Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Matemática
Prof. Raphael da Hora

MTM 3110 - Cálculo 1
Prova 3
Tempo: 100 min

Nome: _____ Matrícula: _____

INSTRUÇÕES

- Escreva o seu nome e número de matrícula na primeira página e em todas as páginas seguintes.
- Esta prova tem **4 páginas**. Certifique-se de ter todas elas.
- Mantenha-se em silêncio durante a prova. Para obter ajuda, levante a mão.
- Responda às perguntas nos espaços fornecidos após cada pergunta.
- A pontuação de cada questão aparece ao lado dela.
- Tenha em mente que a posse ou uso de telefones celulares ou quaisquer outros dispositivos eletrônicos não autorizados na sala de exames é estritamente proibido.
- Certifique-se de ler e assinar a **Declaração de Integridade Acadêmica** mostrada abaixo.

Problema	1	2	3	4	5	6	Total
Pontos Max	15	20	15	20	15	15	100
Pontos							

Declaração de Integridade Acadêmica

Ao assinar abaixo, comprometo-me que as respostas deste exame são de minha autoria, sem a ajuda de terceiros ou o uso de material ou informações não autorizados.

Assinatura: .....

15 1. Encontre o valor de $1 < a < 4$ de modo que a derivada da função

$$F(x) = \int_0^{ax} \frac{\cos(t)}{t} dt$$

em $x = \frac{\pi}{6}$ seja $\frac{3}{\pi}$, ou seja, $F'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{\pi}$.

20 2. Um carro de corrida está indo a 60 metros por segundo quando o piloto avista uma pessoa na pista 300 metros à frente e pisa nos freios. As seguintes leituras da velocidade do carro em vários momentos são fornecidas na tabela abaixo. O tempo é medido em segundos (desde que o piloto acionou os freios) e as velocidades são medidas em metros por segundo.

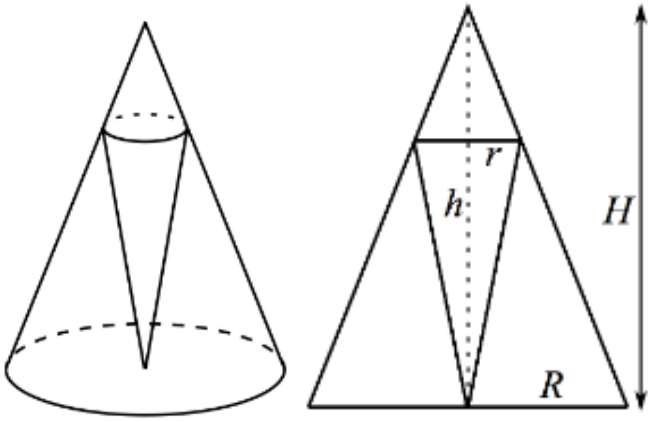
Tempo	0	2	4	6	7
Velocidade	60	50	30	12	0

Dê estimativas das distâncias mínima e máxima que o carro percorrerá depois que os freios forem acionados. Se a pessoa congelar e não se mover, o carro atingirá a pessoa?

15 3. Sabendo que $3f(x) + 4f(5-x) = 7$, calcule $\int_0^5 f(x)dx$.

Dica: calcule $\int_0^5 [3f(x) + 4f(5-x)]\,dx$

20 4. Uma cone com altura h está inscrita em um cone maior com altura H, de modo que seu vértice está no centro da base do cone maior. Mostre que o cone interno tem volume máximo quando $h = \frac{H}{3}$. Use que o volume de um cone é $V = \pi(\text{raio})^2(\text{altura})$.



15 5. Calcule $\displaystyle\int_1^3 \left(\operatorname{sen}(x) - \frac{1}{\sqrt{x}} - 3e^x\right) dx$

15 6. Calcule a derivada de $\ln\left(\sqrt{\dfrac{x^4}{\operatorname{sen}(4x)}}\right)$.