

Nome do Aluno: _____

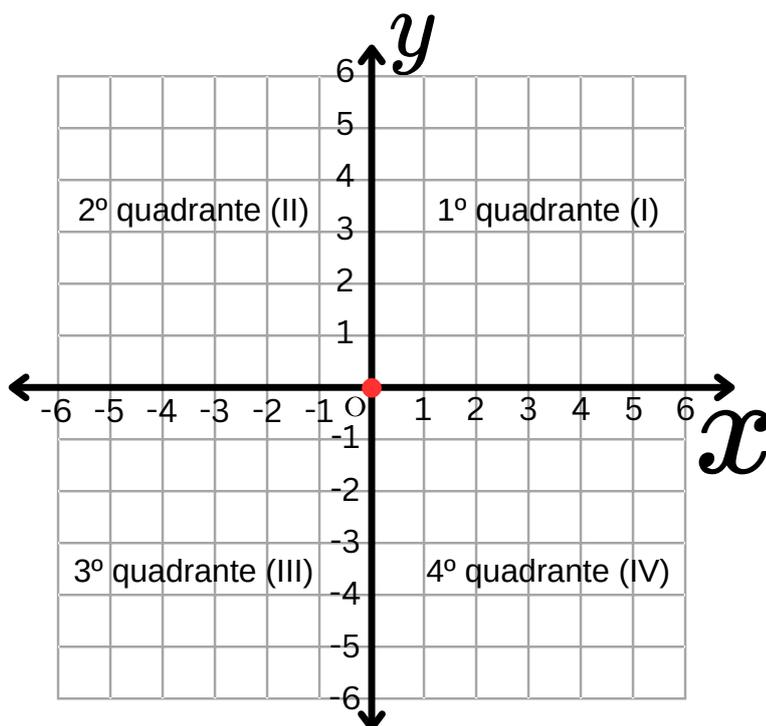
Ano escolar: _____

Tutor: _____

Data: _____

Plano Coordenado ou Cartesiano

No século XVII, o francês René Descartes mostrou como plotar pontos em uma grade e usar isso para entender linhas e curvas. Em sua homenagem, ainda chamamos esse método de "Coordenadas Cartesianas". Essa ideia criou uma ligação entre álgebra e geometria. Descartes queria entender a natureza e sua ideia também tem muitas aplicações práticas na vida real. Esta é uma das invenções matemáticas mais importantes de todos os tempos.



O plano cartesiano é uma superfície plana onde a posição dos elementos é baseada em duas linhas perpendiculares chamadas EIXOS. A linha horizontal é chamada de EIXO X, ou eixo das abscissas, e a linha vertical é o EIXO Y, ou eixo das ordenadas. Elas se cruzam na ORIGEM (O).

O plano cartesiano é dividido em quatro quadrantes.

Um par ordenado fornece as coordenadas (localização exata) de um ponto. A coordenada x sempre vem primeiro, seguida pela coordenada y.

$$(x, y)$$

Como plotar um ponto?

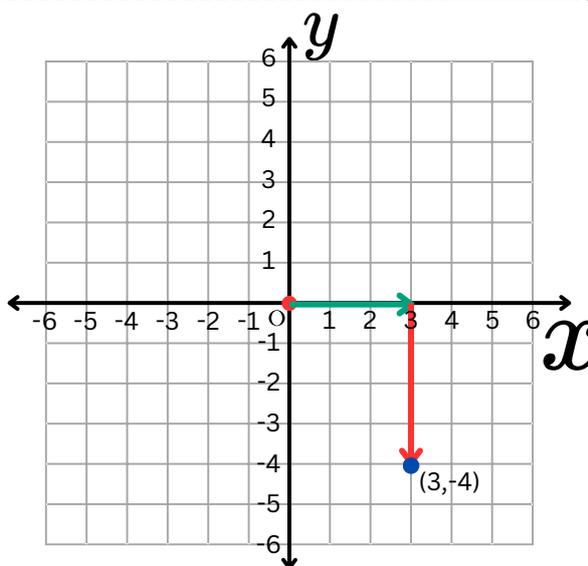
1. Ao plotar um par ordenado, comece na origem (O).
2. Se a coordenada x for **POSITIVA**, mova-se para a **DIREITA** a partir da origem.
3. Se a coordenada x for **NEGATIVA**, mova-se para a **ESQUERDA** a partir da origem.
4. Se a coordenada x for **ZERO**, **PERMANEÇA** na origem.
5. Em seguida, considerando a localização da coordenada x, para a coordenada y, se ela for **POSITIVA**, mova-se para **CIMA** a partir da localização.
6. Se a coordenada y for **NEGATIVA**, mova-se para **BAIXO** a partir da localização.
7. Se a coordenada y for **ZERO**, **PERMANEÇA** na localização.

Exercícios

- 1** Veja o exemplo resolvido e plote os pontos: A(-3,-5), B(-1,3), C(-2,0), D(3,3), E(0,4).

Vamos plotar o ponto (3,-4).

1. Primeiro, para a coordenada x, comece na origem e mova-se 3 unidades para a direita no eixo x.
2. Em seguida, para a coordenada y, mova-se 4 unidades para baixo.

