



Nome: _____

Matrícula: _____

INSTRUÇÕES

- Escreva o seu nome e número de matrícula na primeira página e em todas as páginas seguintes.
- Esta prova tem **5 páginas**. Certifique-se de ter todas elas.
- Mantenha-se em silêncio durante a prova. Para obter ajuda, levante a mão.
- Responda às perguntas nos espaços fornecidos após cada pergunta.
- A pontuação de cada questão aparece ao lado dela.
- Tenha em mente que a posse ou uso de telefones celulares ou quaisquer outros dispositivos eletrônicos não autorizados na sala de exames é estritamente proibido.
- Certifique-se de ler e assinar a **Declaração de Integridade Acadêmica** mostrada abaixo.

Problema	1	2	3	4	5	6	Total
Pontos Max	15	15	20	20	15	15	100
Pontos							

Declaração de Integridade Acadêmica

Ao assinar abaixo, comprometo-me que as respostas deste exame são de minha autoria, sem a ajuda de terceiros ou o uso de material ou informações não autorizados.

Assinatura:

- 15 1. Sejam f e g funções que satisfazem $f(3) = 4$, $f'(3) = -12$, $g(3) = 1$, $g'(3) = 5$. Se

$$h(x) = \ln \left(\frac{g(x)}{f(x)} \right),$$

calcule $h'(3)$.

- 15 2. Suponha que f seja uma função diferenciável que satisfaça

$$2f(x^2) = f(2x - 1)f(x) + x^2.$$

Encontre $f(1)$ e $f'(1)$.

Dica: $2y = y^2 + 1 \Rightarrow (y - 1)^2 = 0$.

- 20 3. Suponha que uma espécie de peixe em um lago seja modelada por um modelo logístico de população com uma taxa de crescimento relativa de $k = 0,2$ por ano e uma capacidade de carga de $K = 10000$. A equação diferencial que descreve o modelo logístico de população para este problema é dada por

$$\frac{dP}{dt}(t) = kP(t) \left(1 - \frac{P(t)}{K} \right),$$

em que $P(t)$ é a população depois de t anos. Se 2500 peixes são inicialmente introduzidos no lago, encontre a taxa na qual a população está mudando. Use-a para estimar o número de peixes no lago após 2 anos.

Dica: Use a equação da reta tangente no ponto $(0, 2500)$ para estimar o número de peixes no lago após 2 anos.

- 20 4. Um cartão deve ser projetado com 50 cm^2 de área impressa, margens de 4 cm na parte superior e inferior, e margens de 2 cm de cada lado. Encontre as dimensões do cartão que minimizam a quantidade de papel utilizada.

- 15] 5. Um grande bloco de gelo tem a forma de um cubo perfeito. À medida que derrete, cada aresta do cubo diminui a uma taxa de 2 cm/min. A que taxa o volume do cubo de gelo está mudando?

- 15] 6. O gráfico da função f é dado abaixo. Se $F(x) = f\left(6 \cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)\right)$, calcule $F'(2)$.

Use que $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

