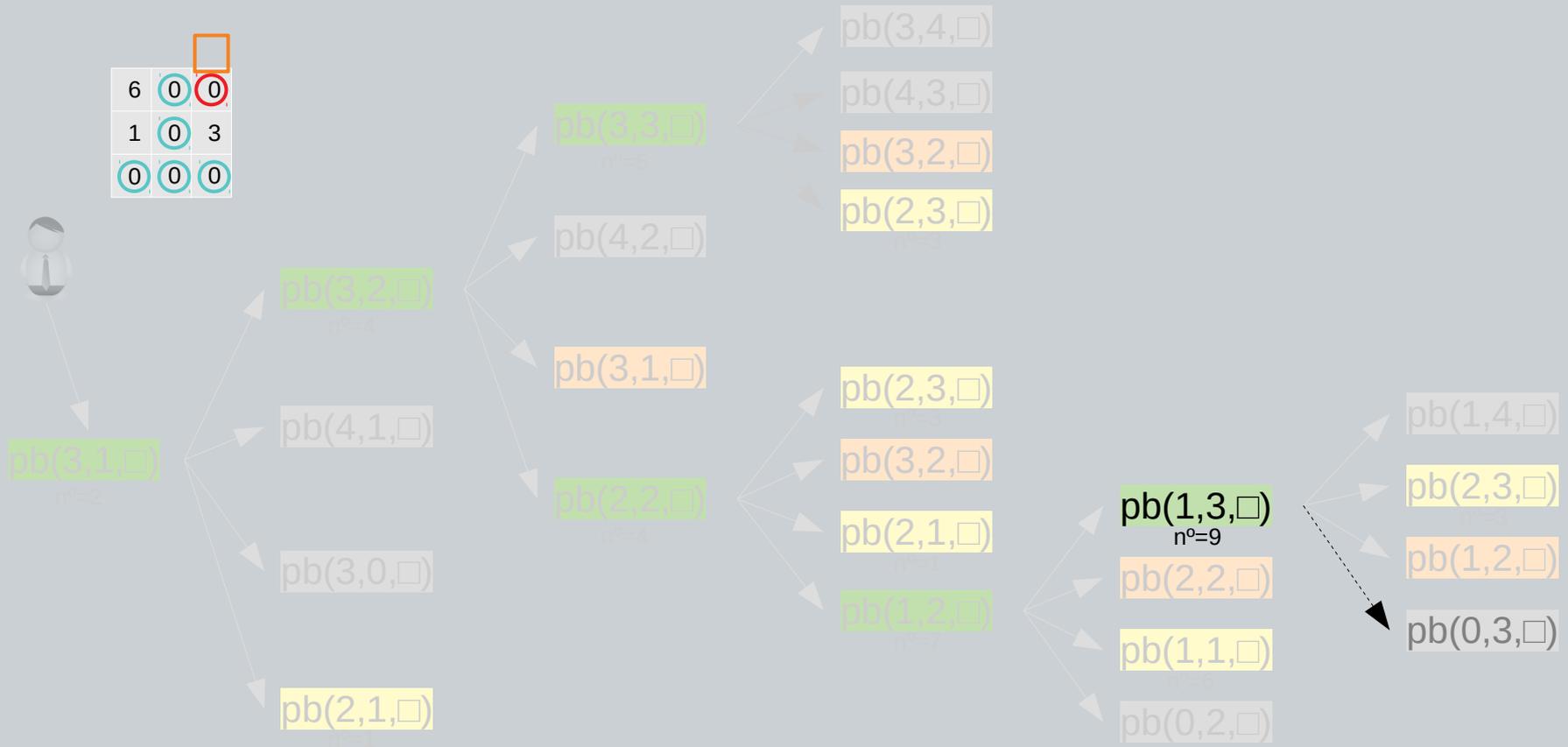
Passa Bolinha



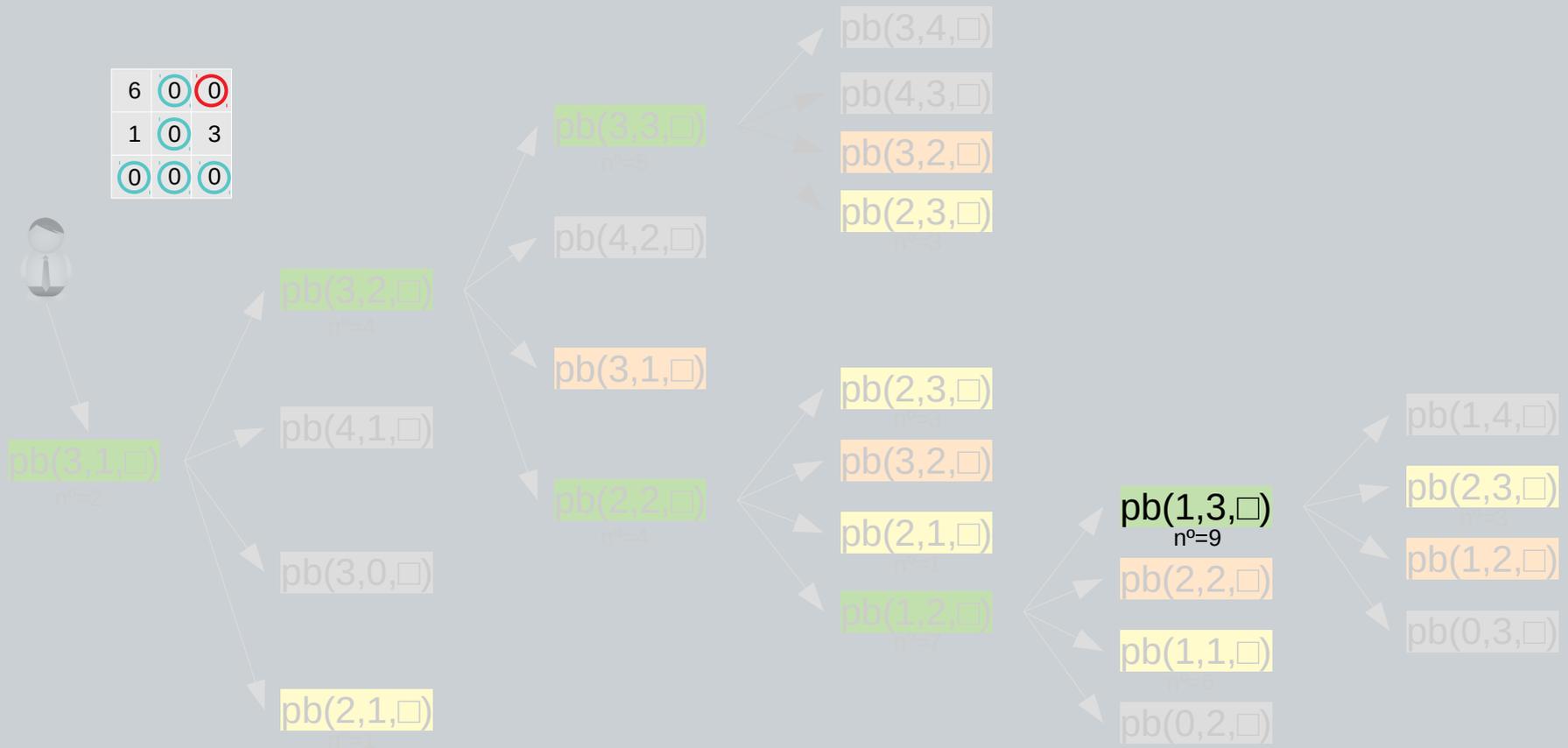
Passa Bolinha



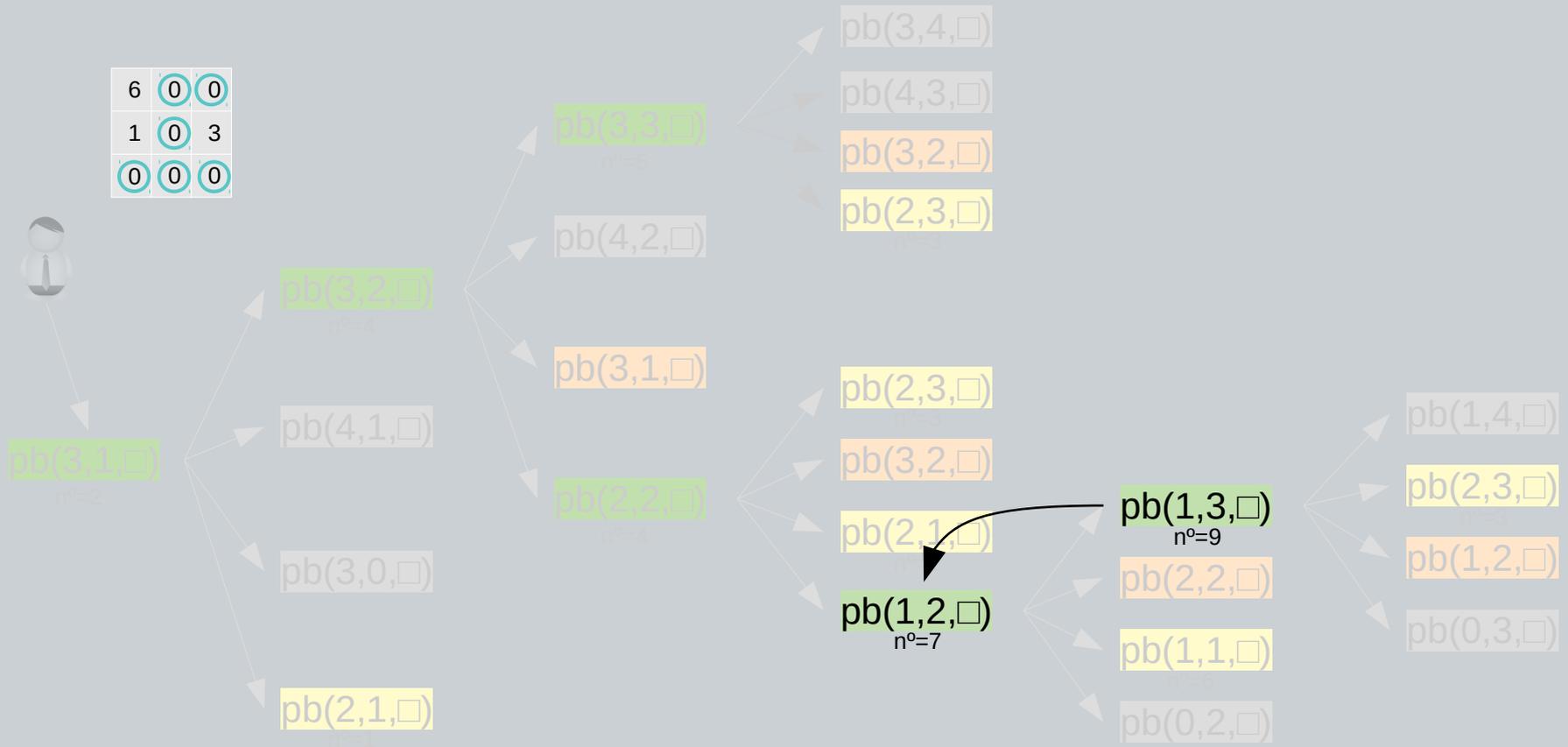
Passa Bolinha



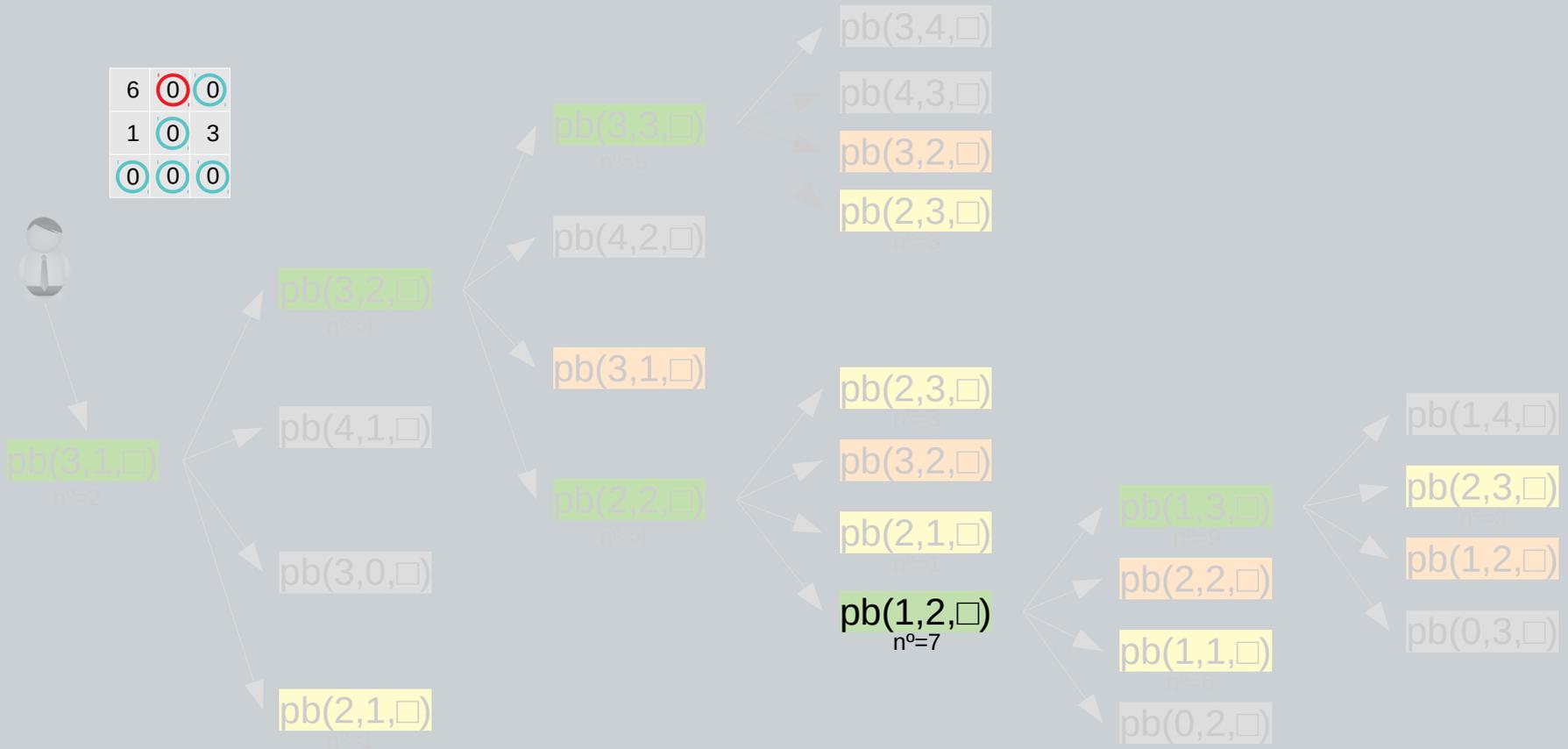
