



Nome: _____

Matrícula: _____

INSTRUÇÕES

- Escreva o seu nome e número de matrícula na primeira página e em todas as páginas seguintes.
- Esta prova tem **4 páginas**. Certifique-se de ter todas elas.
- Mantenha-se em silêncio durante a prova. Para obter ajuda, levante a mão.
- Responda às perguntas nos espaços fornecidos após cada pergunta.
- A pontuação de cada questão aparece ao lado dela.
- Tenha em mente que a posse ou uso de telefones celulares ou quaisquer outros dispositivos eletrônicos não autorizados na sala de exames é estritamente proibido.
- Certifique-se de ler e assinar a **Declaração de Integridade Acadêmica** mostrada abaixo.

Problema	1	2	3	4	5	6	Total
Pontos Max	15	20	15	20	15	15	100
Pontos							

Declaração de Integridade Acadêmica

Ao assinar abaixo, comprometo-me que as respostas deste exame são de minha autoria, sem a ajuda de terceiros ou o uso de material ou informações não autorizados.
Assinatura:

- 15 1. Sejam f e g funções que satisfazem $f(3) = \frac{\pi}{4}$, $f'(3) = 4$, $g(3) = -2$, $g'(3) = -1$. Se

$$h(x) = g(x)\sqrt{\cos(f(x))},$$

calcule $h'(3)$.

- 20 2. Uma xícara de café quente irá, com o tempo, esfriar até a temperatura ambiente. O princípio da física que rege o processo é a Lei do Resfriamento de Newton. Essa situação pode ser traduzida na seguinte equação diferencial

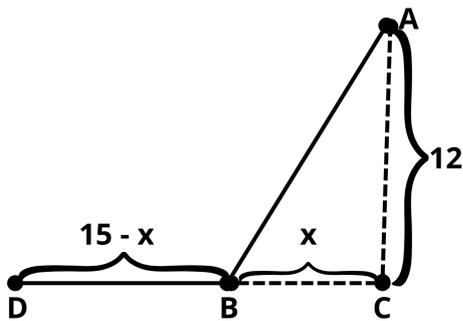
$$\frac{dT}{dt}(t) = -0,08(T(t) - A),$$

onde $T(t)$ é a temperatura do objeto no tempo t e A é a temperatura ambiente. Assumindo que a temperatura ambiente é de 22°C . Depois de 1min que o café ficou pronto, a temperatura do café é de 62°C . O que você pode dizer sobre a taxa de variação da temperatura do café depois de 1min? Use a reta tangente no ponto $(1, 62)$ para fazer uma estimativa da temperatura do café depois de 2min que ele ficou pronto.

- 15 3. Determine a função f que satisfaz $\frac{df}{dx} = \frac{4x}{(x^2 + 8)^{1/3}}$, $f(0) = 0$.

Dica: use o teorema fundamental do cálculo, $f(t) = \int_0^t \left(\frac{df}{dx}\right) dx$.

- 20 4. Suponha que você queira chegar a um ponto A que está localizado do outro lado da areia a partir de uma estrada próxima (veja o diagrama abaixo). Suponha que a estrada seja reta, e que 12 km seja a distância de A até o ponto mais próximo C na estrada. Você pode correr a uma velocidade de 13 km/h na estrada e a 5 km/h na areia. No momento, você está no ponto D , que está a uma distância 15 km de C . Em que ponto B você deve sair da estrada e seguir pela areia para minimizar o tempo de viagem até A ?



15] 5. Calcule a integral $\int_1^2 \left(\frac{x^2 + \sqrt{x}}{x} + \cos x - e^{-x} \right) dx$.

15] 6. Seja f uma função que satisfaz $f'(x) = -5xf(x)$ e $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$. Se $g(x) = f(\operatorname{sen} x)$, encontre $g'\left(\frac{\pi}{6}\right)$. Use que $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.