



Nome: _____

Matrícula: _____

INSTRUÇÕES

- Escreva o seu nome e número de matrícula na primeira página e em todas as páginas seguintes.
- Esta prova tem **4 páginas**. Certifique-se de ter todas elas.
- Mantenha-se em silêncio durante a prova. Para obter ajuda, levante a mão.
- Responda às perguntas nos espaços fornecidos após cada pergunta.
- A pontuação de cada questão aparece ao lado dela.
- Tenha em mente que a posse ou uso de telefones celulares ou quaisquer outros dispositivos eletrônicos não autorizados na sala de exames é estritamente proibido.
- Certifique-se de ler e assinar a **Declaração de Integridade Acadêmica** mostrada abaixo.

Problema	1	2	3	4	5	6	Total
Pontos Max	15	20	15	20	15	15	100
Pontos							

Declaração de Integridade Acadêmica

Ao assinar abaixo, comprometo-me que as respostas deste exame são de minha autoria, sem a ajuda de terceiros ou o uso de material ou informações não autorizados.

Assinatura:

- 15 1. Sejam f e g funções que satisfazem $f(3) = 4$, $f'(3) = 9$, $g(3) = 1$, $g'(3) = 5$. Se

$$h(x) = g(x)\sqrt{f(x)},$$

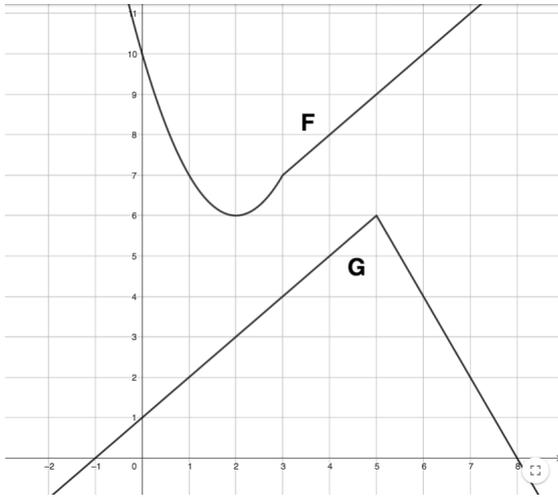
calcule $h'(3)$.

- 20 2. Uma xícara de café quente irá, com o tempo, esfriar até a temperatura ambiente. O princípio da física que rege o processo é a Lei do Resfriamento de Newton. Essa situação pode ser traduzida na seguinte equação diferencial

$$\frac{dT}{dt}(t) = -0,08(T(t) - A),$$

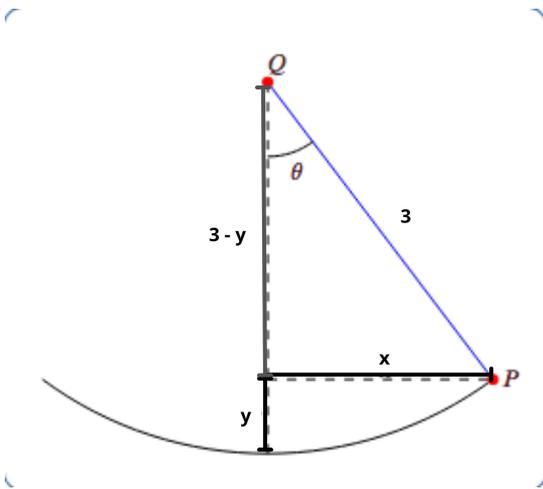
onde $T(t)$ é a temperatura do objeto no tempo t e A é a temperatura ambiente. Assumindo que a temperatura ambiente é de 22°C . Depois de 1min que o café ficou pronto, a temperatura do café é de 72°C . O que você pode dizer sobre a taxa de variação da temperatura do café depois de 1min? Use a reta tangente no ponto $(1, 72)$ para fazer uma estimativa da temperatura do café depois de 2min que ele ficou pronto.

- 15 3. Sejam $P(x) = F(x)G(x)$ e $Q(x) = F(x)/G(x)$, onde F e G são as funções cujos gráficos estão representados a seguir. Encontre $P'(2)$ e $Q'(7)$.



- 20 4. Um balanço consiste em uma tábua presa a uma corda de 3m de comprimento. Pense na tábua como um ponto P na extremidade da corda e seja Q o ponto de ligação na outra extremidade. Suponha que o balanço esteja diretamente abaixo de Q no instante $t = 0$ e esteja sendo empurrado por alguém que anda a 1,8 m/s da esquerda para a direita. Descubra a velocidade com que a altura do balanço aumenta após 1 segundo. Note que depois de 1 segundo, $x(1) = 1,8$ m.

Dica: use que $3^2 = (1,8)^2 + (2,4)^2$.



- 15 5. Você está fazendo recipientes cilíndricos para conter um determinado volume fixo. Encontre a razão entre a altura e o raio da base do cilindro que minimiza o custo de fabricação dos recipientes. Use que se o cilindro tem raio r e altura h , então o volume é $V = \pi r^2 h$ e a área da superfície é $A = 2\pi r h + 2\pi r^2$. Aqui, o volume é fixo e queremos encontrar o valor da razão $\frac{h}{r} = \frac{V}{\pi r^3}$ calculado no ponto de mínimo da função $A(r) = 2\pi r \left(\frac{V}{\pi r^2} \right) + 2\pi r^2 = \frac{2V}{r} + 2\pi r^2$, V constante.

- 15 6. Seja f uma função que satisfaz $f'(x) = -3xf(x)$ e $f\left(\frac{1}{2}\right) = 5$. Se $g(x) = f(\cos x)$, encontre $g'\left(\frac{\pi}{3}\right)$. Use que $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.