



Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

### INSTRUÇÕES

- Escreva o seu nome e número de matrícula na primeira página e em todas as páginas seguintes.
- Esta prova tem **5 páginas**. Certifique-se de ter todas elas.
- Mantenha-se em silêncio durante a prova. Para obter ajuda, levante a mão.
- Responda às perguntas nos espaços fornecidos após cada pergunta.
- A pontuação de cada questão aparece ao lado dela.
- Tenha em mente que a posse ou uso de telefones celulares ou quaisquer outros dispositivos eletrônicos não autorizados na sala de exames é estritamente proibido.
- Certifique-se de ler e assinar a **Declaração de Integridade Acadêmica** mostrada abaixo.

Problema	1	2	3	4	5	6	Total
Pontos Max	15	15	20	15	15	20	100
Pontos							

### Declaração de Integridade Acadêmica

Ao assinar abaixo, comprometo-me que as respostas deste exame são de minha autoria, sem a ajuda de terceiros ou o uso de material ou informações não autorizados.  
Assinatura: .....

15 1. Sabendo que  $6 + f(x) = 2f(-x) + 3x^2 \left( \int_{-1}^1 f(t) dt \right)$ , calcule  $\int_{-1}^1 f(t) dt$ .

Dica: Escreva  $c = \int_{-1}^1 f(t) dt$ , integre em  $[-1, 1]$  ambos os lados a equação dada acima e resolva para  $c = \int_{-1}^1 f(t) dt$ .

15 2. Calcule a derivada de  $\sqrt{\cos \left( \frac{7x}{\ln x} \right)}$ .

- 20 3. Um carro está se movendo numa rodovia sem curvas e sua velocidade está continuamente aumentando. As seguintes leituras da velocidade do carro em vários momentos são fornecidas na tabela abaixo. O tempo é medido em segundos (desde que o piloto acionou os freios) e as velocidades são medidas em metros por segundo.

Tempo	0	2	4	6	8	10
Velocidade	30	36	38	40	44	50

- (a) Determine estimativas das distâncias mínima e máxima que o carro percorrerá durante o intervalo de 10 segundos. Qual a diferença entre as suas estimativas de distância máxima percorrida e distância mínima?
- (b) Se você soubesse as leituras das velocidades para cada décimo de segundo, i.e., para

$$t = 0, \frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \dots, \frac{98}{10}, \frac{99}{10}, 10,$$

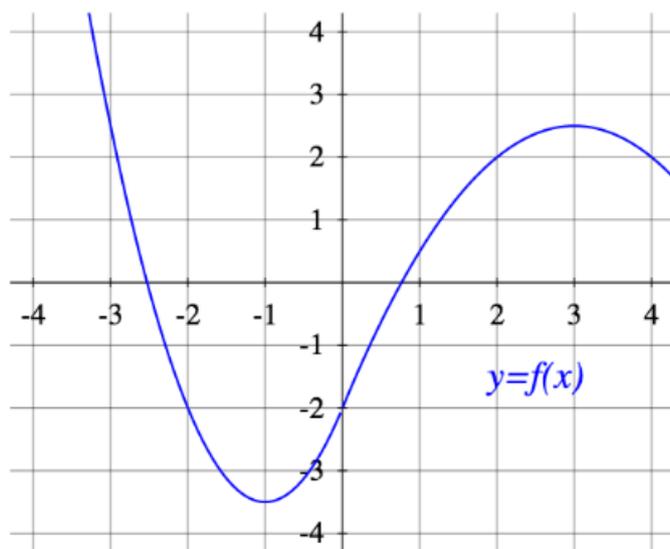
então qual seria a diferença entre a distância máxima percorrida e a distância mínima?

Dica: Note que como a velocidade é crescente, a velocidade em qualquer momento é sempre maior que a velocidade inicial e menor que a velocidade final. Logo, em qualquer intervalo de tempo com duração  $\Delta t$  segundos, a diferença entre a maior velocidade neste intervalo e a menor é menor ou igual a  $50 - 30 = 20$ . Portanto, a diferença entre a maior distância percorrida durante o período de duração  $\Delta t$  é menor ou igual a  $(50 - 30)\Delta t = 20\Delta t$ .

- 15 4. Abaixo está o gráfico da função  $y = f(x)$ . Encontre os pontos críticos de

$$F(x) = \int_0^x (f(t) - t) dt$$

Note que as suas respostas serão aproximadas, pois você só tem o gráfico de  $f$ .



- 15 5. Calcule  $\int_1^{\pi} \left( \cos(x) - \frac{1}{x} + \sqrt{x} + \frac{e^x}{2} \right) dx$

- 20 6. Um cone é feito de uma folha circular de raio  $R$ , cortando um setor e colando as bordas cortadas da peça restante. Qual é o volume máximo atingível para o cone?

Use que o volume de um cone é  $V = \frac{\pi}{3}(\text{raio})^2(\text{altura})$ .