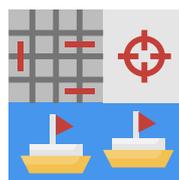


Caça ao Tesouro



<https://www.geogebra.org/m/aqeeqaeq>

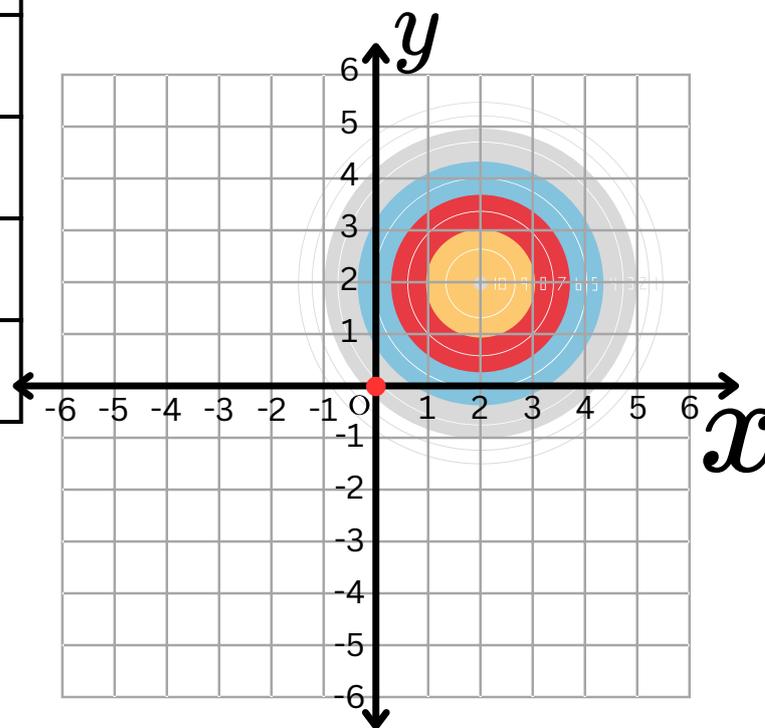
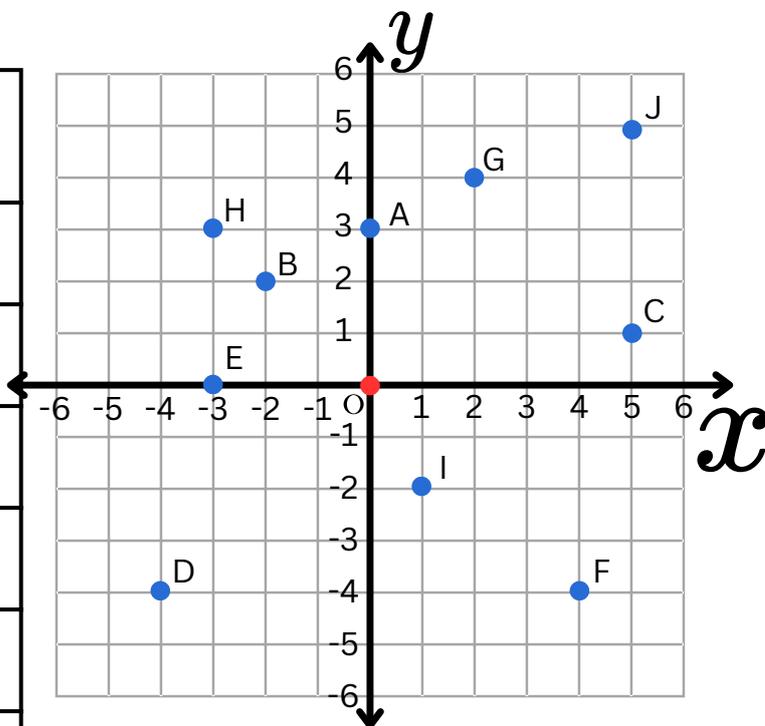
Batalha Naval



<https://www.geogebra.org/m/jxnbpdbg>

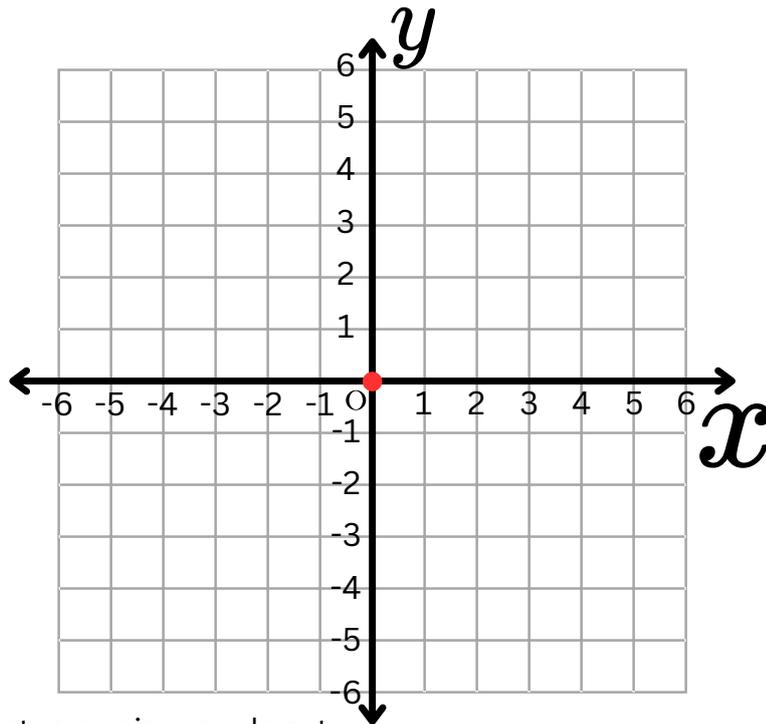
- 2** Use o plano cartesiano fornecido para completar a tabela. Na primeira coluna, escreva o par ordenado para cada ponto dado. Na segunda coluna, escreva a localização desse par ordenado no plano cartesiano: quadrante I, II, III, IV, eixo x ou eixo y. Os pontos A e B estão feitos para você.