Passa Bolinha



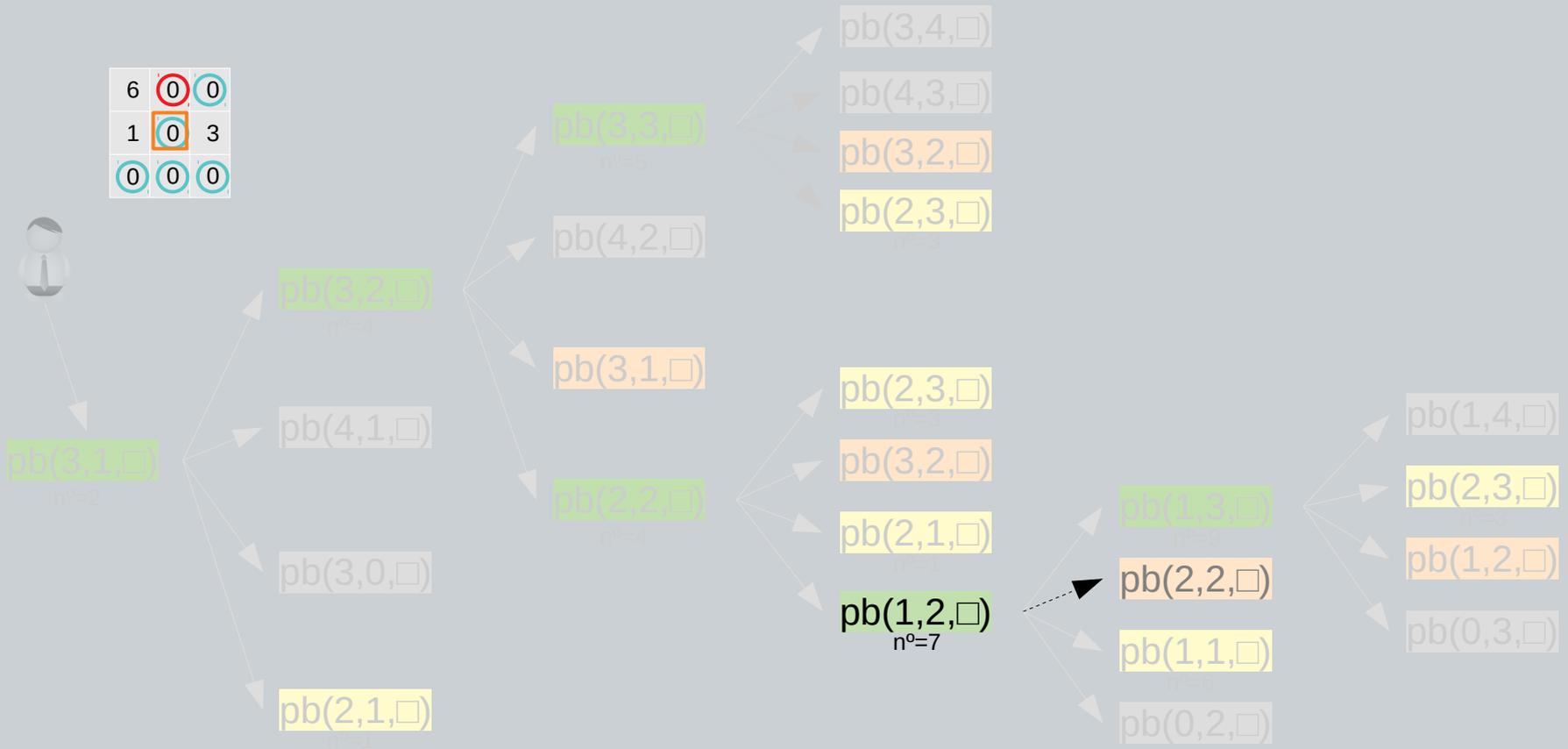
Passa Bolinha



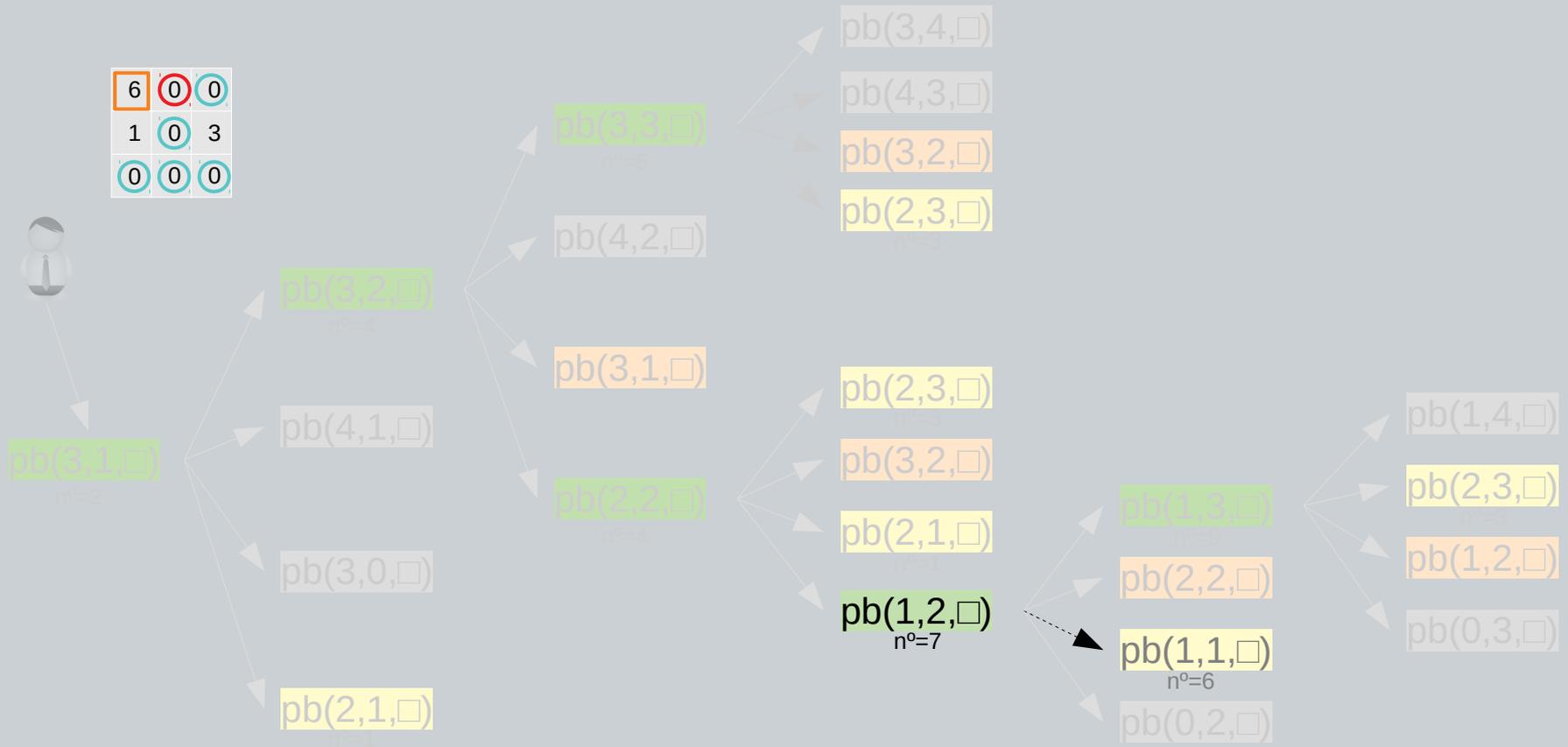
Passa Bolinha



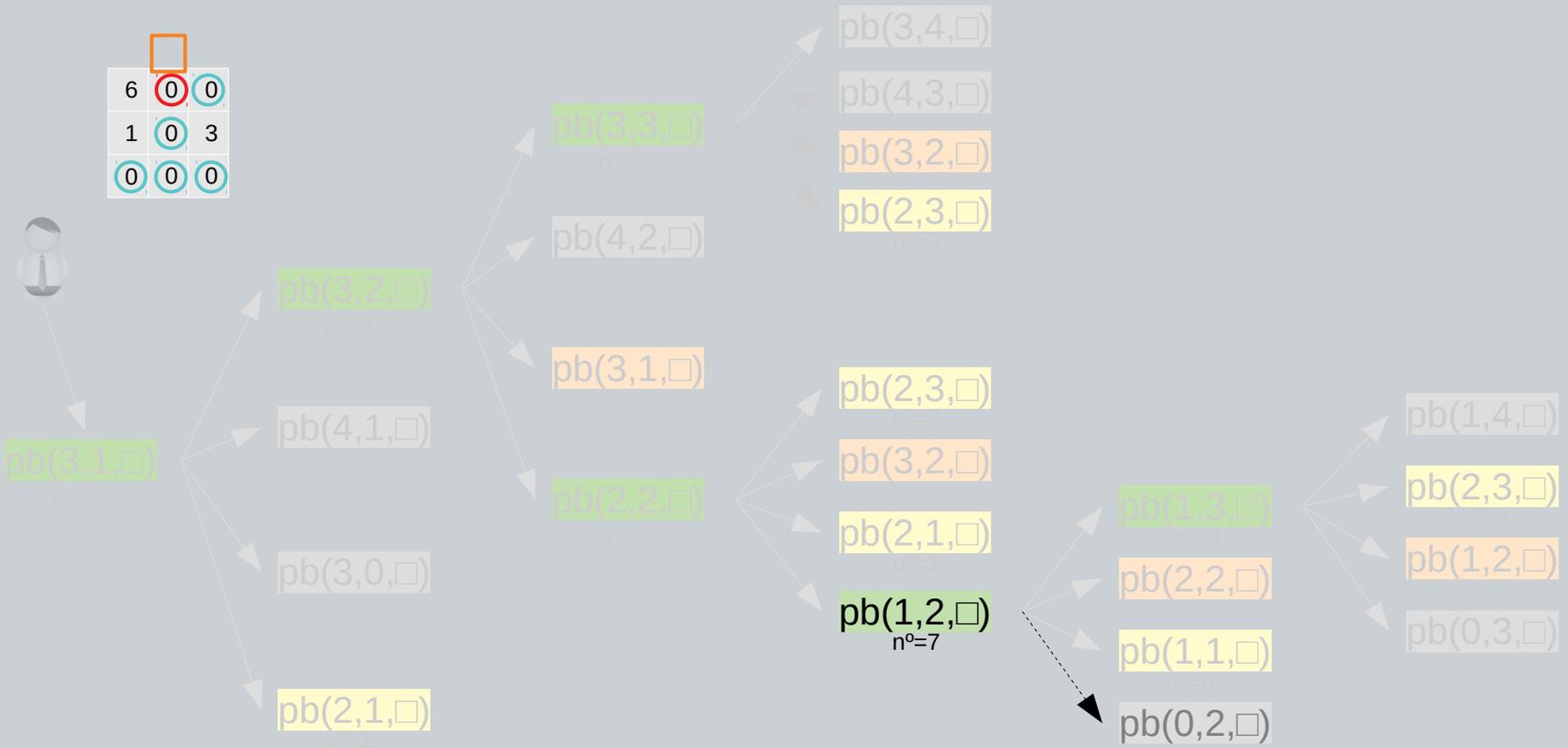
Passa Bolinha



