



Nome: _____

Matrícula: _____

INSTRUÇÕES

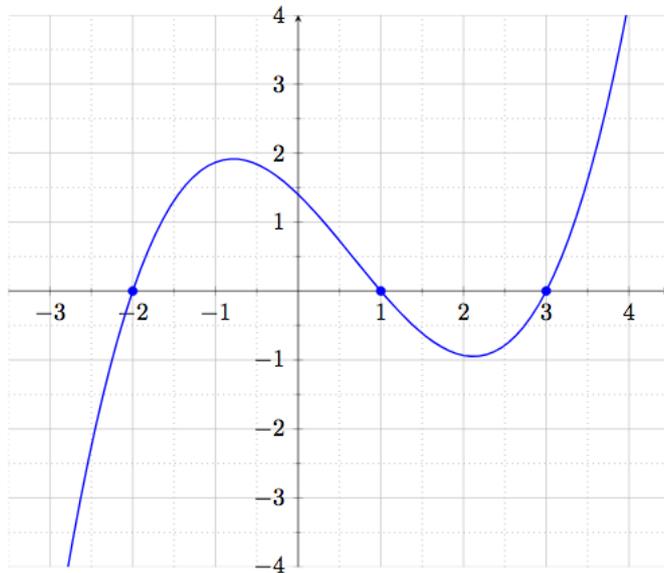
- Escreva o seu nome e número de matrícula na primeira página e em todas as páginas seguintes.
- Esta prova tem **5 páginas**. Certifique-se de ter todas elas.
- Mantenha-se em silêncio durante a prova. Para obter ajuda, levante a mão.
- Responda às perguntas nos espaços fornecidos após cada pergunta.
- A pontuação de cada questão aparece ao lado dela.
- Tenha em mente que a posse ou uso de telefones celulares ou quaisquer outros dispositivos eletrônicos não autorizados na sala de exames é estritamente proibido.
- Certifique-se de ler e assinar a **Declaração de Integridade Acadêmica** mostrada abaixo.

| Problema | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Total |
|------------|----|----|----|----|----|----|-------|
| Pontos Max | 15 | 15 | 15 | 15 | 20 | 20 | 100 |
| Pontos | | | | | | | |

Declaração de Integridade Acadêmica

Ao assinar abaixo, comprometo-me que as respostas deste exame são de minha autoria, sem a ajuda de terceiros ou o uso de material ou informações não autorizados.
Assinatura:

- 15 1. Abaixo temos o gráfico de uma função $y = f(x)$. Encontre um valor aproximado para a derivada de f em $x = 1$, $f'(1)$.



- 15 2. Suponha que f é uma função que satisfaz $f(x + 2) = f(x) + 10$ e $f(0) = 3$. Calcule $f(4)$.

15 3. Sabendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3$, encontre $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x)}{x}$. Dica: se $a \neq 0$, $\frac{f(ax)}{x} = a \left(\frac{f(ax)}{ax} \right)$.

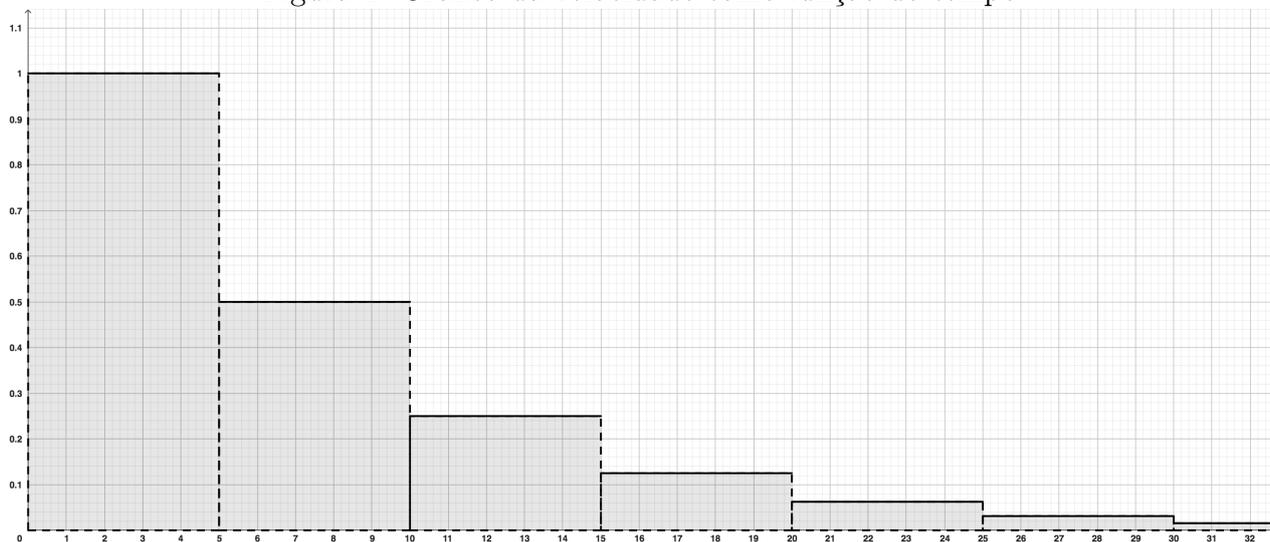
15 4. Considere uma função distância dada por $d(t) = 5t^2 - 2t$. Calcule a velocidade no instante $t = 3$, i.e., calcule

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{d(3+h) - d(3)}{h},$$

simplificando algebricamente a expressão para calcular o seu valor quando h tende a zero.

- 20 5. Considere uma bola que se move para frente a 1 metro por segundo e diminui a velocidade em 50% a cada 5 segundos. Lembre que se algo diminui 50%, então ficou a metade do que era.

Figura 1: Gráfico da velocidade como função do tempo



- (a) Encontre uma fórmula para a distância percorrida depois de t segundos com $0 \leq t \leq 10$, ou seja, encontre uma fórmula para calcular $d(t)$ para qualquer valor de t entre 0 e 10.
- (b) Quanto tempo leva para a bola parar e qual a distância total percorrida? Dica: Lembre-se do paradoxo de Zenão (Zeno's paradox) em que vimos

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^n} \right) = 1.$$

- 20 6. Uma empresa de roupas fabrica camisas sociais. A tabela abaixo fornece informações sobre o custo total de confecção de camisas em um dia normal. A linha superior da tabela indica o número total de camisas fabricadas desde o início do dia e a linha inferior indica o custo (em reais) de confecção dessas camisas.

| | | | | | | | | | |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Número | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
| Custo | 1000 | 1316 | 1447 | 1548 | 1632 | 1707 | 1775 | 1837 | 1894 |

- (a) A empresa está tentando estimar quanto custará fazer mais uma camisa (além das 80 já confeccionadas). A empresa pode fazer outra camisa por menos de R\$ 6,00?
- (b) Qual é a sua melhor estimativa para o custo de mais uma camisa? Explique.