Ponto	Par Ordenado	Quadrante
A	(0,3)	eixo y
B	(-2,2)	II
C		
D		
E		
F		
G		
H		
I		
J		

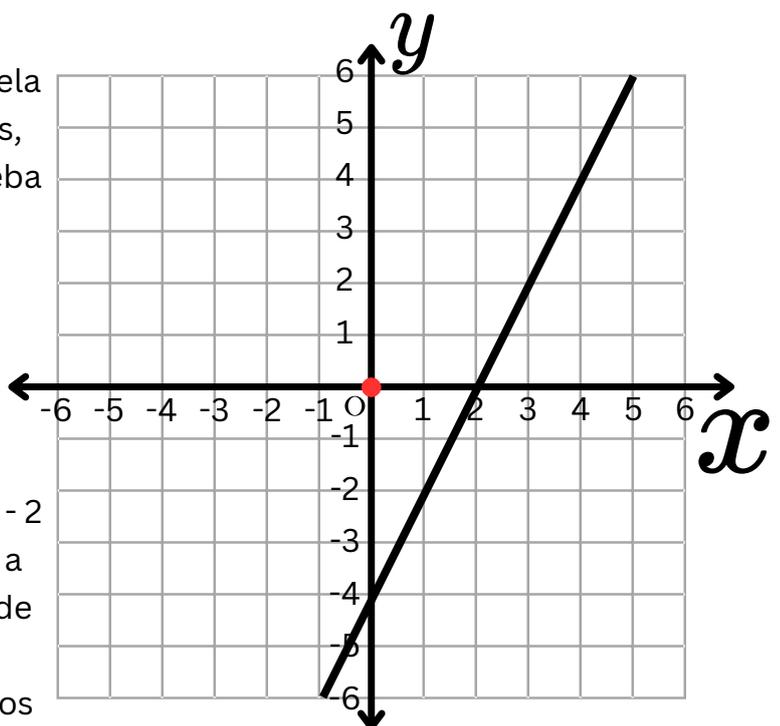


- 3** Uma arqueira dispara flechas em um alvo. Plote os seguintes pontos na grade onde cada flecha atinge: A(5,3), B(2,2), C(3,4), D(1,1), E(2,0), F(0,4), G(2,1), H(4,1). As flechas que atingem o centro valem 10 pontos, as demais valem 9 pontos, 8 pontos, e assim por diante. Encontre o total de pontos que a arqueira fez.

- 4** Os pontos A(3,4), B(1,2), C(-1,0), D(-3,-2) e E(-5,-4) estão todos em uma linha reta. Plote os pontos no gráfico. Desenhe a reta que liga esses pontos. Em seguida, calcule a variação média de qualquer dois dos pontos dados, ou seja, escolha dois pontos quaisquer, calcule a diferença entre as coordenadas y e divida pela diferença das coordenadas x. Por exemplo, escolhendo os pontos A(3,4) e D(-3,-2), faça $(4 - (-2)) = 4 + 2 = 6$ e divida este número por $(3 - (-3)) = 3 + 3 = 6$, resultando em 1. Perceba que o resultado final é o mesmo se fizermos $-2 - 4 = -6$, que dividido por $-3 - 3 = -6$ é 1. Faça esse cálculo para todos os pares dos pontos dados.