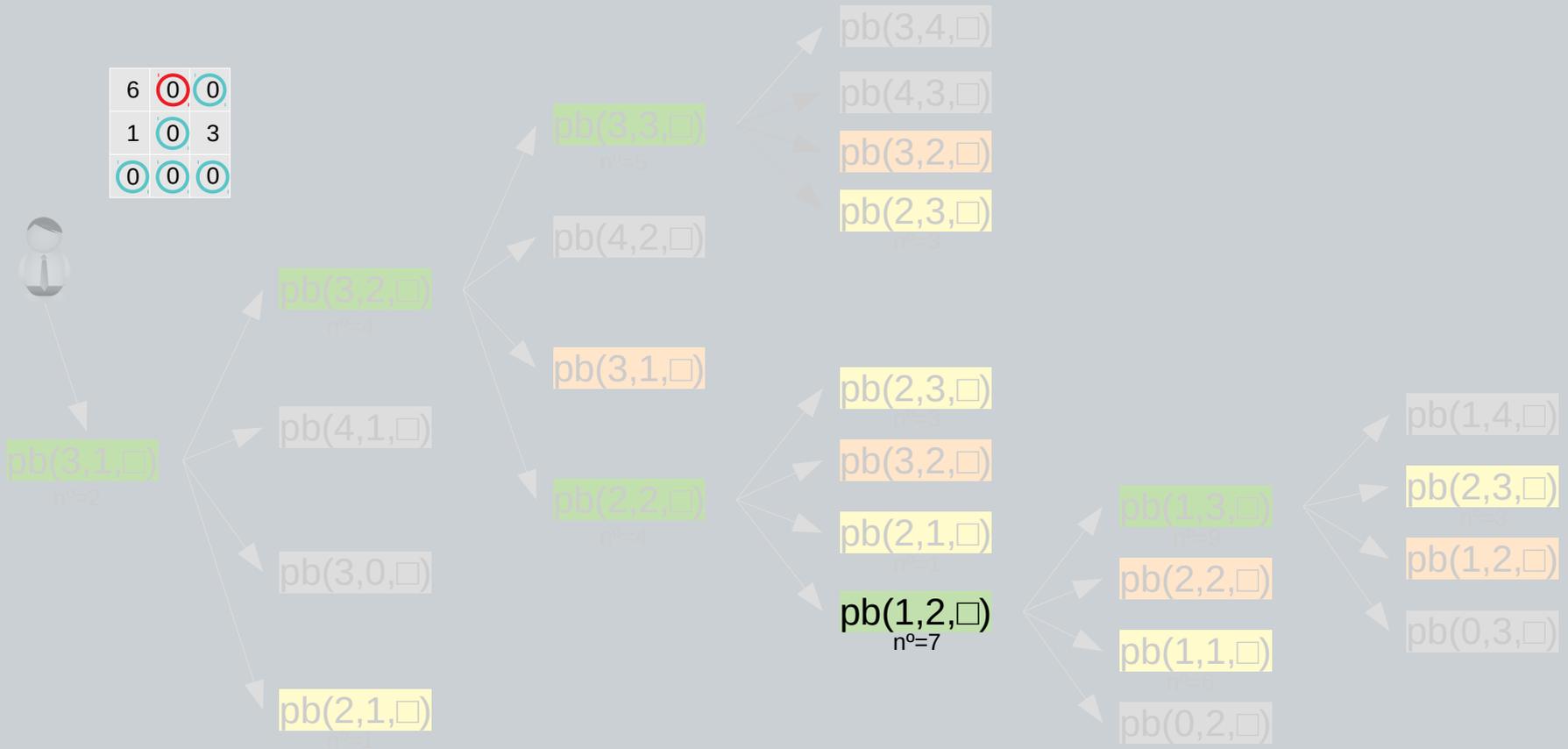
Passa Bolinha



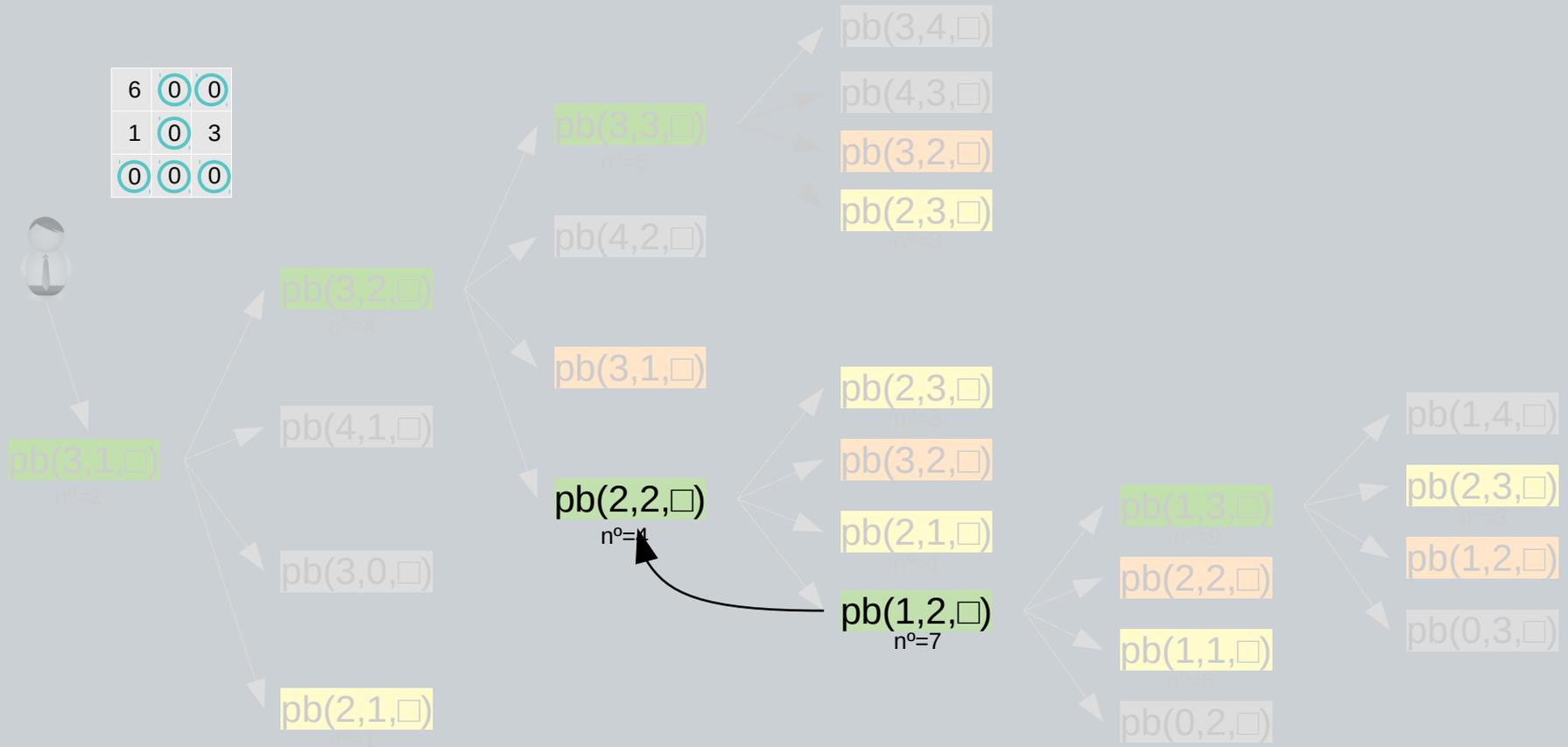
Passa Bolinha



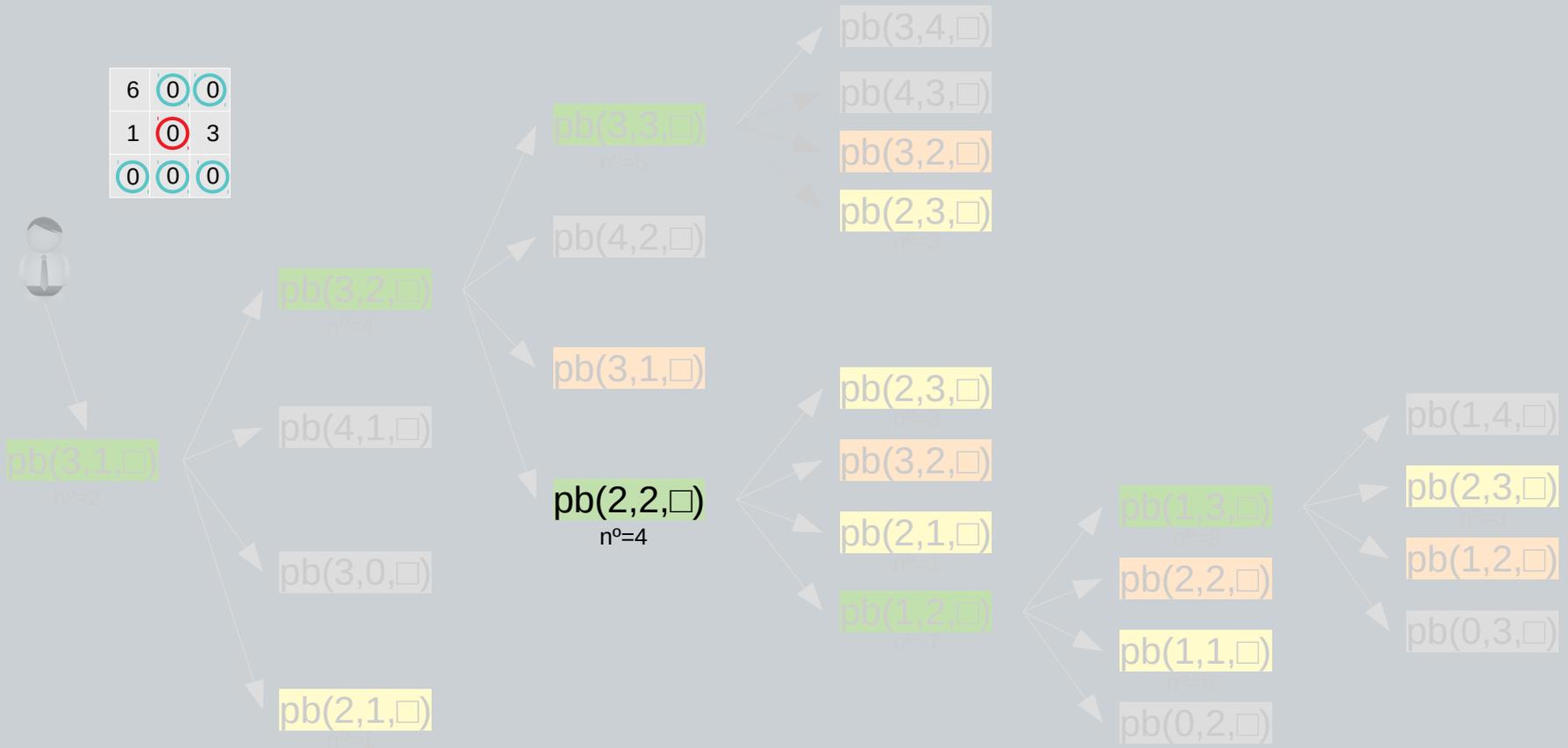
Passa Bolinha



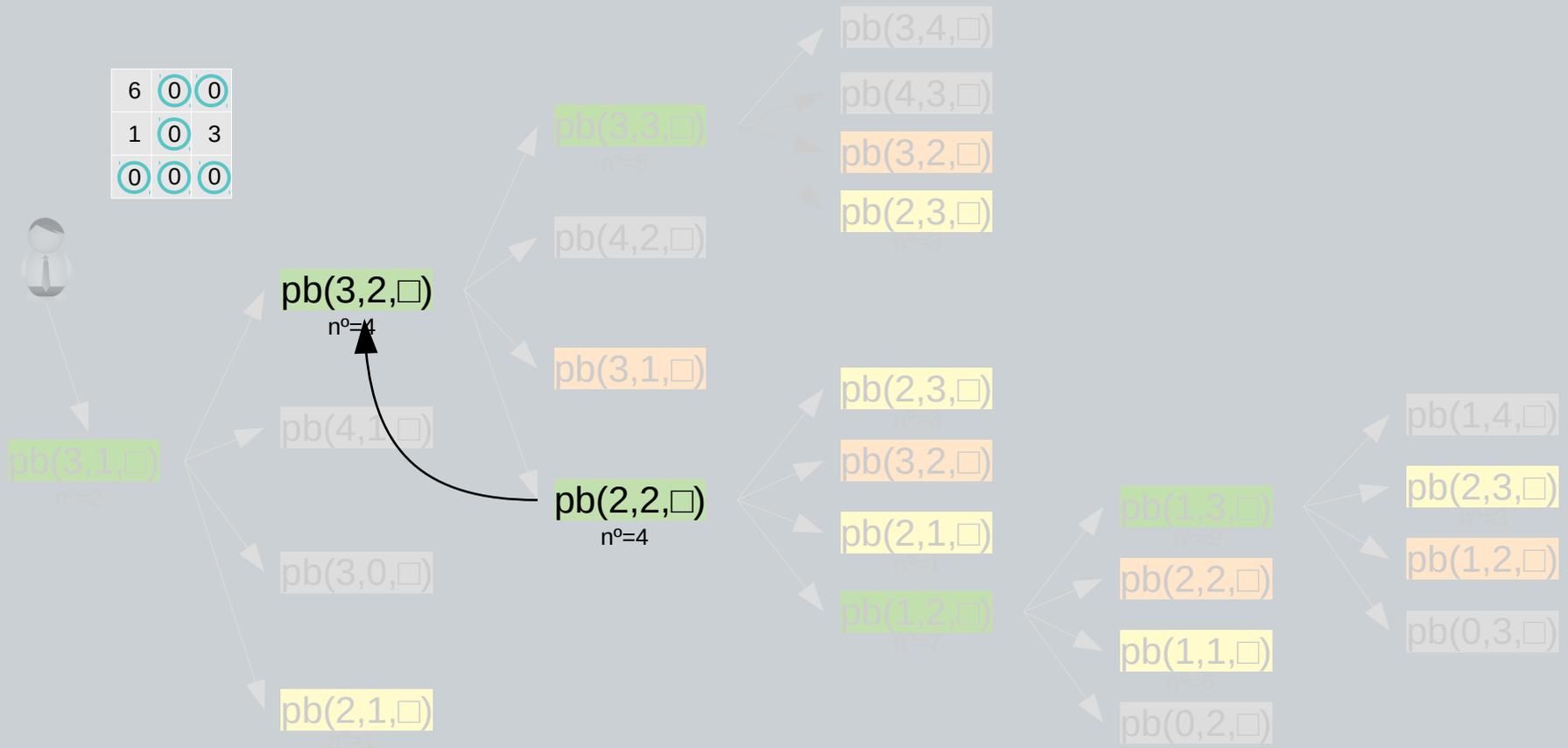
