



Nome: _____

Matrícula: _____

INSTRUÇÕES

- Escreva o seu nome e número de matrícula na primeira página e em todas as páginas seguintes.
- Esta prova tem **4 páginas**. Certifique-se de ter todas elas.
- Mantenha-se em silêncio durante a prova. Para obter ajuda, levante a mão.
- Responda às perguntas nos espaços fornecidos após cada pergunta.
- A pontuação de cada questão aparece ao lado dela.
- Tenha em mente que a posse ou uso de telefones celulares ou quaisquer outros dispositivos eletrônicos não autorizados na sala de exames é estritamente proibido.
- Certifique-se de ler e assinar a **Declaração de Integridade Acadêmica** mostrada abaixo.

Problema	1	2	3	4	5	6	Total
Pontos Max	15	20	15	20	15	15	100
Pontos							

Declaração de Integridade Acadêmica

Ao assinar abaixo, comprometo-me que as respostas deste exame são de minha autoria, sem a ajuda de terceiros ou o uso de material ou informações não autorizados.
Assinatura:

- 15 1. Usando os dígitos de 1 a 6, no máximo uma vez cada, encontre valores para a e b de modo que função exponencial de base e da forma

$$f(x) = e^{ax-b}$$

tenha derivada em $x = 3$ igual a 2, $f'(3) = 2$.

- 20 2. Você está envolvido em um projeto de pesquisa que envolve trabalhar com uma espécie de animal de laboratório. Se $W(t)$ é o peso (em quilogramas) desse animal t semanas após o nascimento, então o crescimento de um animal saudável pode ser modelado pela equação diferencial:

$$W'(t) = \frac{10}{W(t)} \quad \text{ou} \quad \frac{dW}{dt} = \frac{10}{W}.$$

Suponha que você seja responsável por um animal que pesa 5 kg uma semana após o nascimento. O que o modelo nos diz sobre a taxa de crescimento do animal quando ele tem uma semana de idade? Use a reta tangente no ponto $(1, 5)$ para fazer uma estimativa do peso do animal 8 dias após o nascimento.

- 15 3. Suponha que f seja uma função duas vezes diferenciável que satisfaça

$$f(x^2) = f(x) + x^2.$$

Encontre $f'(1)$ e $f''(1)$.

- 20 4. Um tanque de água tem a forma de um cone reto com o vértice para baixo. Sua altura é de 3 metros e o raio da base é de 4,5 metros. A água vaza do fundo a uma taxa constante de 0,03 metros cúbicos por segundo. Água é despejada no tanque a uma taxa constante de c metros cúbicos por segundo. Calcule c de modo que o nível da água suba a uma taxa de 1,2 metros por segundo no instante em que a água estiver com 60 centímetros de profundidade.

- 15 5. As companhias aéreas aceitam uma caixa se o comprimento + largura + altura = $c + l + h < 158\text{cm}$. Se h estiver fixo, mostre que o volume máximo $(158 - l - h)lh$ é $V = h(79 - h/2)^2$. Para demonstrar isso, mostre que o produto $l(158 - l - h)$ é máximo quando $l = (158 - h)/2$. Quais são as medidas da caixa com o maior volume?
- 15 6. Suponha que dois carros comecem uma corrida ao mesmo tempo e terminem ao mesmo tempo. Prove que em algum momento durante a corrida, suas velocidades foram iguais.