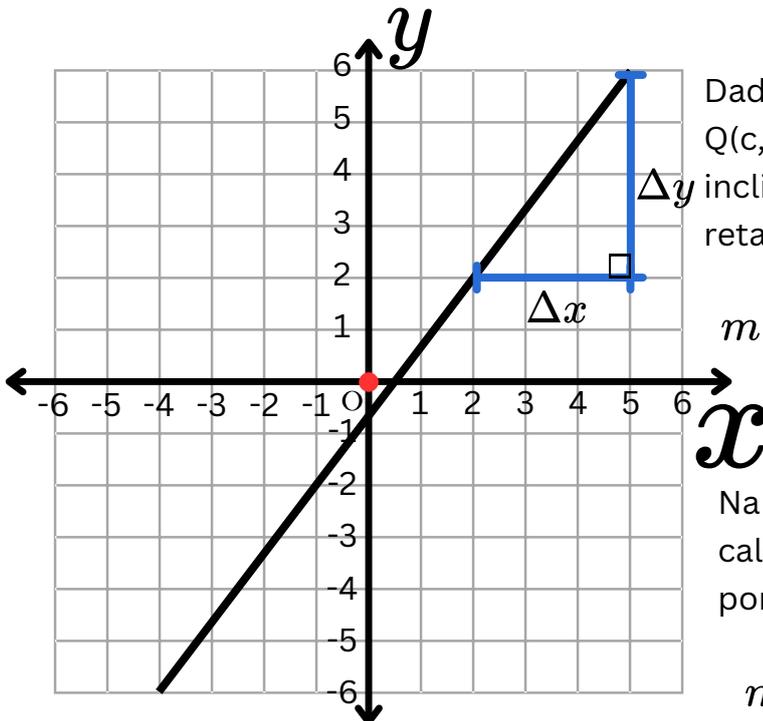


- 5** Escolha dois pontos quaisquer da reta dada no gráfico abaixo e calcule a distância vertical entre os dois pontos, diferença das coordenadas y, e divida pela distância horizontal entre os dois pontos, diferença entre as coordenadas x. Perceba que a ordem em que a diferença é calculada é importante. Por exemplo, considerando os pontos (5,6) e (3,2), podemos fazer $6 - 2 = 4$ dividido por $5 - 3 = 2$, resultando em 2, ou $2 - 6 = -4$ dividido por $3 - 5 = -2$, resultando em 2. Mas não podemos fazer, por exemplo, $6 - 2 = 4$ dividido por $3 - 5 = -2$, pois trocamos a ordem quando fizemos a coordenada y de (5,6) menos a coordenada y de (3,2) dividido pela coordenada x de (3,2) menos a coordenada x de (5,6).



Retas

Uma reta é uma figura unidimensional reta que não possui espessura e se estende infinitamente em ambas as direções. Também se pode definir uma reta como um conjunto de pontos no plano cartesiano tal que a variação média entre quaisquer dois pontos é constante, ou seja, não muda. A variação média é o quociente entre a distância vertical entre os pontos, que é a diferença entre as coordenadas y , e a distância horizontal entre os pontos, que é a diferença entre as coordenadas x . Essa variação média também é chamada de inclinação ou coeficiente angular da reta. Uma reta é unicamente determinada por quaisquer dois pontos ou por um ponto e a inclinação (coeficiente angular).



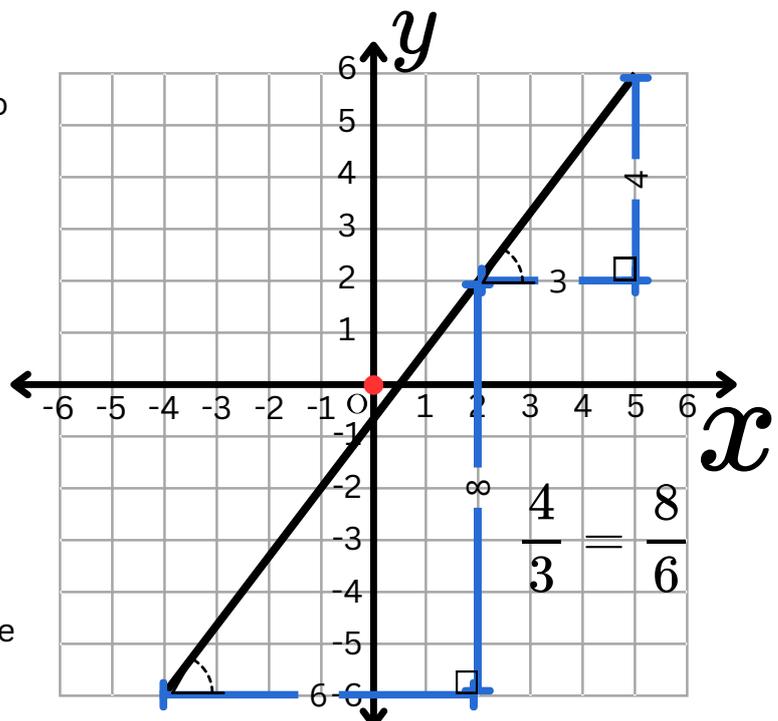
Dados quaisquer dois pontos $P(a,b)$ e $Q(c,d)$, a variação média ou inclinação (coeficiente angular) da reta que passa por esses pontos é:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{d - b}{c - a} = \frac{b - d}{a - c}$$

Na reta dada ao lado, podemos calcular a sua inclinação usando os pontos $P(5,6)$ e $Q(2,2)$.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - 2}{5 - 2} = \frac{4}{3}$$

Note que se escolhermos dois pontos quaisquer numa reta e formamos um triângulo retângulo com vértices nesses pontos e no ponto que tenha coordenada y igual a de um dos pontos e coordenada x igual a do outro, então fazendo o mesmo com outros dois pontos da mesma reta, formando um outro triângulo retângulo, estes triângulos retângulos são semelhantes, ou seja, seus ângulos internos são os mesmos e os lados são proporcionais.