Passa Bolinha



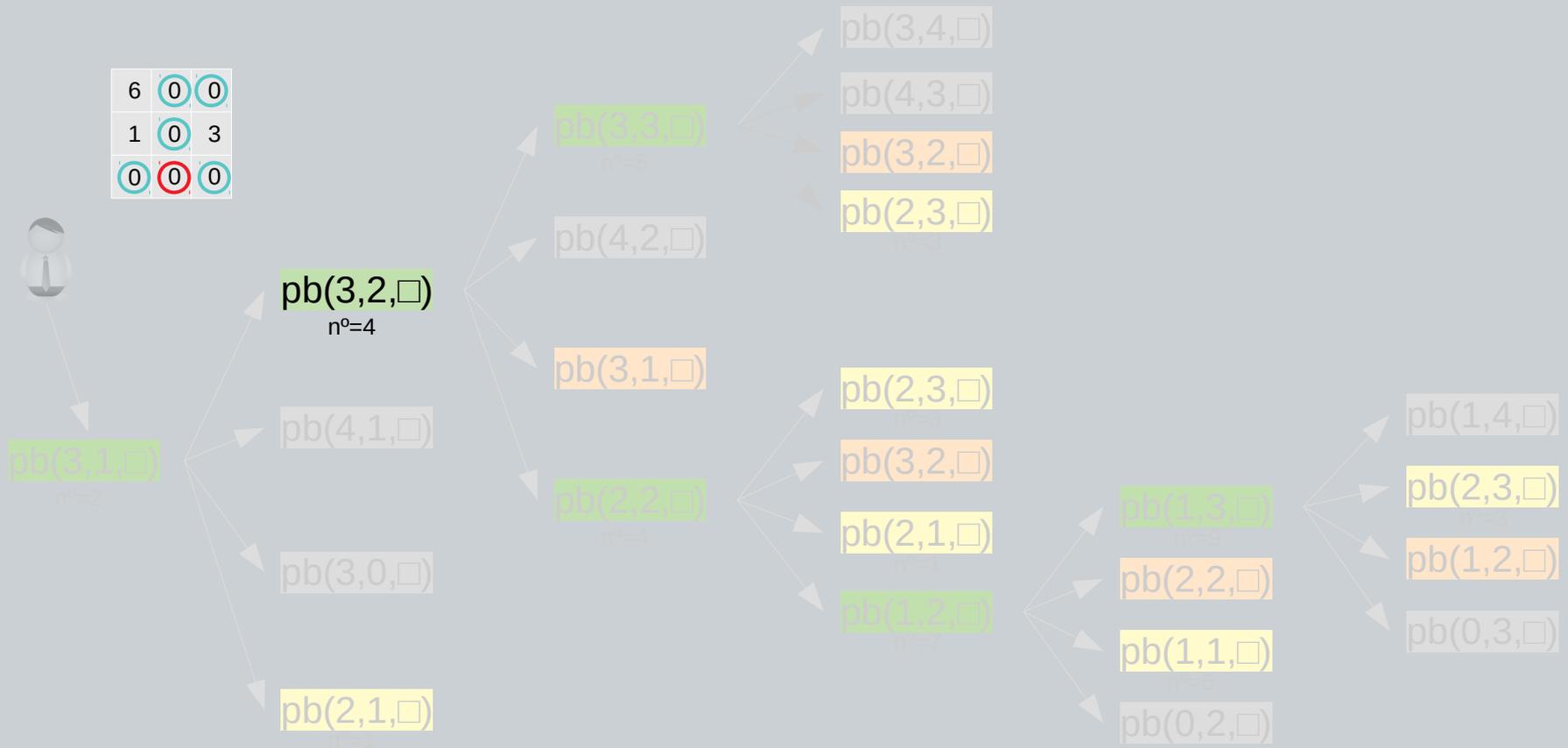
Passa Bolinha



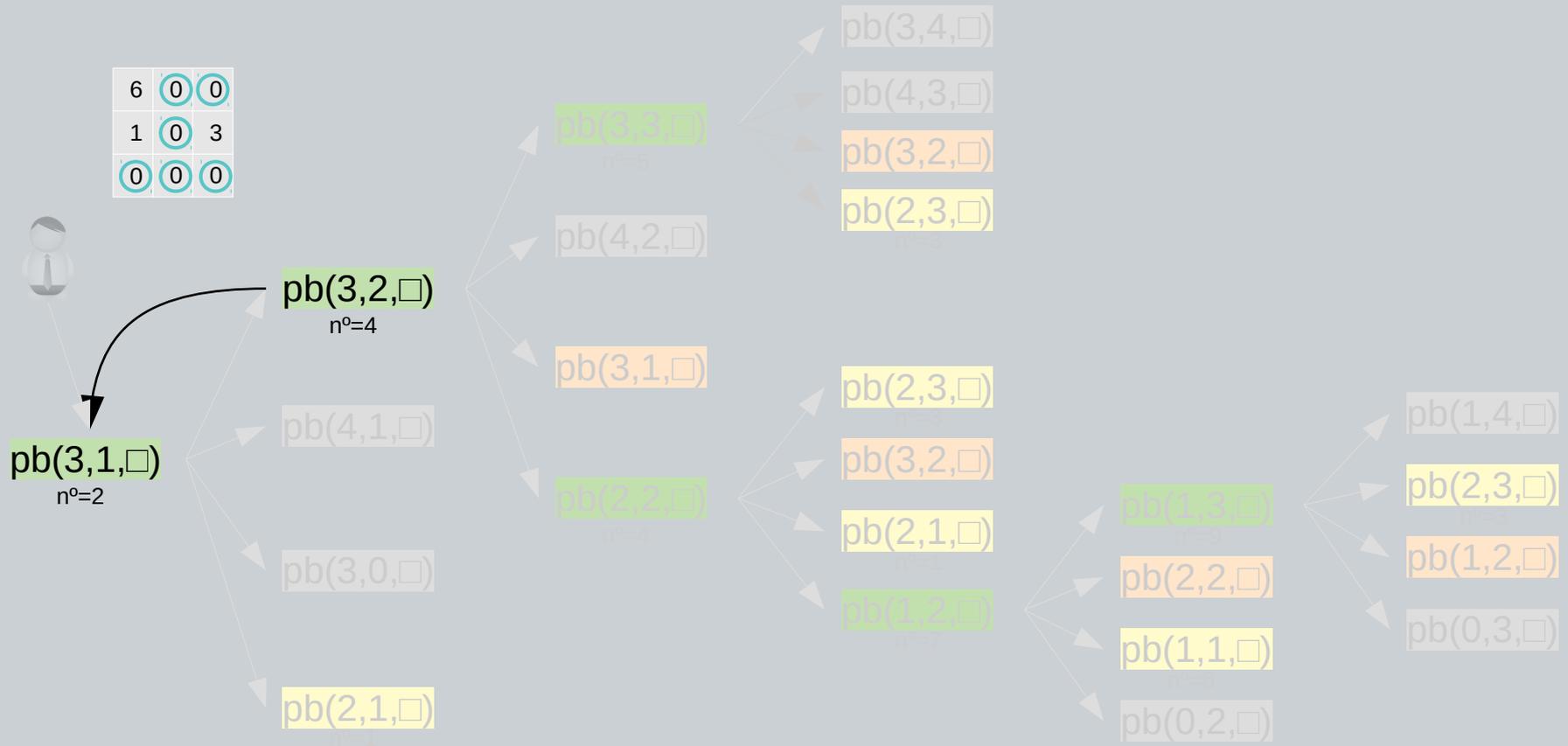
Passa Bolinha



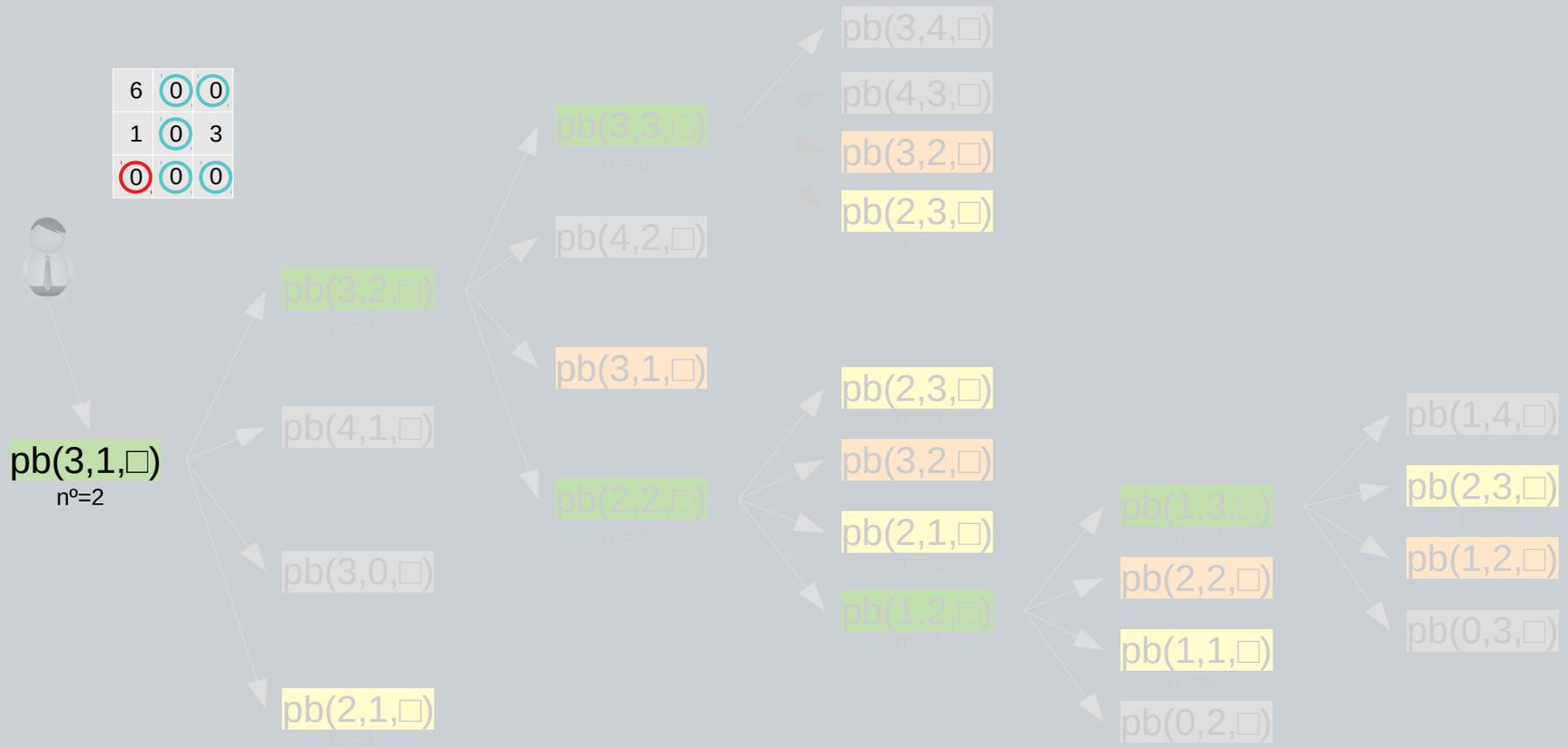
Passa Bolinha