Essa propriedade de que a variação média é constante faz com que possamos encontrar uma equação algébrica para qualquer reta. Por exemplo, se uma reta passa pelos pontos:

$$A(x_0, y_0) \text{ e } B(x_1, y_1)$$

sua inclinação é dada por:

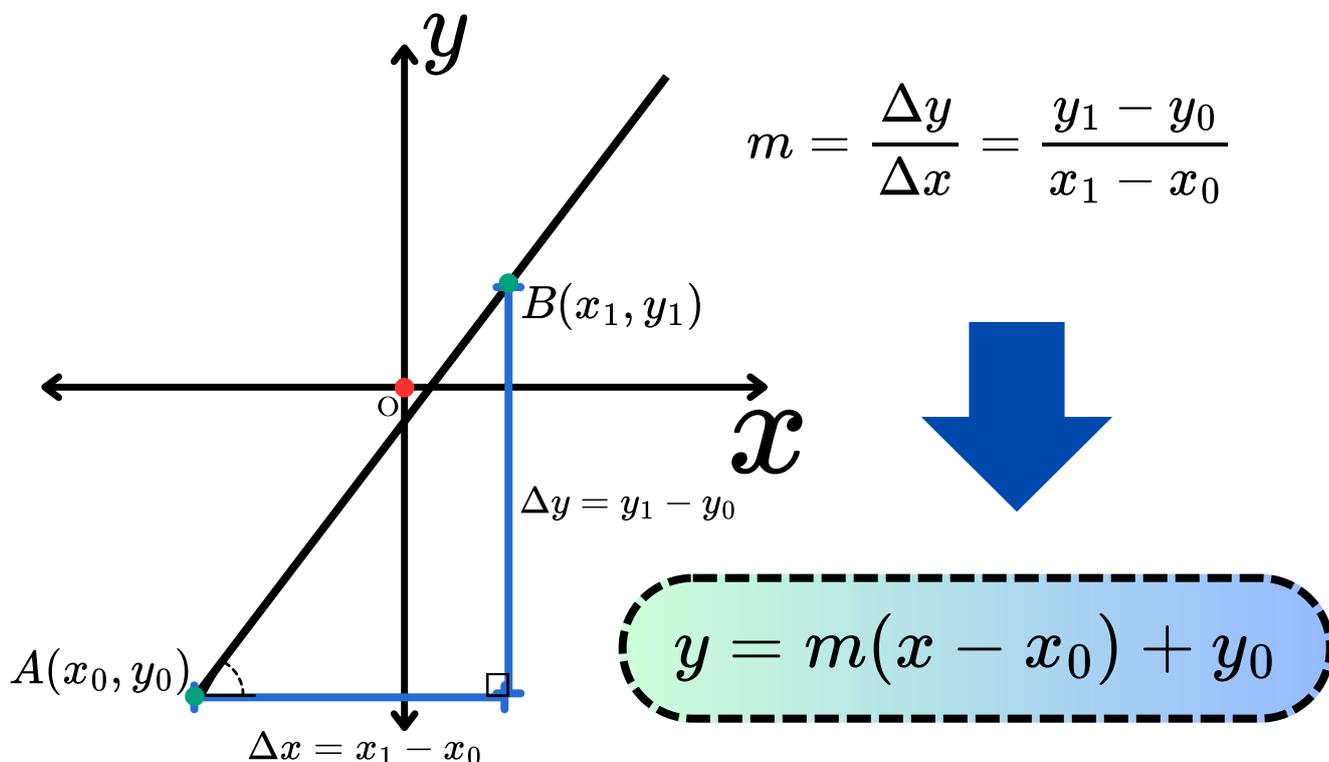
$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Logo, se $P(x,y)$ é um ponto qualquer dessa reta, como a inclinação é constante,

$$\begin{aligned} m &= \frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{y - y_1}{x - x_1} \\ \Rightarrow m \cdot (x - x_0) &= y - y_0 \\ \Rightarrow y &= m(x - x_0) + y_0 \end{aligned}$$

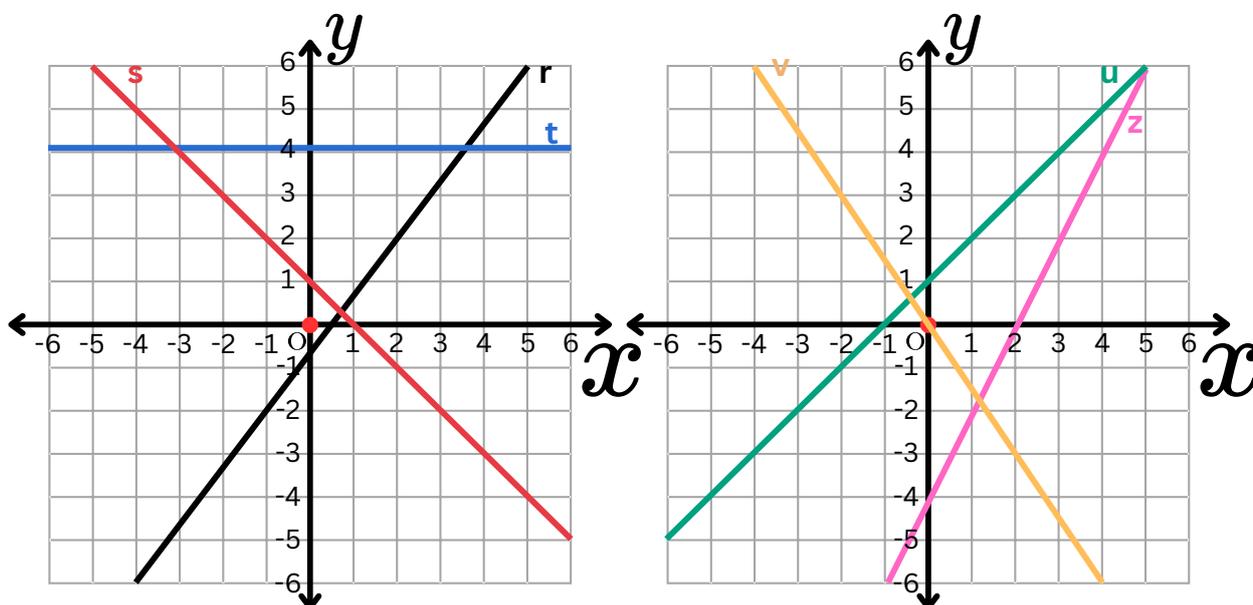
Além disso, vemos que se a reta passa pelo ponto $A(x_0, y_0)$

e possui inclinação (coeficiente angular) m , então a sua equação é dada pela fórmula acima.



Exercícios

- 1 Encontre a inclinação (coeficiente angular) de cada uma das retas abaixo e depois determine a equação de cada uma.



$r : y = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$	s:	t:
u:	v:	z:

- 2 Use os seguintes materiais digitais para estudar retas e suas equações algébricas.



<https://www.geogebra.org/m/k3guwe9s>



<https://www.geogebra.org/m/xdfjggda>



<https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5fadd045dd62882b3031f81d?lang=pt-BR>



<https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5fadcf27d3fa528afe466c2?collections=5fadcf7caafc338b64bcf1b&lang=pt-BR>

- 3** Dada a equação da reta, complete a tabela encontrando pontos que estão na reta. O primeiro está feito para você.

$$r: y = -\frac{2}{3}x + 4$$

x	y
3	
6	
	2

$$\Rightarrow y = -\frac{2}{3} \cdot 3 + 4 = -2 + 4 = 2$$

$$\Rightarrow y = -\frac{2}{3} \cdot 6 + 4 = -4 + 4 = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{3}x = y - 4 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}(y - 4)$$

$$\Rightarrow x = -\frac{3}{2} \cdot (2 - 4) = -\frac{3}{2} \cdot (-2) = 3$$

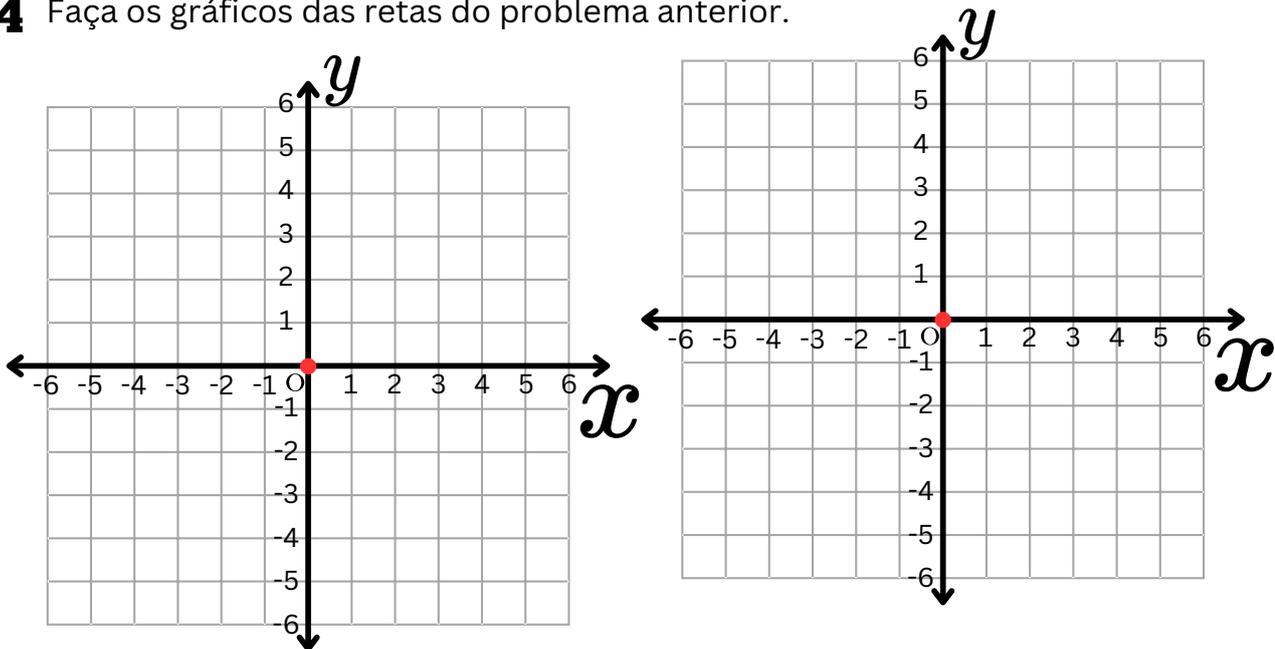
$$s: y = 5x + 7 \quad t: y = \frac{1}{4}x$$

x	y
1	
0	
	0

x	y
0	
8	
	3

Veja que para fazer o gráfico de uma reta, basta plotar quaisquer dois pontos que estão em na reta e ligar esses pontos, fazendo a reta que passa por eles.