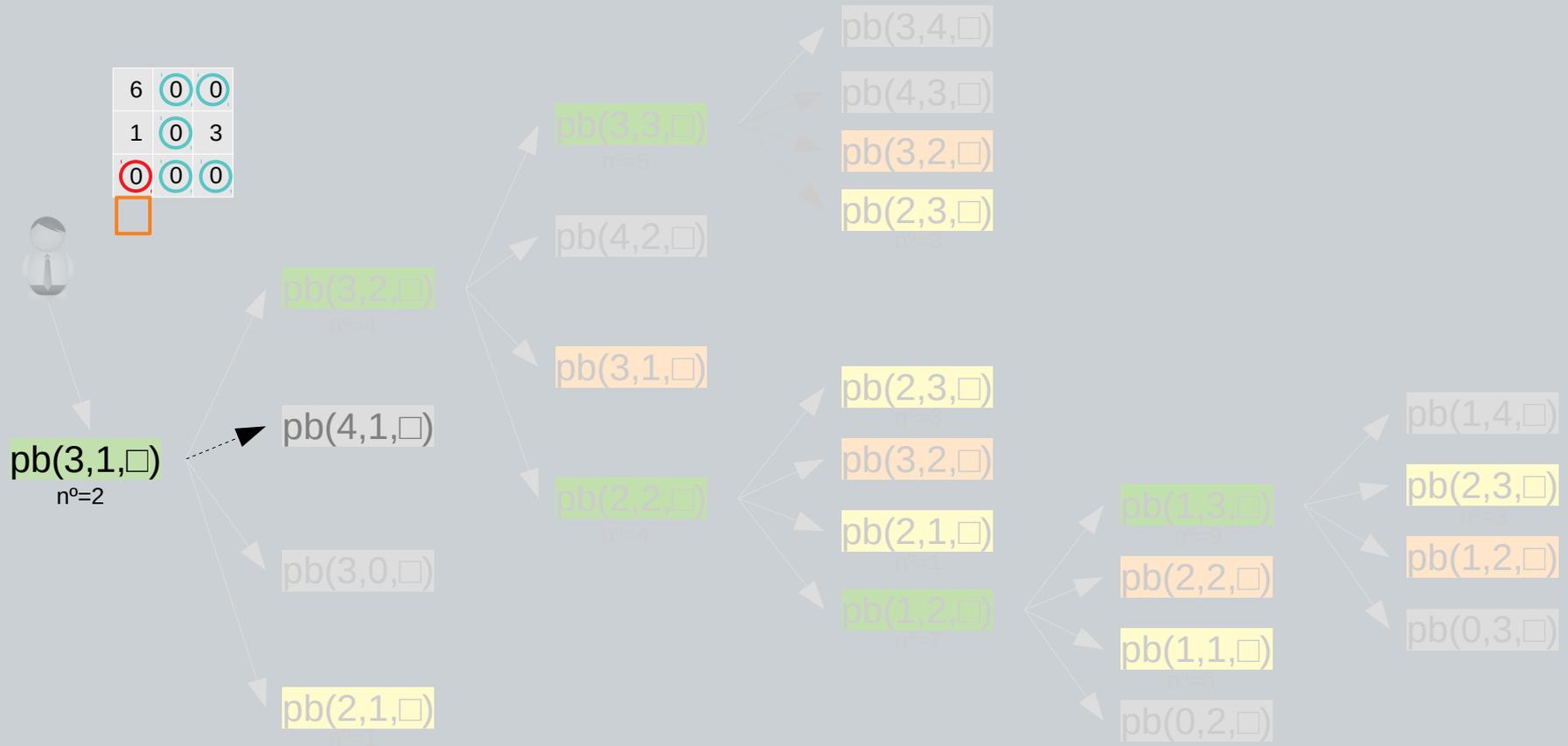
Passa Bolinha



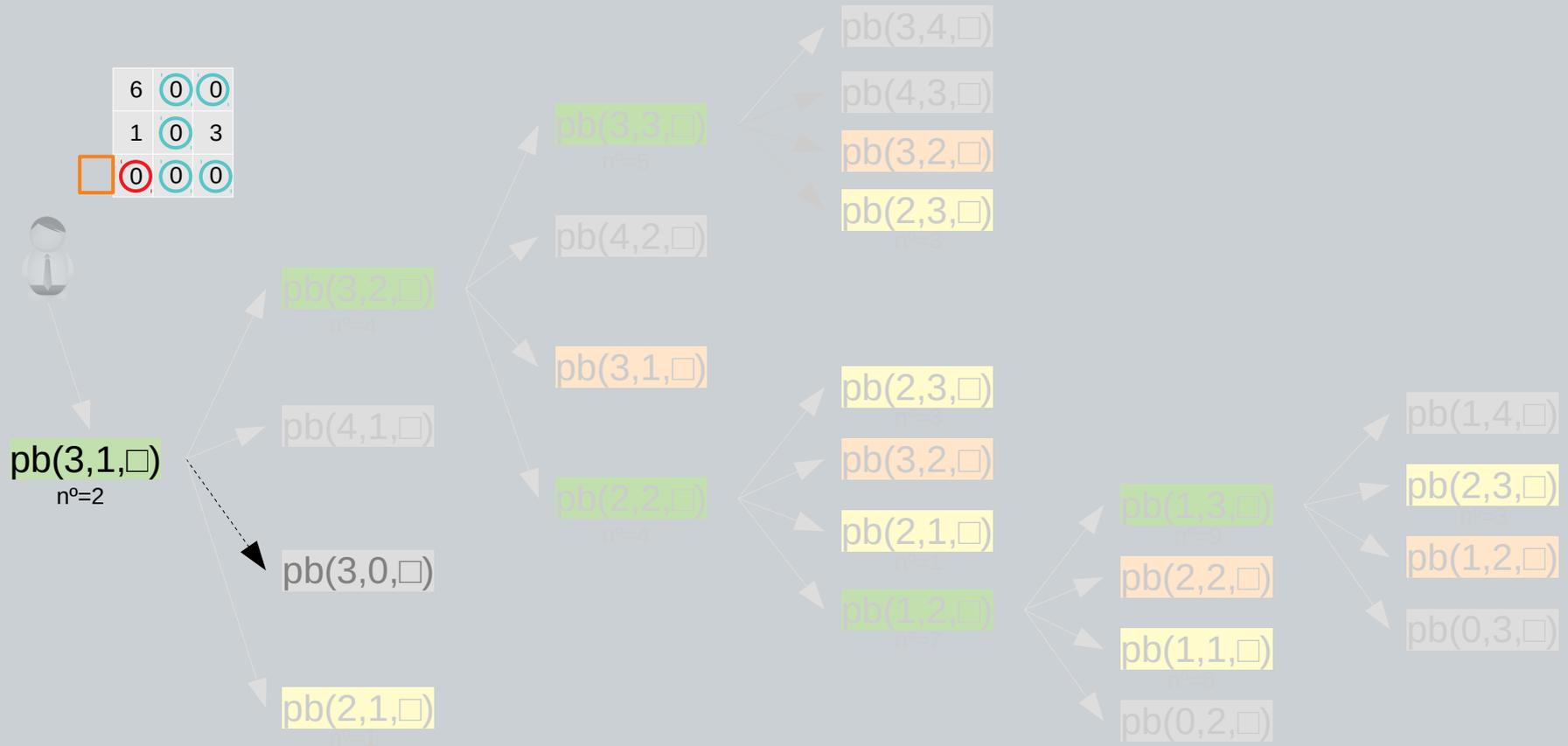
Passa Bolinha



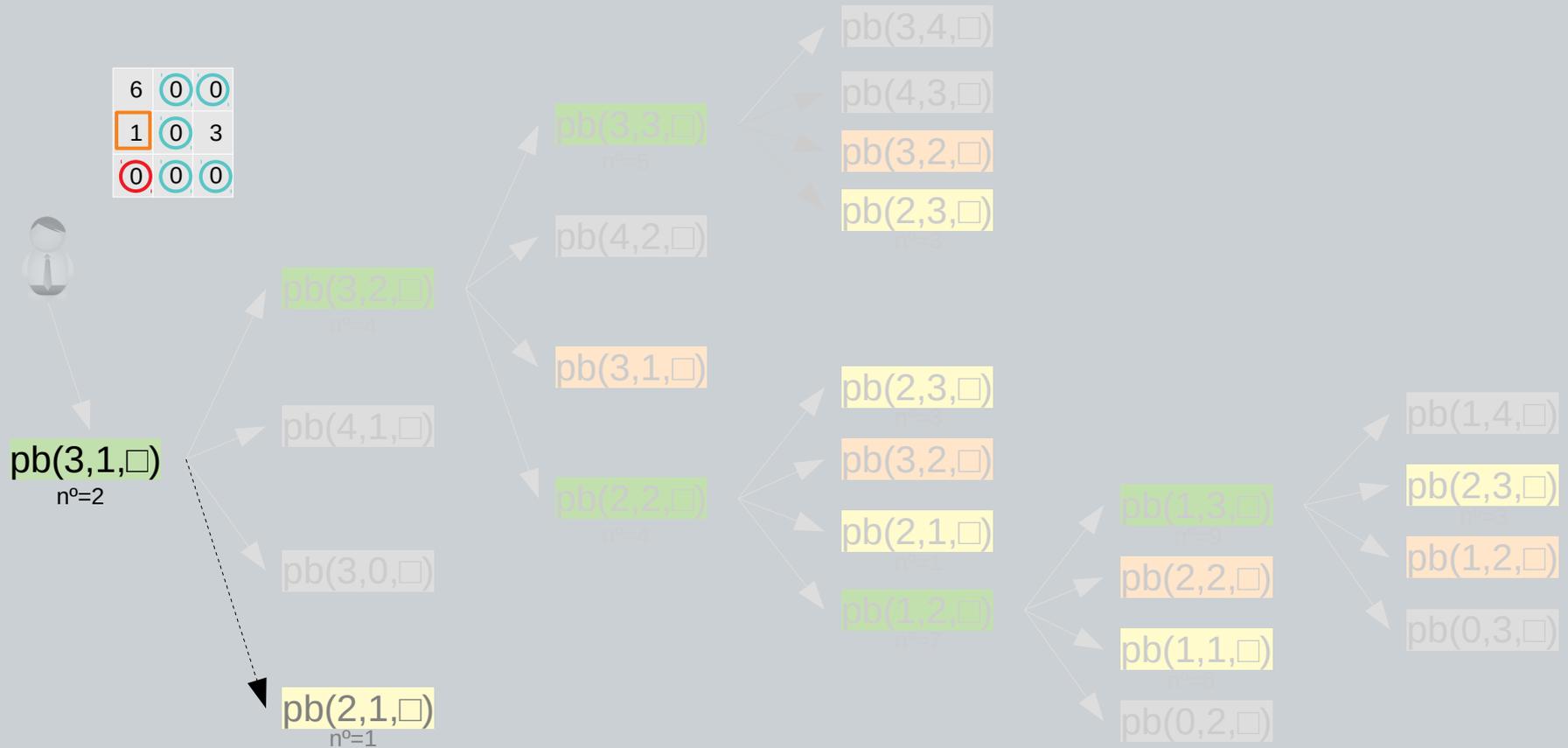
Passa Bolinha