- 4** Faça os gráficos das retas do problema anterior.

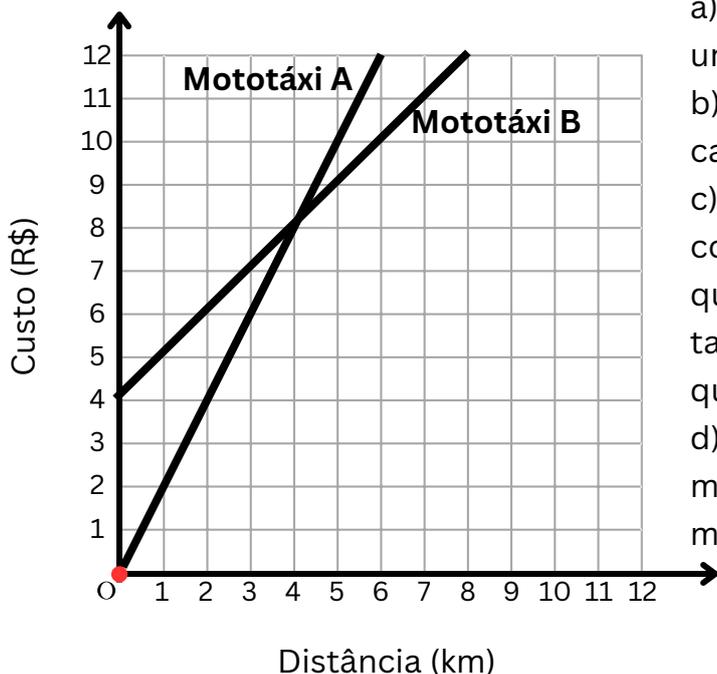


- 5** Vimos acima que se a equação da reta está escrita na forma $y = mx + c$, então m é a inclinação da reta, ou coeficiente angular, e c é o valor de y quando $x = 0$. Encontre a inclinação e o valor de y quando $x = 0$ para cada reta dada abaixo.

a) $y = 2x + 1$ b) $y + 3 = -2x$ c) $y + \frac{1}{2}x - 2 = 0$

d) $3y - 6x = 0$ e) $x - y + 6 = 0$ f) $-\frac{2}{3}y + 1 = 2x$

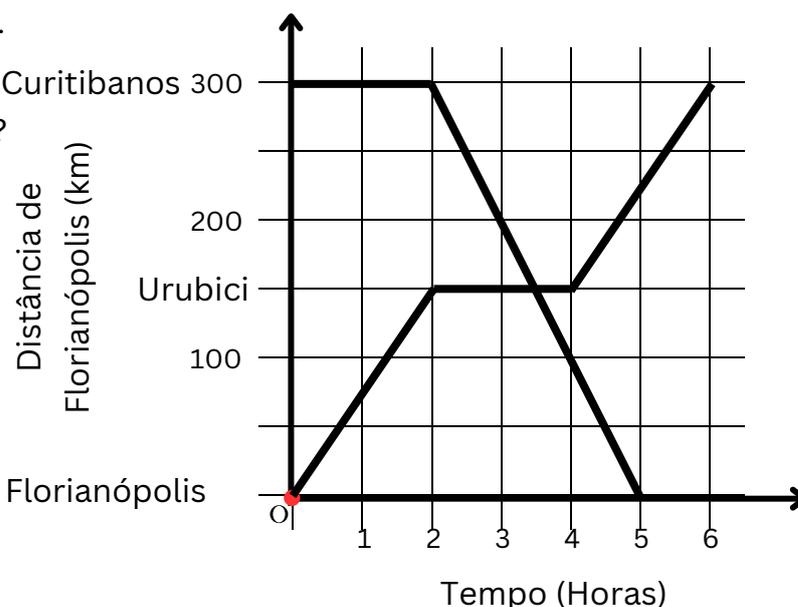
6 O gráfico mostra o valor de transporte de dois mototáxis diferentes.



- Quanto cada mototáxi cobra por uma viagem de 3km?
- Quanto o mototáxi A cobra por cada quilômetro (km)?
- O mototáxi B tem uma taxa fixa e cobra um certo valor por cada quilômetro (km). Encontre o valor da taxa fixa e o valor cobrado por cada quilômetro (km).
- Qual distância percorrida custará o mesmo valor em ambos os mototáxis?

7 Lucas está dirigindo de Florianópolis para Curitiba. Simone está dirigindo de Curitiba para Florianópolis.

- Quanto tempo demorou para Lucas chegar em Curitiba?
- Quanto tempo Lucas ficou parado em Curitiba?
- Quanto tempo Simone demorou para chegar em Florianópolis?
- Qual a distância de Curitiba que eles estavam quando se cruzaram?