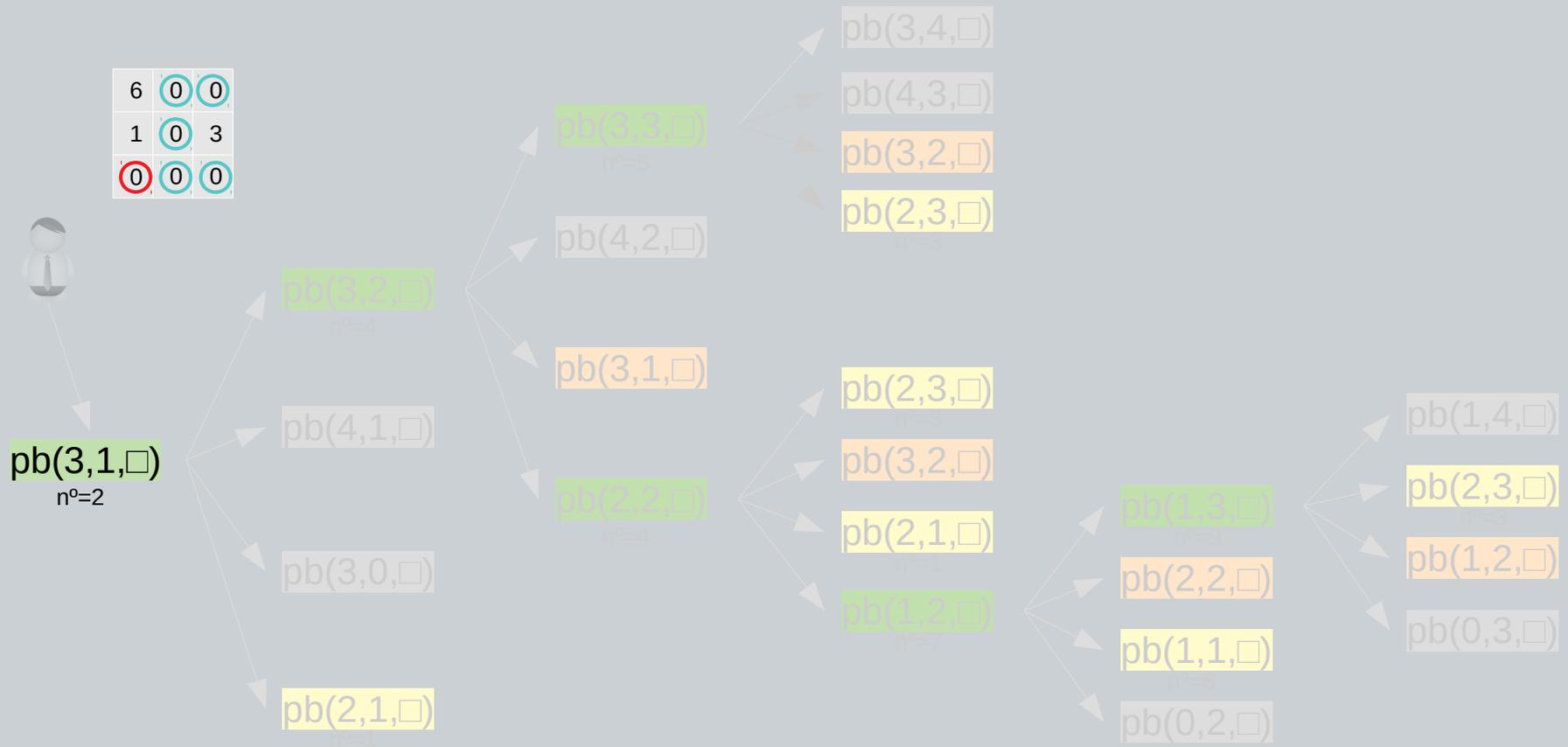
Passa Bolinha



Passa Bolinha



Passa Bolinha



Passa Bolinha

6	0	0
1	0	3
0	0	0



pb(3,1,□)
nº=2

pb(3,2,□)
nº=4

pb(4,1,□)

pb(3,0,□)

pb(2,1,□)
nº=1

pb(5,1,□)
nº=5

pb(4,2,□)