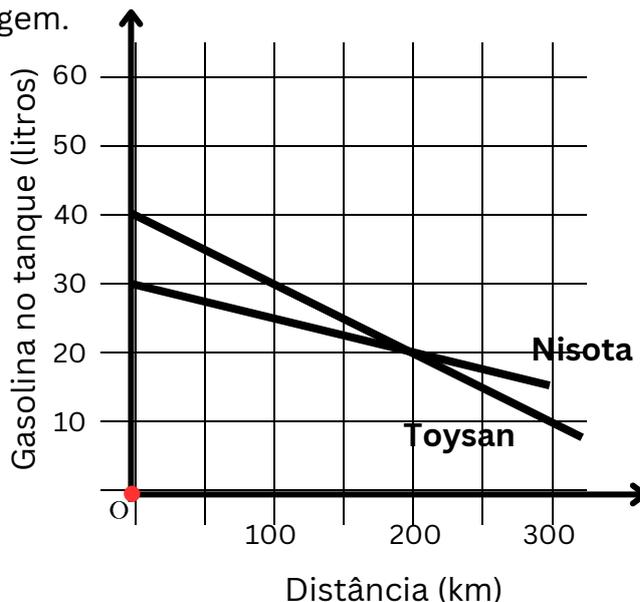


8 Fran está fazendo um treino de atletismo. Ela corre por 5 minutos, cobrindo um quilômetro, e depois descansa por cinco minutos. Ela continua dessa forma até ter corrido 4 quilômetros, sempre em uma velocidade constante.

- Represente isso em um gráfico com o tempo no eixo horizontal e a distância no eixo vertical.
- Dez minutos após Fran ter começado, Jean corre atrás dela. Ele corre na mesma velocidade, mas sem parar, por 4 quilômetros. Mostre isso no gráfico.
- Explique como o gráfico mostra que eles estão correndo ao mesmo tempo por parte do tempo.
- Quem termina de correr primeiro?

9 O gráfico mostra a quantidade de gasolina restante nos tanques de dois carros, um Nisota e um Toysan, durante uma viagem.

- Qual carro tem um consumo de combustível mais econômico?
- Qual distância eles tinham percorrido quando ambos tinham a mesma quantidade de combustível restante?
- Se continuarem a usar gasolina na mesma taxa, qual será a distância total percorrida pelo Toysan quando ficar sem gasolina?
- Quanto mais longe que o Toysan o Nisota irá viajar?



10 Às 13:00, Juca sai de casa para um passeio de bicicleta, mantendo uma velocidade constante. Às 15:00, ele já percorreu 35 km. Ele para por 1 hora e, em seguida, volta pedalando, novamente em velocidade constante. Ele chega em casa às 18:00.

- Mostre essa jornada em um gráfico. Coloque o tempo no eixo horizontal e a distância de casa no eixo vertical.
- Às 15:00, a irmã de Juca sai de casa e pedala atrás dele na mesma velocidade. Mostre isso no gráfico.
- A que distância de casa eles se encontrarão?

Respostas

1 $s: y = -x + 1$ $t: y = 4$ $u: y = x + 1$ $v: y = -\frac{3}{2}x$ $z: y = 2x - 4$

3 $s: y = 5x + 7$ $t: y = \frac{1}{4}x$

x	y
1	12
0	7
-7/5	0

x	y
0	0
8	2
12	3

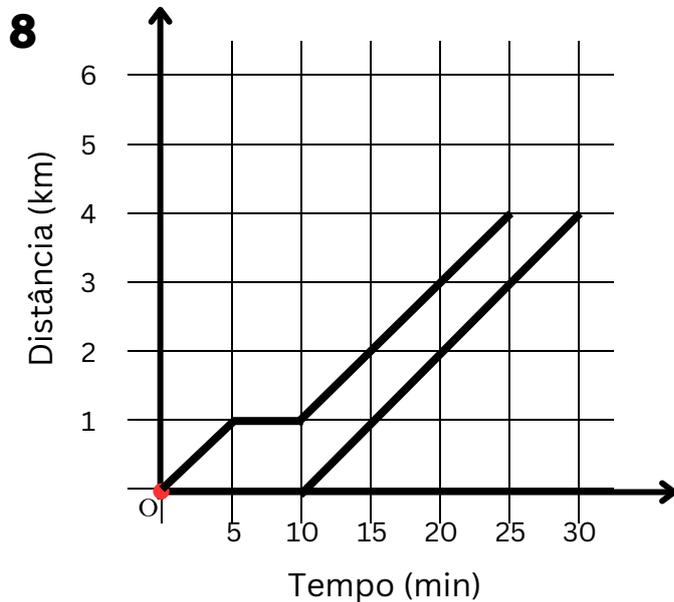
4 Use a calculadora gráfica do GeoGebra (<https://www.geogebra.org/>) ou a calculadora gráfica do Desmos (<https://www.desmos.com/?lang=pt-BR>) para verificar a sua resposta. Existem aplicativos de ambos esses sistemas.

5 a) $y = 2x + 1$ b) $y = -2x - 3$ c) $y = -\frac{1}{2}x + 2$

d) $y = 2x$ e) $y = x + 6$ f) $y = -3x + \frac{3}{2}$

6 a) A: R\$ 6; B: R\$ 7; b) R\$ 2; c) Taxa fixa de R\$ 4 e R\$ 1 por km; d) 4 km.

7 a) 2 horas; b) 2 horas; c) 5 horas ou 3 horas, se desconsiderar o tempo em que ficou parada em Curitiba; d) 150 km.



9 a) Nisota; b) 200 km; c) 400 km; d) 200 km.