pb(3,1,□)

pb(2,2,□)
nº=4

pb(3,4,□)

pb(4,3,□)

pb(3,2,□)

pb(2,3,□)
nº=3

pb(2,3,□)
nº=3

pb(3,2,□)

pb(2,1,□)
nº=1

pb(3,2,□)
nº=7

pb(0,3,□)
nº=9

pb(2,2,□)

pb(1,1,□)
nº=6

pb(0,2,□)

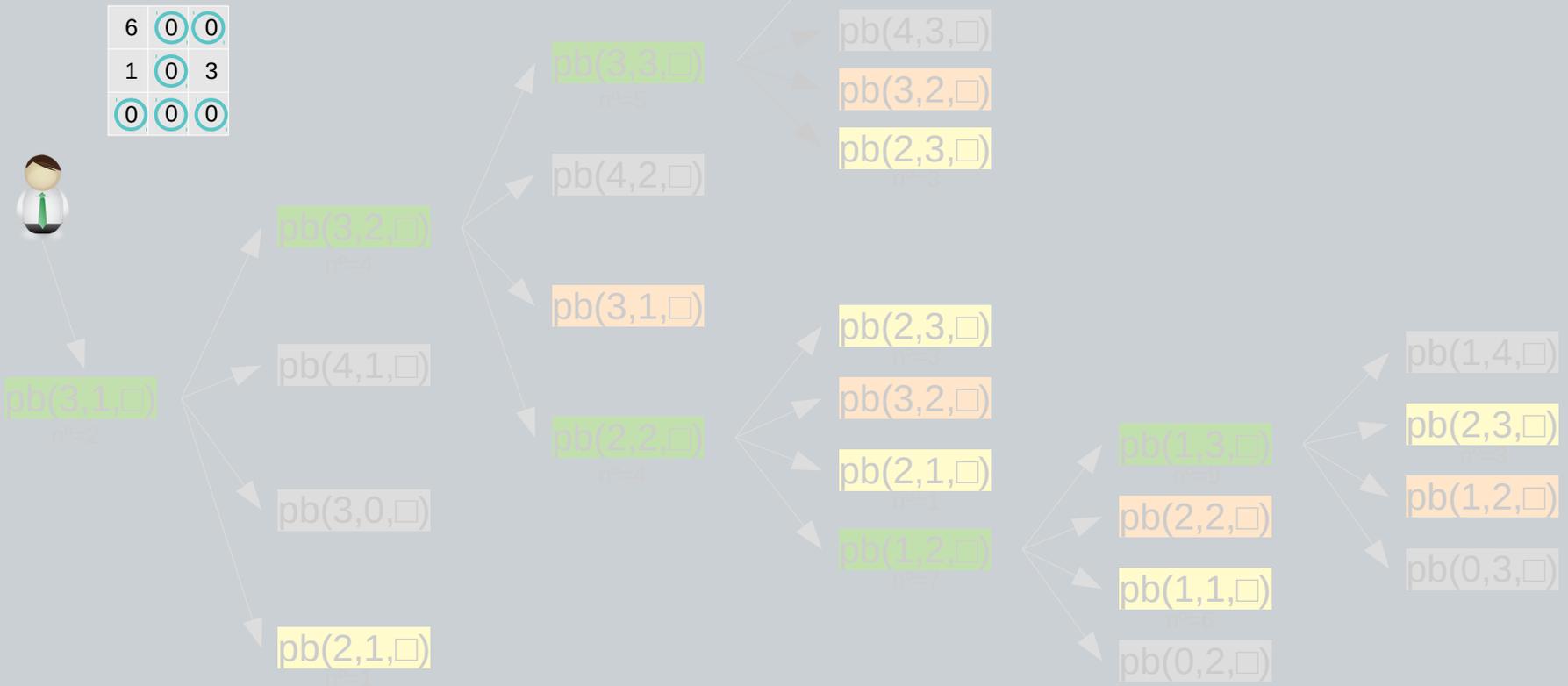
pb(1,4,□)

pb(2,3,□)
nº=3

pb(1,2,□)

pb(0,3,□)

Passa Bolinha



Contato

antonio.c.mariani@ufsc.br

CTC/INE



UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA